Segner, Johann Andreas <<von>>,

Johann Andreas von Segner, Sr. königl. preuß. Maj. geh. Raths, ersten Lehrers der Mathematik und Naturlehre bey der königl. Friedrichsuniversitä t, Mitgliedes der kayserl. Academie zu Petersburg, der königl. Societät zu London, und der königlichen Academie der Wissenschaften zu Berlin, Astronomische Vorlesungen Eine deutliche Anweisung zur gründlichen Kenntniß Bd.: 1

Halle (1775)

4 Astr.u. 133-1/2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11020632-1
VD18 90094662

IOH. ANDR. VON SEGNER.

Johann Andreas von Segner,

Sr. königl. preuß. Maj. geh. Raths, erſten Lehrers der Mathematik und Naturlehre bey der königl. Friedrichsuniverſität, Mitgliedes der kayſerl. Academie zu Petersburg, der königl. Societät zu London, und der königlichen Academie der Wiſſenſchaften zu Berlin,

Aſtronomiſche Vorleſungen.

R

Eine deutliche

Anweiſung

zur gründlichen

Kenntniß des Himmels.

Erſter Theil.

Halle,

Im Verlage Johann Jacob Curts. 1775.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Das Amt eines academiſchen Lehrers, welches mich verbindet, was nur immer in meinem Vermögen ſtehet, zur Erläuterung der mir obliegenden Theile der Gelehrſamkeit beyzutragen, und vieleicht dieſes allein, kan mich bey denen rechtfertigen, welchen die Abhandlung einer Wiſſenſchaft, die mit Recht als die erhabenſte angeſehen wird, mit welchen ſich der menſchliche Verſtand beſchäftigen kan, als ein für mein Alter und übrige Umſtände allzukühnes Unternehmen anſehen dörften. Und dieſes, ja noch mehr als dieſes, würde es in der That ſeyn, wenn ich dabey den Vorſatz hätte, die herrlichen Schriften dieſer Art, welche wir in einer nicht geringen Zahl beſitzen, zu übertreffen, oder auch nur denſelben gleich zu kommen. Ich kenne aber meine Kräfte zu wohl, daß ich eine ſolche Hofnung ſchöpfen oder unterhalten ſolte; und mein ganzes Beſtreben gehet nur dahin, die wenigen, welche ſich die Mühe geben wollen,

mein Buch mit Aufmerkſamkeit zu leſen, zu einer höhern, aus jenen vollkommenern Werken zu ſchöpfenden Erkenntniß vorzubereiten, und ihnen den Verſtand derſelben zu erleichtern: Es müſte denn ſeyn, daß einige unter ihnen mit meiner Einleitung zufrieden ſeyn wolten, ohne nach der weit ausgebreiteten Erkenntniß und mannigfaltigen Geſchicklichkeit zu ſtreben, die einen eigentlichen Himmelforſcher ausmachen. Ich ſtelle mir vor, daß dieſer letztern die meiſten ſeyn werden, und habe, in der Abſicht auch denſelben nützlich zu werden, nichts vorbey gelaſſen, ſo die Wunder begreiflich machen kan, welche uns die im Ganzen betrachtete Schöpfung in ſo groſſer Menge darbiethet, und die Spuren der unendlichen Weisheit zu entdecken, von welcher alles, zu allen Zeiten regieret wird. Dieſe Einſicht gehöret nicht allein für die Aſtronome; ſondern iſt, als eines der kräftigſten Mittel zur richtigen und lebhaften Erkenntniß Gottes zu gelangen, einem jeden, der ſich die Erhebung ſeines Geiſtes, und die Verbeſſerung ſeines Verſtandes und Herzens angelegen ſeyn läſſet, vorzüglich anzupreiſen. Nach dieſem Endzwecke bitte ich meine Arbeit zu beurtheilen.

Aus der Urſache iſt die umſtändliche Anweiſung zur Berechnung der an dem Himmel wahrzunehmenden Begebenheiten faſt durchaus weggeblieben, und es ſind nur die Gründe dieſer Rechnungen, ſo deutlich als es mir möglich war, vorgetragen worden. An vielen Stellen werden, ſtatt derſelben, geometriſche Zeichnungen gebraucht, welche, ob ſie wohl das geſuchte nicht immer ſo genau geben, als es verlangt wird, doch auch in gar vielen Fällen hinlänglich, und immer leichter zu überſehen ſind, als eine Rechnung, welche die mehreſten ſo ſehr ermüdet, und ihre Aufmerkſamkeit ſogar beſchäftiget, daß es ihnen ſchwer wird, ſich dabey auch den Gegenſtand derſelben mit der gehörigen Deutlichkeit vorzuſtellen. Und gemeiniglich

niglich gibt die geometriſche Zeichnung auch eine Anweiſung zu der kürzeſten Berechnung, die einem jeden beyfallen wird, der die dazu gehörigen Hülfsmittel in ſeiner Gewalt hat.

Der Abgang einer etwas vollſtändigen Beſchreibung heut zu Tage bey den Beobachtungen gebräuchlicher Werkzeuge, welche mir ebenfalls auſſer meinem Zweck zu ſeyn geſchienen hat, iſt nicht ſo leicht zu erſetzen. Dieſe ſind in der Zeit von mehr als einem Jahrhundert nach und nach von den gröſten und geübteſten Sternforſchern ausgedacht, verbeſſert, durch ſcharfſinnige und geſchickte Künſtler verſchiedentlich ausgeführet, und alſo endlich zu der Vollkommenheit gebracht worden, in welcher ſie gegenwärtig ſtehen. Wer kan ſich verſprechen, ohne weiterer Beyhülfe, durch ein kurzes Nachſinnen eben ſo weit zu kommen? Es iſt aber eine genauere Kenntniß dieſer Dinge nur denjenigen nothwendig, die ſich ſelbſt mit würklichen Beobachtungen beſchäftigen wollen: und dieſen kan es nicht ſchwer ſeyn einen bequem eingerichteten und mit einer auserleſenen Geräthſchaft hinlänglich verſehenen Beobachtungsplatz zu Geſicht zu bekommen; unter welchen ich den göttingiſchen vorſchlagen würde, wenn nicht der Bau deſſelben faſt gänzlich mein Werk wäre. In Ermangelung einer Gelegenheit hiezu können die Beſchreibungen des Herrn de la Lande, welche er ſeinem groſſen Werke einverleibet hat, auch ohne einem weitern Zuſatz, eine hinlängliche Befriedigung geben.

Vorleſungen. Dieſe Benennung hat das Buch erhalten, theils weil würklich der erſte Entwurf deſſelben zum Behuf des mündlichen Vortrags der Aſtronomie gedienet hat, welchen ich vor etlichen Jahren gegeben habe; und theils, weil mir dieſelbe eine gröſſere Freyheit erlaubte, als faſt eine jede andere Aufſchrift würde geſtattet haben. Sie widerſetzt ſich keinesweges

wohl angebrachten Wiederholungen, verträgt eine etwas weitläuftige, nicht eben nach den ſtrengſten Regeln vorgetragene Erklärung, eine kleine Ausſchweifung, mit einem Wort, ſie geſtattet alles, ſo etwas zu der Deutlichkeit beytragen kan, welche von Lehrbegierigen vornehmlich verlangt wird: und ich bin bemühet geweſen mich dieſer Freyheit aufs beſte zu bedienen, ohne ſie zu mißbrauchen. Zu dem Ende habe ich mir meinen Leſer anfänglich, als des Himmels völlig unkundig vorgeſtellt, und habe geſucht die zur Kenntniß deſſelben nöthige Begriffe durch die Erſcheinungen ſelbſt in der natürlichſten Ordnung zu entwickeln, bey welcher immer das nachfolgende von dem vorhergehenden Licht empfängt, und durch daſſelbe gegründet wird. Freylich muſte ich dabey ſo viele Kenntniß der Geometrie, der Trigonometrie und Analytic vorausſetzen, als bey unſern angehenden Gelehrten ſelten genug angetroffen wird. Allein darwider iſt kein Mittel: und diejenigen, welche verſäumt haben ſich dieſe Grundwiſſenſchaften bekant zu machen, müſſen es ſich gefallen laſſen, wenn ſie nicht nur die aſtronomiſchen, ſondern auch andere wichtige Lehren blos mit fremden Augen ſehen können, und vieles ihnen immer dunkel und verworren bleibt. Was von mir geſchehen konte, habe ich gethan, indem ich mich faſt bis zu den erſten Grundſätzen erniedriget, und vieles, zum Nutzen der Anfänger, ſo weitläuftig aus einander geſetzt habe, als es die Furcht, bey geübtern einen Eckel zu erregen, geſtatten wolte: wovon auſſer verſchiedenen andern Stellen, der ganze erſte Abſchnitt, in welchem die beträchtlichſten Eigenſchaften der Ellipſen, ſamt deren in der Aſtronomie unentbehrlichen Theilung gezeiget, und dieſe mit einigen andern geometriſchen Sätzen voraus geſendet werden; zu einer Probe dienen kan. Die erſten Gründe der Lehre von den Bewegungen und den bewegenden Kräften werden ebenfalls als bekant angenommen. Es ſind

aber

aber dieſe keine andere, als die in meiner Einleitung in die Naturlehre vorgetragen und erwieſen ſtehen, und in jedem guten Buche dieſer Art anzutreffen ſeyn müſſen. Ich weiß, daß unſere ſtudirende auch hierinne öfters gar ſchlecht unterrichtet ſind: und in den Anweiſungen zur Geometrie, mit welchen ſie gemeiniglich hingehalten werden, fehlen ſogar die Begriffe von der Neigung der Linien und Flächen gegen andere Flächen, ohne welchen niemand in der Aſtronomie einigen Fortgang haben wird. Allein, wer kan helfen!

Die Lehren ſelbſt muſten zwar aus andern Büchern genommen werden, und ich habe mich dabey vornehmlich der neueſten und beſten der Herren de la Lande und la Caille bedienet. Ich habe aber dieſe Lehren, bevor ich ſie im teutſchen zu Papier brachte, ſelbſt durchgedacht, und ohne meine Meiſter auszuſchreiben oder blos zu überſetzen, nach der kürzeſten und deutlichen Art des Ausdrucks geforſchet, welcher unſerer Sprache gemäß iſt. Bey dieſer Beſchäftigung iſt mir verſchiedenes eingefallen, ſo ich nicht unterdrücken konte, weil es entweder zur Erleuterung etwas beyzutragen, oder einen würklichen Nutzen zu verſprechen ſchien. Es iſt unnöthig, daß ich mich bey dieſen Zuſätzen aufhalte, welche gröſtentheils ſo ſehr in das übrige verwebt ſind, daß ſie nicht ohne Mühe davon abgeſondert werden könten. Ich ſuche keine andere Ehre, als nach meinem wenigen Vermögen einen oder den andern zu einer nähern Erkentniß unſers Schöpfers angeführet zu haben, wozu dergleichen Einfälle ſchwerlich etwas beytragen können. Doch wird mir erlaubt ſeyn zu melden, daß es mich freuen würde, wenn ich das Urtheil einſichtsvoller Männer über einige dieſer Gedanken erfahren könte, unter welchen der Entwurf eines Durchgangs der Venus oder des Mercurs durch die Sonne vieleicht der vornehmſte iſt. Zwar ſtelle ich mir dieſes

Urtheil

Urtheil günſtig vor. Es wird aber auch eine beſcheidene Anzeige der Fehler, die ich hier oder da begangen haben möchte, mir und meinem Buche zur Beſſerung dienen.

Mein Vorſatz war dieſe Einleitung ſo vollſtändig zu machen, als es der Zweck derſelben und meine Kräfte leiden wolten. Doch war auch eine alzuſtarke Weitläuftigkeit zu vermeiden, und man konte, ſelbſt bey leichtern Abhandlungen, ſich nicht auf alle Kleinigkeiten einlaſſen, ſondern muſte verſchiedenes dem Nachdenken und weiterm Nachforſchen des Leſers überlaſſen. Alzuſchwerere Betrachtungen litte dieſer Zweck gar nicht. Ich konte aufs höchſte die Gründe derſelben in einiges Licht ſetzen, und ſahe mich gezwungen damit abzubrechen. Ohnfehlbar werden einige urtheilen, daß dieſes allzuoft, andere aber, daß es nicht oft genug geſchehen ſey. Jene muß ich erſuchen mit meinem Unvermögen Gedult zu haben: dieſe aber können ſich ſelbſt helfen, wenn ſie, was ihnen zu ſchwer iſt, überſchlagen, und zu einer weitern Unterſuchung ausſetzen.

Dem Herrn Verleger hat es gefallen dieſesmal den erſten Theil des Werkes beſonders herauszugeben. Der zweite iſt über die Hälfte zum Drucke fertig, und ich kan verſprechen, daß, wenn nicht unerwartete Zufälle es verhindern, derſelbe nach einer kürzern Zeit erſcheinen werde, als ein aufmerkſamer Leſer, dem die Aſtronomie etwas neues iſt, brauchen dörfte, ſich die in dieſem erſten enthaltene Lehren bekant zu machen. Jener zweite Theil ſoll die Urſachen der Erſcheinungen aufklären, welche in dem gegenwärtigen beſchrieben und aus einander geſetzt worden. Beide Theile aber werden die ganze Abſicht, die ich bey dieſer Arbeit gehabt habe, ſo weit ich dieſes erwarten dorfte, erfüllen. Halle den 25. Merz 1775.

J. A. v. Segner.

Der

Grundler del. J. D. Philipp geb. Sysang sc.

Der

Aſtronomiſchen Vorleſungen

erſter Abſchnitt.

Grundſätze aus der Geometrie.

§. 1.

Nach dem Cirkel und den verſchiedenen Theilen deſſelben, wird in der Aſtronomie keine krumlinichte Figur häufiger gebraucht, als die Ellipſe; deren vornehmſte Eigenſchaften alſo als bekant vorausgeſetzt werden müſſen. Dieſes macht eine kurze Abhandlung derſelben hier, wo nicht nothwendig, doch wenigſtens nicht überflüßig. Es ſcheinet aber unter den verſchiedenen Wegen, welche bey der Betrachtung dieſer Figur, und der krummen Linie, von welcher ſie begränzet wird, genommen werden können, zu unſerm Entzwecke derjenige der ſchicklichſte zu ſeyn, welcher die Ellipſe als den orthographiſchen Entwurf eines Cirkels vorſtellet, und nach dieſem Begriffe

ihre Eigenſchaften, aus den bekanten Eigenſchaften des Cirkels, herleitet. Dieſes wird uns zugleich zur Parabel führen, welche Linie ebenfalls, wie in der Naturlehre, ſo auch in der Aſtronomie, gar ſehr in Betrachtung komt.

§. 2. Wir wollen uns dabey der Erleichterung bedienen, die uns die gemeine Buchſtaben-Rechnung darbiethet, indem wir nehmlich alle Arten von Gröſſen, und ins beſondere die geraden Linien, durch einzelne Buchſtaben vorſtellen, und mit dieſen nach den leichten Regeln dieſer Rechnung verfahren. Die Wahl dieſer Buchſtaben giebt zwar an ſich keine Schwürigkeit, weil ein jeder Buchſtabe eine iede Gröſſe bedeuten kan, was ſie auch, zu einer andern Gröſſe ihrer Art, für eine Verhältniß haben mag; und diejenigen, welche man ſich in Anſehung anderer als unendlich groß oder unendlich klein vorſtellet, machen hierinne keine Ausnahme. Doch kan eine geſchickte Wahl derſelben, wie überhaupt aller Zeichen, an welche wir unſere Begriffe binden, uns die Betrachtung gar ſehr erleichtern. In dieſer Abſicht erfordern vornehmlich die Gröſſen, welche ſo klein ſind, daß ſie in Anſehung anderer als Nichts betrachtet werden können, gemeiniglich daß man ſie beſonders zeichne. Dieſes geſchiehet bey uns alſo:

§. 3. Wenn x eine Gröſſe bedeutet, die nicht beſtändig einerley bleibt, ſondern in einem fort wächſt oder abnimt, ſo wird ein Zuſatz zu derſelben, welcher ſo klein iſt, daß er in Anſehung der ganzen x in keine Betrachtung kömt, durch dx bedeutet; und eben dieſes bedeutet auch einen nicht weniger kleinen Abgang, welchen die Gröſſe x gelitten hat, ſo daß $x + dx$ die Gröſſe x mit dem Zuſatze, und $x - dx$ dasjenige, ſo nach dem Abgange übrig geblieben iſt, angiebt, und dx überhaupt die Differenz der beiden Gröſſen $x + dx$ und x, oder x und $x - dx$ bedeutet. Eben ſo bedeutet dy eine Kleinigkeit, die in Anſehung der y als Nichts betrachtet werden kan, und dz eine andere, die ſich auf z eben ſo beziehet. Der Buchſtabe d dienet zu nichts andern, als daß er anzeigt, daß ein ſo kleiner Theil der x, y, oder z, genommen werden müſſe, und giebt in dieſer Verbindung keinesweges eine beſondere Linie, oder etwas dergleichen an.

§. 4. Die Betrachtung der dergeſtalt bezeichneten Kleinigkeiten, um welche verſchiedene mit einander verknüpfte Gröſſen zugleich wachſen oder abnehmen, iſt von gar vielfältigen und wichtigen Nutzen; ſowol in der Geometrie

ſelbſt

ſelbſt, als vornehmlich bey der Anwendung derſelben. Denn die Kleinigkeiten dx, dy können dem ohngeachtet, daß man dx in Anſehung der x, und dy in Anſehung der y als Nichts betrachtet, dennoch mit einander verglichen werden, und man kan aus den Verhältniſſen derſelben ungemein vieles ſchlieſſen, ſo auf eine andere Art kaum zu entdecken iſt, und öfters ſelbſt die Gröſſen der durch ein dergleichen anhaltendes Wachsthum nach und nach entſtehenden Dinge heraus bringen; wozu in der ſogenanten Differential- und Integral Rechnung Anweiſung gegeben wird.

Von den orthographiſchen Entwürfen.

§. 5. Was nun die orthographiſchen Entwürfe anlangt, ſo wird überhaupt eine jede ebene oder körperliche Figur in einer Ebene, was dieſe auch für eine Lage haben mag, orthographiſch entworfen, wenn man von einem jeden Puncte der zu entwerfenden Figur auf die Ebene, in welcher ſie zu entwerfen iſt, eine gerade Linie dieſer Ebene perpendicular ziehet. Das Punct der Ebene, auf welches dieſe Perpendicularlinie fält, iſt alsdenn die Vorſtellung desjenigen Puncts der Figur, durch welches ſie gezogen iſt; und alle dieſe Puncte, mit einander verknüpft, geben die orthographiſche Vorſtellung oder den orthographiſchen Entwurf, der gegebenen Figur, in ihrer ebenfalls gegebenen Lage.

§. 6. Die Grundriſſe der Baumeiſter und anderer Künſtler, ſind orthographiſche Entwürfe, welche aber dieſes beſondere haben, daß bey denſelben die Fläche des Entwurfs gemeiniglich horizontal oder wagerecht genommen wird: wiewol auch andere orthographiſche Riſſe verfertiget werden, zu welchen die Fläche des Entwurfs auf dem Horizonte ſenkrecht ſtehet. Ueberhaupt aber iſt es gar nicht nothwendig, daß die Fläche, auf welcher eine orthographiſche Vorſtellung entworfen werden ſoll, die eine oder die andere dieſer Lagen habe. Nur muß dieſe Lage beſtimt und völlig bekant ſeyn.

§. 7. Wenn nun PQ (*T. I. Fig.* 1.) die Fläche des Entwurfs iſt, und *T. I. Fig.* 1. A ein Punct auſſer derſelben, durch welches AB der Fläche PQ perpendicular fält; ſo iſt B, in welchem Puncte AB die Fläche erreichet, die Vorſtellung des Puncts A, und zugleich eines jeden andern C oder D, welches in der nach dieſer oder jener Seite mehr oder weniger verlängerten AB liegt: ſo daß alle Puncte,

T. I. Fig. 1. welche in die ins Unendliche verlängerte *AB* fallen, durch einerley Punct *B* vorgeſtellet werden; welches demnach auch die Vorſtellung einer jeden ſolchen Linie, *AB*, *CB* oder *BD* ſeyn wird.

§. 8. Die Entfernung des Puncts *A* von der Fläche *PQ* iſt *AB*, und ſo iſt *C* von dieſer Fläche um *CB*, und das Punct *D* um *BD* entfernet. Dieſe Entfernungen werden in dem orthographiſchen Entwurfe von einander nicht unterſchieden. Es giebt derſelbe nicht einmal an, ob das in *B* entworfene Punct wie *A* und *C* an dieſer, oder wie *D* an der andern Seite der Fläche *PQ* liege, oder ob es, wie *B*, wenn dieſes zugleich ein Punct der vorzuſtellenden Figur iſt, ſelbſt in dieſe Fläche falle. Es werden immer, auſſer dem orthographiſchen Entwurfe, noch andere Gründe erfordert dieſe Entfernungen zu beurtheilen, die zuweilen in unſerer Gewalt ſind, zuweilen aber nicht.

§. 9. Hieraus folgt, daß unendlich viele von einander gar ſehr verſchiedene Figuren eben die orthographiſche Vorſtellung haben können; und daß überhaupt dadurch, daß man eine Figur der Fläche ihrer Vorſtellung *PQ* nähert, oder von derſelben entfernet, der Entwurf derſelben niemals geändert werde, wenn bey dieſer Annäherung oder Entfernung der Figur alle Puncte derſelben in den geraden Linien bleiben, welche durch dieſe Puncte, bey ihrer erſten Lage, der Fläche *PQ* perpendicular gezogen werden konten. So iſt *BEF* zugleich die Vorſtellung der Dreyecke *AGH*, *CEI*, *DKL*, und unendlich vieler anderer, deren Ecken in die geraden Linien *AD*, *GK*, *HL* fallen, welche ſämtlich der Fläche *PQ* perpendicular ſind.

§. 10. Die Vorſtellung einer geraden Linie, welche der Fläche *PQ* parallel lieget, iſt dieſer Linie immer gleich und parallel, wie gar leicht zu ſehen iſt.
T. I. Fig. 2. Iſt aber (*T. I. Fig.* 2.) eine gerade Linie *AB* gegen die Fläche des Entwurfs alſo geneiget, daß ſie dieſe Fläche antreffen, und mit derſelben einen ſchiefen Winkel einſchlieſſen muß, wenn ſie verlängert wird; und man ziehet von den äuſſerſten Puncten dieſer *AB* die *AC* und *BD* der Fläche perpendicular; ſo wird die Fläche des Entwurfs von derjenigen, in welcher die *AC* und *BD* beide liegen, in *CD* geſchnitten, und *CD* iſt der Entwurf der *AB*. Eben dieſe *CD* iſt zugleich der Entwurf der *AE*, welche in der Fläche *AD* der *CD* parallel lieget, und alſo genau ſo groß, als dieſe *AE*. Wird die Fläche *AD* erweitert, ſo daß der Durchſchnitt derſelben mit der

Fläche

Fläche des Entwurfs ſich weit genug gegen *F* erſtrecket, ſo wird dadurch auch die *CD* verlängert, und lauft endlich mit der ebenfals gehörig verlängerten *BA* in einem Puncte *F* zuſammen, ſo in der Fläche des Entwurfs lieget: da dann der Winkel, welchen dieſe beide Linien bey *F* einſchlieſſen, dem *BAE* gleich iſt. Wird alſo dieſer Winkel, unter welchem die verlängerte *AB* an die Fläche des Entwurfs anlauft, der Kürze halber *I* genant, ſo iſt *AB* : *AE* = 1 : *cos I*, und *AE* = *AB*. *cos I*. Denn es verhält ſich in dem rechtwinklichten Dreyecke *BAE* allerdings *AB* zur *AE* wie der Radius zu dem Coſinus des Winkels *BAE*; und der Radius wird immer, mit vieler Bequemlichkeit, zur Einheit gemacht. T. I. Fig. 2.

§. 11. Vermittelſt dieſer Regel wird *CD*, die Länge des Entwurfs der geraden Linie *AB*, welche verlängert ſchief an die Fläche des Entwurfs anlauft, gar leicht gefunden. Und es folgt aus derſelben, daß wenn zu verſchiedenen geraden Linien der Winkel *I* von eben der Gröſſe iſt, jede dieſer Linien zu ihrem Entwurfe eben die Verhältniß 1 : *cos I* haben werde, wie auch übrigens die Linien liegen mögen. Alſo müſſen ſich auch jede zwo ſolcher Linien, wie ihre Entwürfe, gegen einander verhalten. Der Winkel *I* iſt das Complement desjenigen, welchen die zu entwerfende *AB* bey *B* oder ſonſt irgendwo, mit der *BD* einſchlieſſet, die von dannen auf die Fläche des Entwurfs perpendicular fält. Alſo kan auch geſeʒt werden *AB* : *AE* oder *CD* = 1 : *ſin B*.

§. 12. Es iſt aber der Winkel *I* und folgends auch *B*, zu zwo verſchiedenen geraden Linien, welche orthographiſch zu entwerfen ſind, nothwendig einerley, wenn ſie, wie *AB* und *AG*, oder wie *AB* und *GF*, Theile von eben der geraden Linie ſind, ſie mögen nun unmittelbar an einander liegen oder nicht. Es laufen aber auch alle gerade Linien, die einander parallel liegen, unter einerley Winkel an die Fläche des Entwurfs, ſowol, wenn ſie ſämtlich in der Fläche liegen, welche durch zwo derſelben hindurch gehet, als auch, wenn ſie nicht alle in eine Fläche gebracht werden können.

§. 13. Denn wenn *PQ* (*T. I. Fig* 3.) die Fläche des Entwurfs iſt, an welche die geraden Linien *AB*, *CD*, die einander parallel ſind, bey *B* und *D* anlaufen, und es gehet durch dieſe Linien die Fläche *PS*, welche die vorige in *PD* ſchneidet; ſo kan man dieſer Fläche ſowol als der *PQ* die Geſtalt eines Rechtecks geben, von welchem *PD* eine Seite iſt. Sind nun in dem Rechtecke T. I. Fig. 3.

T. I Fig. 3. *PS* die Linien *AB*, *CD* ſo, wie ſie in der Zeichnung erſcheinen, verlängert, ſo können die *AE*, *CF* der *PQ* perpendicular gezogen werden, von welchen leicht zu ſehen iſt, daß ſie ſo fallen müſſen, wie ſie die Zeichnung vorſtellet. Werden nun auch die *EB*, *FD* gezogen, um die Winkel *ABE*, *CDF* zu erhalten, welche die Linien *AB*, *CD* mit der Fläche des Entwurfs einſchlieſſen, ſo werden, weil die Verhältniß *AB* : *CD* der Verhältniß *AP* : *CP* und dieſe wieder der Verhältniß *AE* : *CF* gleich iſt, die rechtwinklichten Dreyecke *ABE*, *CDF* einander ähnlich, und ihre Winkel bey *B* und *D* bekommen einerley Gröſſe.

§. 14. Es iſt aber der Winkel *ABE* oder *CDF* immer kleiner, als der Winkel *CPF*, welchen die Fläche *PS* mit der *PQ* einſchlieſſet, und deſto kleiner, je ſchiefer *AB*, *DC* an die Linie *PD*, in welcher die Flächen *PS*, *PQ* einander ſchneiden, anlaufen, das iſt, je kleiner der Winkel *ABP* oder *CDP*, und je gröſſer alſo *PAB* oder *PCD* wird; und bey eben dem Umſtande werden auch die Winkel in der Fläche des Entwurfs *EBP*, *FDP* immer kleiner. Dieſes ſiehet man gar leicht, wenn man auf die rechtwinklichten Dreyecke *APE*, und *ABE* acht hat, welchen die Seite *AE* gemeinſchaftlich iſt. Denn es iſt *EB* immer gröſſer als *EP*, welche auf die *PD* perpendicular fällt, und übertrift dieſe *EP* deſto mehr, ie länger *PB* wird. Dadurch aber daß *PB* wächſt, wird auch der Winkel *PEB* nothwendig vergröſſert, und *EBP* verkleinert. Beyde Winkel *ABE* und *EBP* verſchwinden gar, wenn *PB* unendlich groß, und dadurch *AB* der *PB* parallel wird, in welchem Fall alſo *AB* der *EB*, und dieſe der *PD* parallel werden muß.

§. 15. Sollen alſo bey unveränderter Lage der Flächen *PS*, *PQ*, die Winkel *ABE*, *EBP* immer gröſſer werden, ſo muß das Punct *B* ſich dem *P* nähern, indem die beyden übrigen *A* und *E* unverrückt an ihrem Orte bleiben. Fällt dadurch endlich *B* ſelbſt in *P*, und alſo *AB* auf *AP* und *EB* auf *EP*, ſo wird auch der Winkel *ABE*, unter welchem *AB* an die Fläche *PQ* anlauft, dem Winkel *CPF*, der die Neigung der Fläche *PS* gegen die *PQ* angiebt, völlig gleich. Gröſſer als *CPF* kan ein dergleichen Winkel niemals werden. Aber eine jede Linie, welche in der Fläche *PS* der Schneidungslinie *PD* perpendicular gezogen wird, ſchlieſſet mit der Fläche *PQ* einen Winkel, der der Neigung dieſer Fläche gegen die *PQ* gleich iſt, würklich ein.

§. 16.

§. 16. Der orthographiſche Entwurf eines jeden Theils der ins Unendliche verlängerten *AB* fält in die nach Nothdurft verlängerte *BE*; gleichwie der Entwurf eines ieden Theils der *CD* in *DF* fält; und es iſt leicht zu ſehen, daß dieſe Linien *BE*, *DF* einander parallel ſeyn müſſen, wenn *AB* und *CD* parallel ſind. Man kan ſich alſo der Winkel *EBP*, *FDB* bedienen, die Lage dieſer Entwürfe zu beſtimmen; gleichwie die Gröſſen derſelben durch die Coſinus der Winkel *ABE*, *CDF* gegeben werden. Es werden aber die Winkel der Dreyecke *DCF* und *FDP* aus den gegebenen *CPF* und *PCD*, deren erſtern *CPF* wir *I* genennet haben, den zweiten *PCD* aber *H* nennen wollen, folgender Geſtalt gefunden. Wir hatten $PF = PC. \cos I$; aus der Proportion $1 : \tan H = PC : PD$ aber folgt; $PD = PC. \tan H$. Nun iſt auch $PF : PD = 1 : \tan PFD$, alſo $\tan PFD = \frac{PC. \tan H}{PC. \cos I} = \frac{\tan H}{\cos I}$. Eben ſo iſt auch für den Winkel *FCD*, die Seite $CF = PC. \sin I$, und aus der Proportion $\cos H : 1 = PC : CD$ flieſſet $CD = \frac{PC}{\cos H}$. Da nun $DC : CF = 1 : \sin CDF$, ſo iſt $\sin CDF = \frac{CF}{DC} = \frac{PC. \sin I. \cos H}{PC} = \sin I. \cos H$, wodurch zugleich die Ergänzung dieſes Winkels *CDF* und deſſen Coſinus bekant wird, welcher bey dem Entwurf der Linie *CD*, oder eines Theils derſelben zu gebrauchen iſt (10). Eben dieſe Winkel werden durch die Regeln angegeben, welche zur Auflöſung der rechtwinklichten Kugeldreyecke, oder der rechtwinklichten dreyſeitigen Ecken dienen. Denn es iſt in der That *CDPF* eine dergleichen Ecke, in welcher *CDF* gerade auf der Seite *FDP* ſtehet, und *CPF* iſt der dieſer *CDF* entgegen geſetzte Winkel. T. I. Fig. 3.

§. 17. Iſt nun (*T. I. Fig.* 4.) *ab*, eine in der Fläche *PR* nach Willkühr gezogene gerade Linie, in der Fläche *PQ* zu entwerfen, welche mit jener einen Winkel von der Gröſſe *I* einſchlieſſet; und es iſt der Anfang dieſer Linie *a* richtig in *A* entworfen worden, indem man *aM* der *MN*, in welcher die Flächen einander ſchneiden, perpendicular gemacht, von dem Puncte *M* in der Fläche *PQ* die *MA* eben der *MN* perpendicular gezogen, und die Länge derſelben durch die Verhältniſſe $Ma : MA = 1 : \cos I$ beſtimmet hat: ſo könte man ſich der nach dieſer Anweiſung aus den gegebenen *M a b* und *I* heraus zu bringenden Winkel bedienen, T. I. Fig. 4.

T. I. Fig. 4. nen, auch das Ende *b* dieſer Linie in *B* zu entwerfen. Man müſte aus dem Winkel *I*, und dem gegebenen *Mab* den *MAB* finden, und nachdem man die *AB* unter dieſem Winkel an *MA* geſetzet hat, die Länge derſelben durch den andern Winkel beſtimmen, mit welchem die verlängerte *ab* an die Fläche des Entwurfs anlauft, das iſt, durch den Winkel *CDF*, oder *ABE* der vorigen Zeichnung. Auf dieſe Art könte der orthographiſche Entwurf einer ieden in der Ebene *PR* beſchriebenen geradlinichten Figur vollendet werden.

§. 18. Viel leichter aber wird auch aus *b* die *bN* der Schneidungslinie *MN* perpendicular gezogen, und darauf in *NB*, welche derſelben *MN* ebenfalls perpendicular iſt, vermittelſt der Verhältniß 1 : *cos I* das Punct *B*, welches der Entwurf des *b* ſeyn ſoll, eben ſo beſtimmet, wie *A* in der *MA* gefunden worden iſt; und vermittelſt einer hinlänglichen Anzahl ſolcher Puncte wird der Entwurf einer ieden ebenen Figur vollendet. Die Arbeit wird dadurch, daß die Verhältniß *I* : *cos I* immer dieſelbe bleibt, gar ſehr erleichtert. Und da, wenn nur die Gröſſe des Winkels *I* nicht geändert wird, eine iede in der Fläche *PR* der *MN* parallel lauffende Linie anſtatt dieſer *MN* zur Schneidungslinie angenommen werden kann, weil ſie eben den Entwurf giebt (9); ſo kan auch eine geſchickte Entfernung dieſer Linie von der zu entwerffenden Figur etwas zur Erleichterung der Arbeit beytragen. Der Winkel *I* hat in dieſelbe keinen weitern Einfluß, als daß er die Verhältniß 1 : *cos I* angiebt. Iſt dieſe gefunden, ſo wird der Winkel *I* am beſten gar vernichtet, indem man die Fläche *PR* ſo lang um die Schneidungslinie *MN* drehet, bis die in derſelben verzeichnete Figur ſelbſt in die Fläche des Entwurfs *PQ* zu liegen komt; da denn auch *Ma* auf *MA*, und *Nb* auf *NB* fält, wiewol nicht *a* auf *A* oder *b* auf *B*.

T. I. Fig. 5. §. 19. Wenn nun (*T. I. Fig.* 5.) *adbc* eine ebene Figur von dieſer oder einer andern Art, und *ADBC* der Entwurf derſelben zur Schneidungslinie *MN* iſt, von welchem man ſich immer vorſtellen kan, daß er nach der eben beſchriebenen Anweiſung verfertiget worden ſey: ſo fallen dieſe Figuren *adbc*, *ADBC* beide zwiſchen die Linien *aM*, *bN*, welche der *MN* perpendicular, und alſo einander parallel ſind, ſo daß ſie ſowol die eine dieſer Linien bey *a* und *A*, als auch die andere bey *b* und *B*, erreichen. Wird aber zwiſchen beiden eine dritte Linie *Lc* der *MN* ebenfals perpendicular, und alſo der *Ma* oder *Nb* parallel gezogen, ſo verhält ſich *Lc* zur *LC* wie 1 : *cos I*, und zugleich *Ld* zur *LD* wie 1 : *cos I*. Demnach iſt auch

auch $(Lc - Ld) : (LC - LD) = 1 : cos. I$. Nun iſt aber $Lc - Ld =$ *T. I. Fig.* 5.
dc, und $LC - LD = DC$. Es hat alſo zu einem jeden zwiſchen M und N genommenen Punct L, durch welches die Lc dergeſtalt gezogen werden mag, der Theil dieſer Linie dc, welcher in die Figur $adbc$ fällt, zu DC, dem Theil derſelben in der Figur $ADBC$, immer die nehmliche Verhältniß $1 : cos\ I$: woraus, vermittelſt des Grundſatzes deſſen wir uns in der Geometrie (*) bey der Vergleichung der ebenen Figuren bedienen, gar leicht geſchloſſen wird, daß auch die Figur $abcd$ gegen ihren Entwurf $ABCD$ eben die Verhältniß $1 : cos\ I$ haben werde, welche Eigenſchaft der orthographiſchen Entwürfe allerdings merkwürdig iſt.

§. 20. Es folgt daraus, daß, wenn f und g zwo in eben der Fläche beſchriebene geradlinichte oder krumlinichte Figuren ſind, und F iſt der orthographiſche Entwurf der erſten dieſer Figuren f, in einer Fläche, die mit jener den Winkel I einſchlieſſet, G aber der orthographiſche Entwurf der zweiten g, in eben der Fläche: die Verhältniß $f : F$ der $g : G$ immer gleich ſeyn werde, weil jede derſelben der Verhältniß $1 : cos\ I$ gleich iſt. Es iſt alſo bey dieſem Umſtande auch $f : g = F : G$; und wenn $f = g$, ſo werden auch F, G, die Entwürfe dieſer gleichen Figuren, einander gleich. Und da f, g auch gleiche Theile eben der Figur ſeyn können, wodurch F und G die Entwürfe dieſer Theile werden, ſo wird der Entwurf einer in zween gleiche Theile getheilten Figur, durch die zugleich entworfene gerade oder krumme Theilungslinie, ebenfalls in zween einander gleiche Theile getheilet. Und eben dieſes iſt auch bey jeder andern Zahl gleicher Theile richtig, die man der zu entwerfenden Figur geben mag. Der orthographiſche Entwurf dieſer Figur, wird durch die zugleich mit entworfene Theilungslinien immer in eben ſo viel einander gleiche Theile zerfället.

Von der Ellipſe.

§. 21. Soll nun eine Scheibe in einer Fläche, welche derſelben parallel liegt, orthographiſch entworfen werden, ſo folgt aus dieſen Begriffen unmittelbar, daß der Entwurf eine Scheibe von eben der Gröſſe ſeyn werde, deren Mittelpunct ſich in der aus dem Mittelpunct der zu entwerfenden Scheibe auf die Fläche des Entwurfs perpendicular fallenden Linie befindet. Und eben ſo leicht iſt einzuſehen,

(*) In meinen Anfangsgr. der Arithm. und Geom. vom J. 1773. im 457. §, welcher allerdings dieſe Ausdehnung leidet.

ſehen, daß der Entwurf einer Scheibe, deren Fläche der Fläche des Entwurfs perpendicular iſt, eine gerade Linie seyn werde, die ganz in diejenige fällt, in welcher dieſe zwo Flächen einander ſchneiden, und dem Durchmeſſer der Scheibe gleichet; wie auch, daß die Vorſtellung des Mittelpuncts dieſer Scheibe in die aus dem Mittelpunct ſelbſt, an eben den gemeinſchaftlichen Durchſchnitt zu ziehende Perpendicularlinie fallen müſſe. Iſt aber die Fläche der Scheibe derjenigen, auf welcher ſie entworfen werden ſoll, weder parallel noch ſenkrecht; ſo wird der Entwurf immer eine Ellipſe, welche bald weniger bald mehr von einem Cirkel abweichet. Denn wir können dem Entwurf dieſen Namen eben ſowol geben, als einen jeden andern; ob zwar erſt die nach und nach zu entdeckenden Eigenſchaften des Entwurfs werden zeigen können, daß die Figur deſſelben keine andere ſey, als die den Geometern von Alters her unter dem Namen der Ellipſen bekante.

T. I. Fig. 6. §. 22. Es ſey der Cirkel *adbe* (*T. I. Fig. 6.*) in einer Fläche beſchrieben, welche gehörig erweitert, die Fläche *PQ* in einer geraden Linie ſchneiden würde, die der *PR* parallel iſt, und *I* bedeute auch hier den Winkel, welchen die Fläche des Cirkels mit der Fläche *PQ* einſchlieſſet. Soll nun der Cirkel in dieſer Fläche *PQ* orthographiſch entworfen werden, ſo iſt klar, daß wenn *c* der Mittelpunct des Cirkels, und *cC* aus demſelben auf die Fläche *PQ* perpendicular iſt, *C* die Vorſtellung dieſes Mittelpuncts ſeyn werde. Wird nun durch *c* der Durchmeſſer *ab* nach Belieben gezogen, und gehörig in *AB* entworfen, ſo muß, weil $ac = cb$, auch *AC* der *CB* gleich ſeyn. Dieſes iſt immer ſo, was man auch für einen Durchmeſſer, anſtatt *ab* durch *c* ziehen mag. Die Vorſtellung dieſes Durchmeſſers wird immer durch *C* gehen, und von dieſem Puncte in zwey gleiche Theile getheilt werden. Man konte aus dieſer Urſache das Punct *C* gar wol den Mittelpunct der Ellipſe nennen.

§. 23. Es ſind aber die, wie *AB* durch dieſen Mittelpunct der Ellipſe *C* gezogene Linien, welche ſich beiderſeits in dem Umkreiſe derſelben endigen, nicht ſämtlich von eben der Länge. Denn der Winkel, welchen der verlängerte Durchmeſſer *ba* mit der Fläche des Entwurfs *PQ* einſchlieſſet, iſt nicht bey jeder Lage dieſes Durchmeſſers einerley (14). Er iſt dem *I* gleich, wenn der verlängerte Durchmeſſer auf die der *PR* parallel liegende Schneidungslinie perpendicular fällt, und verſchwindet ganz und gar, wenn er derſelben parallel lauft; auſſerdem aber kan er

eine

eine jede Groſſe zwiſchen o und *I* haben (15). Wird alſo der beſondere nach der (16) gegebenen Anweiſung zu findende Winkel, unter welchem jeder Durchmeſſer des Cirkels würklich an die Fläche des Entwurfs anlauft, *i* genant, ſo hat *i* keinesweges eine beſtändige Gröſſe. Gleichwie aber $ab : AB = 1 : \cos i$, wenn *i* den zu dem Durchmeſſer *ab* gehörigen Winkel bedeutet, ſo hat auch jeder andere Durchmeſſer zu ſeiner Vorſtellung die Verhältniß des Radius zu ſeinem $\cos i$, wodurch überhaupt, wenn $2a$ den Durchmeſſer des entworfenen Cirkels *abde* bedeutet, die Vorſtellung eines jeden beſondern Durchmeſſers deſſelben die Gröſſe $2a. \cos i$ bekömt. Da nun alſo der Coſinus des gröſſern Winkels immer kleiner iſt als der Coſinus des kleinern, ſo muß eine jede Vorſtellung des Radius deſto kleiner werden, je gröſſer der zu dieſem Radius gehörige *i* iſt. Iſt $i = I$, ſo wird die Vorſtellung $2a. \cos I$. Dieſe iſt die kleinſte unter allen. Wird aber $i = 0$, ſo wird $\cos i = 1$, und die Vorſtellung $2a$, welche unter allen die gröſte iſt. Zwiſchen dieſe Gränzen müſſen die Gröſſen aller übrigen durch den Mittelpunct der Ellipſe bis beiderſeits an den Umkreis derſelben gezogenen Linien fallen: und die Gröſſe einer jeden kan vermittelſt der Gröſſe des Winkels *i* gefunden werden, wenn man ſie brauchet. *T. I. Fig. 6.*

§. 24. Wenn in dem Cirkel dem nach Belieben angenommenen Durchmeſſer *ab* die Sehne *de* perpendicular gemacht wird, ſo wird dieſe bey *f* von dem Durchmeſſer in zwo Hälften zerſchnitten, und eben ſo wird auch eine jede andere Sehne des Cirkels getheilt, welche der *de* parallel iſt. Iſt nun *DE* in der Ellipſe die Vorſtellung der Sehne *de*, ſo wird dieſe von *AB*, der Vorſtellung des Durchmeſſers *ab*, bey *F* ebenfalls in zwo Hälften getheilet, weil die aus *f* an die Fläche *PQ* perpendicular gezogene Linie, nothwendig durch *F* gehen muß. Und da eine jede andere gerade Linie, welche in der Ellipſe der *DE* parallel geordnet werden kan, als die Vorſtellung einer der *de* parallel liegenden Sehne des Cirkels anzuſehen iſt, ſo wird eine jede dieſer Linien von der *AB* eben ſo, nehmlich in zwey gleiche Theile, getheilet. Die Sache iſt von einer jeden durch *C* gezogenen geraden Linie richtig, deren jede eine Menge gerader Linien, welche in der Ellipſe einander parallel gezogen werden können, dergeſtalt ſchneidet; und dieſes hat Anlaß gegeben, eine jede durch *C* gezogene Linie einen Durchmeſſer der Ellipſe zu nennen.

§. 25. Unter den einander parallel geordneten Linien, welche von dieſem oder jenem Durchmeſſer der Ellipſe in Hälften getheilet werden, gehet immer eine durch den Mittelpunct *C*, und iſt alſo ebenfalls ein Durchmeſſer, welcher mit dem vorigen eben dadurch verbunden wird, daß er unter den parallel Linien, welche jener theilet, mit ſtehet. Demnach ſind jede zween mit einander verbunde-
T. I. Fig. 7. ne Durchmeſſer der Ellipſe *AB* und *DE* (*T. I. Fig.* 7.) die Entwürfe zweener Durchmeſſer des Cirkels *ab*, *de*, die einander gerade durchſchneiden, und den Cirkel in die vier gleiche Ausſchnitte *acd*, *dcb*, u. ſ. w. theilen: woraus ſo gleich geſchloſſen werden kan, daß jeder der vier Ausſchnitte der Ellipſe *ACD*, *DCB*, *BCE*, *ECA*, in welche ſie durch die zween mit einander verbundene Durchmeſſer *AB*, *DE* getheilet wird, dem vierten Theil der ganzen Ellipſe, und alſo einem jeden andern ſolchen Ausſchnitte gleich ſeyn müſſe; wie auch, daß alle Dreyecke, welche die Hälften verſchiedener mit einander verbundenen Durchmeſſer mit den Sehnen *AD*, *DB*, *BE*, *EA* einſchlieſſen, und die Abſchnitte *AD*, *DB*, *BE*, *EA*, ſamt vielen andern Figuren, die eine kurze Betrachtung entdecken kan (20), einerley Gröſſe bekommen.

§. 26. Die Winkel aber, welche zween mit einander verbundene Durchmeſſer der Ellipſe bey *C* einſchlieſſen, ſind nur in einem gewiſſen Falle gerade. Denn wenn die gerade Linie *cp*, welche in der Fläche des Cirkels an diejenige perpendicular anlauft, in welcher dieſe Fläche die Fläche des Entwurfs durchſchneidet, den Winkel *acd* würklich theilet, und es iſt *CP* der Entwurf dieſer *cp*, ſo iſt der Winkel *ACP* gröſſer als *acp*, und *PCD* gröſſer als *pcd* (16); alſo auch der aus beiden erſtern zuſammengeſetzte *ACD* gröſſer als der rechte Winkel *acd*, wodurch der daneben ſtehende *DCB* nothwendig kleiner wird, als der ebenfalls gerade Winkel *dcb*. Es können alſo die Winkel *ACD*, *DCB* nur in dem Falle gerade werden, wenn *acp* oder *pcd* verſchwindet, indem einer der Halbmeſſer *ac* oder *dc* ſelbſt in die *pc* fällt.

§. 27. Soll nun auch die Gröſſe eines Durchmeſſers, oder der Hälfte deſſelben *AC*, aus den Winkeln *I* und *acp*, welchen wir oben *H* genennet haben, beſtimmet werden, ſo iſt der Sinus des Winkels *i*, mit welchem die verlängerte *cp* an die Fläche des Entwurfs anläuft, $= \mathit{ſin}\ I.\ \cos H$ (16), alſo $\cos i = \surd(1 - (\mathit{ſin}\ I)^2 (\cos H)^2)$. Der Halbmeſſer des Cirkels *adbe* wird künftig immer unter der Benennung *a* vorkommen, und dieſe giebt $AC = a.\ \cos i =$

$a\surd$

$a\sqrt{(1 - (\mathit{ſin}\ I)^2(\cos H)^2)}$. Auf eben die Art wird auch DC aus den Win- T. I. Fig. 7.
keln I und pcd gefunden. Will man aber die angenommene Benennungen beybehalten: ſo iſt, wenn die Durchmeſſer AB, DE mit einander verbunden ſind, pcd die Ergänzung des acp zu einen rechten Winkel, und alſo $\cos pcd = \mathit{ſin}\ H$, wodurch entſtehet $DC = a\sqrt{(1 - (\mathit{ſin}\ I)^2(\mathit{ſin}\ H)^2)}$. Werden nun die Quadrate dieſer AC und DC genommen, ſo wird eine beſondere Eigenſchaft jeder zween mit einander verbundenen Durchmeſſer einer Ellipſe entdecket. Es iſt nehmlich $AC = aa - aa(\mathit{ſin}\ I)^2(\cos H)^2$, und $DC^q = aa - aa(\mathit{ſin}\ I)^2(\mathit{ſin}\ H)^2$: demnach $AC^q + DC^q = 2a^2 - a^2(\mathit{ſin}\ I)^2 . ((\cos H)^2 + (\mathit{ſin}\ H)^2)$. Nun iſt $(\cos H)^2 + (\mathit{ſin}\ H)^2$ immer dem Quadrat des zur Einheit angenommenen Radius gleich, und alſo ebenfalls $= 1$; folgends $AC^q + DC^q = 2a^2 - a^2(\mathit{ſin}\ I) = a^2 + a^2(1 - (\mathit{ſin}\ I)^2) = a^2 + a^2(\cos I)^2$. Dieſe Gröſſe hat alſo die Summe der Quadrate jeder zween mit einander verbundenen halben Durchmeſſer beſtändig: und wir werden alsbald ſehen, daß a und $a \cos I$, zu eben der Ellipſe gehörige mit einander verbundene halbe Durchmeſſer ſind.

§. 28. Wenn wir nehmlich nun wieder zu der ſechſten Zeichnung zurück- T. I. Fig. 6.
kehren, und uns in derſelben den Durchmeſſer des Cirkels ab ſo vorſtellen, daß er verlängert, an die der PR parallel liegende Schneidungslinie perpendicular anlauffen muß, ſo werden alle dieſem Durchmeſſer perpendicular gezogene Sehnen de dieſer PR parallel. Und eben dadurch wird auch der Durchmeſſer AB, welcher der Entwurf des ab iſt, der PR perpendicular, die Vorſtellungen der Sehnen, aber kommen der PR parallel zu liegen. Nunmehro ſind die Winkel bey F nothwendig gerade; alſo müſſen auch die mit einander verbundenen Durchmeſſer, deren einer AB, der andere aber der DE parallel iſt, einen rechten Winkel einſchlieſſen. Dieſe Durchmeſſer der Ellipſen werden die Axen derſelben genennet.

§. 29. Es bedeute noch immer a die Länge des Radius des um c beſchriebenen Cirkels. Da nun die eine Axe der Ellipſe der PR parallel lieget, ſo wird die Länge dieſer Axe $2a$ ſeyn, und ihre Hälfte a: die andere aber, welche auf die PR perpendicular fällt, wird die Gröſſe $2a . \cos I$ bekommen, und ihre Hälfte wird $a . \cos I$ ſeyn. Jene $2a$ iſt gröſſer als ein jeder anderer Durchmeſſer der Ellipſe, und dieſe $2a . \cos I$ iſt kleiner, als ein jeder dieſer Durchmeſſer

T. I. Fig. 6. (23). Deſto beſſer können die zwo Axen durch die Beywörter der gröſſern und der kleinern von einander unterſchieden werden. Man ſiehet leicht, daß die leztere dieſer Axen deſto kleiner ausfallen müſſe, je gröſſer der Winkel I genommen wird, indem die erſtere bey jeder Gröſſe dieſes Winkels ihre Länge $2a$ behält.

§. 30. Es hat aber auch eine jede Sehne des Cirkels *abed*, welche bey ihrer Verlängerung auf die der PR parallel liegende Schneidungslinie perpendicular fällt, zu ihrer Vorſtellung in der Ebene PQ die Verhältniß $1 : \cos I$; und dieſe Vorſtellung iſt der kleinern Axe der Ellipſe parallel, in einer Entfernung, die ſo groß iſt, als die Entfernung der Sehne von c, dem Mittelpunct ihres Cirkels: von der gröſſern Axe aber wird jede dieſer Vorſtellungen in zwo Hälften getheilet. Dieſes giebt eine bequeme Anweiſung an die Hand, wenn die Lage der Schneidungslinie PR, und der Ort des Mittelpuncts C in der Fläche PQ bekant ſind, eine Scheibe, deren halber Durchmeſſer a, und ihre Neigung gegen die Fläche PQ, I iſt, in dieſer Fläche würklich zu entwerfen. T. I. Fig. 8. Es wird (*T. I. Fig.* 8.) durch C die AB der Schneidungslinie parallel gezogen, und um C, mit dem Radius $CA = a$, ein Cirkel $AdBe$ beſchrieben, welcher dem zu entwerfenden gleich ſeyn wird. In dieſem Cirkel wird der Durchmeſſer de dem vorigen AB perpendicular gemacht, und dieſem de, werden ſo viele Sehnen fg, als man will, parallel geordnet. Nun wird gemacht, $Cd : CD = 1 : \cos I = Ce : CE = Hf : HF = Hg : HG$, und eben ſo wird mit einer jeden andern Sehne verfahren. Alsdenn kan durch die gefundene Puncte D, F, E, G, und durch die beiden A, B, die Ellipſe, welche die verlangte Vorſtellung ſeyn wird, genau genug gezeichnet werden.

§. 31. Wir müſſen uns bey dieſer Beſchreibung etwas aufhalten, weil ſie von mannigfaltigem Gebrauche iſt. Sie machet die Verhältniſſe $Cd : CD$, $Hf : HF$ und alle andere dieſer Art, einander gleich, und ſo groß als die Verhältniß $1 : \cos I$, ſo daß, wenn eine dieſer Verhältniſſe $Cd : CD$, $Hf : HF$, $1 : \cos I$ gegeben iſt, die übrigen alle bekant werden. Hieraus folget ſogleich, daß zwo zu verſchiedenen Cirkeln, aber einerley Winkel I, entworfene Ellipſen einander ähnlich werden müſſen, und eine kleine Betrachtung kan dieſes deutlicher machen, als viele Worte. Wird alſo der Kürze wegen CD durch den Buchſtaben c angedeutet, ſo ſind alle Ellipſen einander ähnlich, in wel-

chen

chen *a* zur *c*, das iſt *Cd* zur *CD*, oder *AC* zur *CD*, eben die Verhältniß hat. *T. I. Fig.* 8.
Dieſes kan zu einen Kennzeichen der Aehnlichkeit dieſer Figuren dienen, ohne welchem ſie nicht ſtatt haben kan.

§. 32. Es können aber auch, wenn die beiden Axen der Ellipſe gegeben ſind, ſo viele Linien *HF*, und ſo viele Puncte des Umkreiſes *F* gefunden werden, als man haben will, wenn auſſer dem vorigen *AdBe*, man noch einen andern Cirkel um *C* beſchreibt, deſſen Durchmeſſer die kleinere Axe *DE* iſt. Wird alsdenn der Radius *fC* gezogen, welcher den Umkreis des kleinern Cirkels in *K* ſchneidet, ſo darf man nur durch das Punct *K* eine Linie der *AB* parallel ziehen, welche *fg* in dem geſuchten Punct *F* ſchneiden wird; weil dadurch allerdings die Verhältniß *fH* : *FH* der Verhältniß *fC* : *KC* das iſt, *dC* : *DC* oder *AC* : *DC*, gleich werden muß.

§. 33. Nun ſind in dieſer Zeichnung die Ausſchnitte *dCf*, *DCK* einan- *T. I. Fig.* 6.
der ähnlich, und jeder der Bogen *df*, *DK* hält ſo viele Grade und Minuten, als das Maaß des Winkels *DCK*, welches wir *M* nennen wollen. Geben wir alſo dem Winkel *DCK* dieſe Gröſſe, ſo können wir verſichert ſeyn, daß der elliptiſche Bogen *DF* der Entwurf eines Bogens von eben ſo viel Graden und Minuten ſeyn werde, als deren *M* enthält. Denn weil *DF* beſtimmt wird, indem man *fH* ziehet, ſo iſt immer *DF* der Entwurf von *df*. Und umgekehrt kan, wenn auch die beiden Cirkel nicht beſchrieben ſind, aus der bloſſen Ellipſe und ihren Axen, die Zahl der Grade und Minuten des Bogens *df* gefunden werden, welcher durch einen elliptiſchen Bogen *DF* oder *BF* vorgeſtellt wird, deſſen Anfang in eine der Axen fällt. Denn wenn man *FH* ziehet, ſo wird in dem gröſſern Cirkel *CH* der Sinus zu *df*, und der Coſinus zu *Bf*, in dem kleinern Cirkel aber wird *HF* der Coſinus zu *DK*, und der Sinus zu *LK*. Man hat alſo *fC* oder $AC : CH = 1 : \sin M$, und *CK* oder $CD : FH = 1 : \cos M$, und es kan hieraus *M*, und ſeine Ergänzung zu 90 Graden, gefunden werden.

§. 34. Es ſey (*T. I. Fig. 6.*) auſſer der *de* in dem zu entwerfenden *T. I. Fig.* 6.
Cirkel noch eine andere Sehne *gh* gezogen, welche die vorige in *k* ſchneidet: ſo wird der Entwurf dieſer neuen Sehne, *GH*, den Entwurf der vorigen ebenfalls ſchneiden, und der Punct *K*, in welchem der Durchſchnitt geſchiehet, wird in die Li-

nie

T. I. Fig. 6. nie fallen, welche aus *k* der Fläche *PQ* perpendicular gezogen werden kan. Wird nun anſtatt des *cos i*, für die Sehne *de*, gröſſerer Deutlichkeit wegen, *n* geſetzt, und der *cos i* für die andere Sehne *gh* durch *m* bedeutet, ſo iſt $dk : DK = 1 : n$, wie auch $ke : KE = 1 : n$, folgends $dk.ke : DK.KE = 1 : nn$, oder $DK.KE : dk.ke = nn : 1$. Bey der andern Sehne aber iſt $gk : GK = 1 : m$ und zugleich $kh : KH = 1 : m$, alſo $gk.kh : GK.KH = 1 : mm$. Wir wiſſen daß $dk : gk = kh : ke$, und ſchlieſſen daraus $dk.ke = gk.kh$. Vermittelſt dieſer Gleichheit aber folgt aus den gefundenen Proportionen $DK.KE : dk.ke = nn : 1$ und $gk.kh : GK.KH = 1 : mm$, dieſe neue, $DK.KE : GK.KH = nn : mm$, welche demnach bey der Ellipſe immer ſtatt finden wird.

§. 35. Nun iſt eine jede in der Fläche *PQ* der *DE* parallel gezogene Linie der Entwurf einer andern, welche in der Fläche des Cirkels der *de* parallel lauft, und der *cos i* für dieſe Linie iſt ebenfalls *n*, wie für die *de*. Eben dieſes iſt auch von einer jeden der *GH* parallel laufenden Linie richtig, für deren jede *cos i*, ſo wie für die *GH* ſelbſt, *m* iſt: und in der Geometrie (*) wird der Satz $dk.ke = gk.kh$ auch in dem Falle erwieſen, wenn das Punct *k* auſſer dem Cirkel liegt, und die Sehnen verlängert werden müſſen, wenn ſie einander daſelbſt ſchneiden ſollen: da denn auch *K* auſſer der Ellipſe zu liegen kömt. Hieraus
T. I. Fig. 9. folget dieſer Satz: Wenn in einer Ellipſe, (*T. I. Fig. 9.*) die Linien *DE* einander parallel geordnet werden, und man ziehet noch andere *GH*, einander ebenfalls parallel, deren jede eine der vorigen in *K* ſchneidet; ſo werden, wenn nur *KD*, *KE*, wie auch *KG*, *KH* immer von eben dem Punct *K* angenommen werden, die Verhältniſſe aller Rechtecke $DK.KE : KG.KH$ einander gleich ausfallen; weil nehmlich jede derſelben der Verhältniß $nn : mm$ gleich iſt.

§. 36. Aus dieſem allgemeinen Satz laſſen ſich verſchiedene andere herleiten, unter welchen hier die folgenden anzumerken ſind. Wenn ein *K* in den Mittelpunct der Ellipſe fällt, ſo daß die beiden durch daſſelbe gezogene Linien *DE*, *GH*, Durchmeſſer derſelben werden: ſo wird zu dieſen Punct $KD = KE$, und $GK = KH$, alſo $KD.KE = KD^q$ und $KG.KH = KG^q$, welche Quadrate ſich demnach wie jede andere dergleichen Rechtecke, *KD.KE*, *KG.KH* gegen einander verhalten müſſen.

§. 37.

(*) Im 439ſten §.

§. 37. Iſt aber (*T. I. Fig.* 10.) mit dem Durchmeſſer der Ellipſe *AB* ein anderer *DE* dergeſtalt verbunden, daß alle dieſem *DE* parallel gezogene *GH* von dem vorigen *AB* in gleiche Theile geſchnitten werden: ſo verwandelt ſich die allgemeine Proportion (35) in dieſe: $AK.KB : KG.KH = AC.CB : CD.CE$, oder $AK.KB : KG^q = AC^q : CD^q$; das Rechteck $AK.KB$ iſt, nachdem das Punct *K* in dem Durchmeſſer *AB* genommen wird, verſchieden, wie auch das dazu gehörige Quadrat, KG^q; die Verhältniß aber des Rechtecks zu dem Quadrate bleibt immer einerley, und gleich der Verhältniß der Quadrate aus den halben Durchmeſſern $AC^q : CD^q$. *T. I. F.* 10.

§. 38. Der Umſtand, da *AB*, *DE* die beiden Axen der Ellipſe ſind, wird hier nicht ausgenommen, es mag nun *AB* die gröſſere und *DE* die kleinere, oder umgekehrt *AB* die kleinere und *DE* die gröſſere Axe ſeyn. Wird in jedem dieſer Fälle *CK* der Kürze wegen *x*, und die dazu gehörige *KG*, *y* genennet, *c* aber bedeutet die Hälfte der kleinern Axe, indem noch immer *a* die Hälfte der gröſſern iſt; ſo iſt, wenn anſtatt der *AB* die gröſſere Axe $2a$ genommen wird, nach der verſchiedenen Lage des Puncts *K* in Anſehung des Mittelpuncts, entweder $AK = a - x$, und $KB = a + x$, oder $AK = a + x$, und $KB = a - x$, alſo in jeder Lage $AK.KB = aa - xx$; und demnach $(aa - xx) : yy = aa : cc$. Wird aber anſtatt *AB* die kleinere Axe $2c$ genommen, ſo wird entweder $AK = c - x$, und $KB = c + x$, oder $AK = c + x$, und $KB = c - x$, alſo in beiden Lagen des Puncts *K*, $AK.KB = cc - xx$, und $(cc - xx) : yy = cc : aa$. Wir werden uns aber nur an die erſte dieſer Proportionen halten, die gar leicht in die Gleichung $aayy = cc(aa - xx)$ verwandelt wird.

§. 39. Es läſſet ſich dieſe Proportion auch unmittelbar aus der Beſchreibung der Ellipſe (30) herleiten, welche verlangte, daß (*T. I. Fig.* 8.) überall gemacht werde, $fH : FH = dC : DC$. Denn wenn hier wieder *CH* durch *x*, und die dazu gehörige *FH* durch *y* bedeutet wird, ſo wird eben die Proportion durch $fH : y = a : c$ ausgedruckt, woraus folgt $fH^q : yy = aa : cc$. Nun iſt $fH^q = fC^q - CH^q = aa - xx$, alſo $(aa - xx) : yy = aa : cc$. Aus den angeführten Sätzen aber iſt zu ſehen, daß dieſe Proportion nicht für die Axen allein gelte, ſondern bey jeden zween mit einander verbundenen Durchmeſſern ſtatt habe. *T. I. Fig.* 8.

§. 40. Wir bleiben indeſſen noch immer bey den Axen ſtehen, unter
T. I. F. 11. welchen AB die gröſſere iſt. Wird nun (*T. I. Fig.* 11.) auf dieſe Axe von dem Mittelpunct C zu beiden Seiten eine Linie $CF = CG$ getragen, die ſich zur a verhält, wie $\sin I$ zu 1, und alſo durch $a.\sin I$ ausgedruckt werden kan; ſo werden dadurch zwey Puncte F und G bemerket, welche hier eine vorzügliche Betrachtung verdienen: weswegen ſie auch beſondere Namen bekommen. Wir wollen ſie die Nabel der Ellipſe nennen. Eine der Linien FC, CG ſelbſt aber heiſſet die Eccentricität, welche alſo nichts anders iſt, als die Entfernung eines Nabels von dem Mittelpuncte. Dieſe ſoll durch e bedeutet werden, und demnach ſeyn $e = a.\sin I$.

§. 41. Weil nun der Radius des Cirkels, aus welchem die Sinus genommen werden, hier immer die Einheit iſt, ſo wird $(\sin I)^2 = 1 - (\cos I)^2$, und alſo $ee = aa - aa(\cos I)^2$. Nun war $c = a.\cos I$, und alſo $cc = aa.(\cos I)^2$. Wird dieſes in das vorige gebracht, ſo kömt $ee = aa - cc$, oder $ee + cc = aa$, woraus erhellet, daß die drey Linien e, c, a, unter welchen a die gröſte iſt, Seiten eines rechtwinklichten Dreyecks abgeben können, und daß aus zwoen derſelben die dritte immer zu finden ſey. Wird nun in der Gleichung $aayy = cc(aa - xx)$ anſtatt cc geſetzt $aa - ee$, ſo kömt $aayy = (aa - ee)(aa - xx)$, oder, wenn würklich multipliciret wird, $aayy = a^4 - aaxx - aaee + eexx$. Dividiret man hier beiderſeits durch aa, ſo wird erhalten $yy = aa - xx - ee + \frac{eexx}{aa}$, welchen Werth des yy wir alsbald gebrauchen werden.

§. 42. Es iſt nehmlich die Länge der geraden Linie FH, welche aus dem Nabel F, bis an ein in dem Umkreis der Ellipſe nach Belieben angenommenes Punct H reichet, aus a, c, e, und aus $CK = x$ zu beſtimmen, wenn HK aus dem Punct H auf AB perpendicular fällt. Liegt nun das Punct H ſo, wie es hier vorgeſtellet wird, ſo iſt $FK = e + x$, und $FK^q = ee + 2ex + xx$. Und wenn man die geſuchte FH durch r andeutet, ſo wird die Gleichheit $FH^q = FK^q + HK^q$ alſo ausgedruckt, $rr = ee + 2ex + xx + yy$. Setzet man aber, anſtatt yy, den eben gefundenen Werth deſſelben, ſo wird $rr = ee + 2ex + xx + aa - xx - ee + \frac{eexx}{aa}$, oder $rr = aa + 2ex + \frac{eexx}{aa}$, weil

die übrigen Quadrate einander vernichten. Nun iſt $aa + 2ex + \frac{eexx}{aa}$, das Quadrat zu der Wurzel $a + \frac{ex}{a}$ oder $\frac{aa + ex}{a}$. Werden alſo anſtatt der Quadrate ihre Wurzeln genommen, ſo komt $r = \frac{aa + ex}{a}$, oder $r = a + \frac{ex}{a}$: und weil $e = a. \mathit{ſin}\, I$ (40), folgends $\frac{e}{a} = \mathit{ſin}\, I$, ſo kan auch geſetzt werden $r = a + x. \mathit{ſin}\, I$. T. I. F. II.

§. 43. Es iſt andem, daß das Quadrat $aa + 2ex + \frac{ee}{aa}$, auſſer der gebrauchten, noch eine andere Wurzel hat, nehmlich $-\frac{aa + ex}{a}$. Weil aber die dadurch angezeigte r nicht der Gröſſe, ſondern blos ihrer Lage nach von der vorigen verſchieden iſt; ſo haben wir uns damit nicht zu beſchäftigen. Auch wird, wenn K nicht zwiſchen C und B, ſondern zwiſchen C und A fällt, nicht wie vorher $r = \frac{aa + ex}{a}$, ſondern $r = \frac{aa - ex}{a}$ oder $r = \frac{ex - aa}{a}$ gefunden. Es ſind aber auch die r, welche durch dieſe zween letzten Ausdrücke angegeben werden, nicht der Gröſſe, ſondern nur der Lage nach, von einander verſchieden; und $\frac{aa - ex}{a}$ wird aus $\frac{aa + ex}{a}$ unmittelbar erhalten, wenn man nur dem x das gegenſeitige Zeichen giebt, wie geſchehen muß, wenn CK ſich von C gegen A erſtrecket, da FK nicht mehr durch $e + x$, ſondern durch $e - x$, oder $x - e$ auszudrucken iſt. In dieſem Verſtande kan der zu erſt gefundene Ausdruck $r = \frac{aa + ex}{a}$ als allgemein betrachtet werden.

§. 44. Aus dieſem Grunde kan auch GH, die Entfernung eben des Puncts H von dem andern Nabel der Ellipſe, unmittelbar aus dem gefundenen Werthe des r hergeleitet werden, wenn man nur in demſelben anſtatt e ſetzet $-e$. Denn CG iſt nichts anders als CF in der verkehrten Lage. Iſt alſo nach dem

T. I. F. II. verſchiedenen Orte des angenommenen Puncts H, $FH = \frac{aa + ex}{a}$, oder $a + x. ſin I$ (42), ſo wird die dazu gehörige $GH = \frac{aa - ex}{a} = a - x. ſin I$. Iſt aber $FH = \frac{aa - ex}{a} = a - x. ſin I$, ſo wird zu eben dem Puncte $GH = \frac{aa + ex}{a} = a + x. ſin I$. Woraus in beiden Fällen flieſſet $FH + HG = a + x. ſin I + a - x. ſin I = 2a$, und $FH - HG = 2x. ſin I$. Es iſt alſo die Summe zwoer von den beiden Nabeln einer Ellipſe nach eben den Punct ihres Umkreiſes gezogener geraden Linien, $FH + HG$, immer von einer beſtändigen Gröſſe, und gleich der gröſſern Axe derſelben AB; ihr Unterſchied aber iſt $2x. ſin I$, aus welchen Längen, $2a$ und $2x. ſin I$, wenn ſie bekant ſind, die FH und GH geſchloſſen werden (*).

§. 45. Es läſſet ſich aber auch, vermittelſt der gefundenen Gleichheit $r = \frac{aa + ex}{a}$, hinwiederum die Linie x aus r, und den bekanten a und e beſtimmen. Dieſelbe giebt durch eine kleine Veränderung $aa + ex = ar$, oder $ex = ar - aa$, woraus kömt, $x = \frac{ar - aa}{e}$, wodurch die Proportion $e : a = r - a : x$ angegeben wird. Man kan auch ſetzen $x = \frac{r - a}{ſin I}$, wie leicht zu ſehen iſt (40).

§. 46. Aus eben der Gleichung $ex = ar - aa$ wird auch $e + x = FK$ gefunden. Denn wenn man beiderſeits ee zuſetzet, hernach aber für $- aa + ee$ das ihm gleiche $- cc$ nimmt; ſo wird $ee + ex = ar - cc$, und alſo $e + x = \frac{ar - cc}{e}$. Man kan auch aus dem gefundenen $x = \frac{r - a}{ſin I}$ herausbringen, $e + x = a. ſin I + \frac{r - a}{ſin I} = \frac{a(ſin I)^2 + r - a}{ſin I} = \frac{r - a(cos I)^2}{ſin I}$ weil $(ſin I)^2 - 1 = -(cos I)^2$.

§. 47.

(*) Siehe in meinen *Elem. Analyſ. finit.* den 66. §.

§. 47. Zu dieſer $e + x$ oder FK nun verhält ſich FH oder r, wie ſich der Radius zu dem Coſinus des Winkels HFK verhält, welchen FH mit der gröſſern Axe einſchlieſſet. Wird alſo dieſer Winkel durch v, und alſo ſein Coſinus durch $\cos v$ angedeutet: ſo iſt $r : \frac{ar - cc}{e}$ oder $er : ar - cc = 1 : \cos v$, oder $\cos v = \frac{ar - cc}{er}$ welcher Ausdruck dienet, den Winkel v aus r, und den bekanten a, c, e zu finden. Eben die Proportion giebt auch $er. \cos v = ar - cc$, oder $cc = ar - er. \cos v$, woraus folget $r = \frac{cc}{a - e. \cos v}$ und dieſes zeiget den Weg, von dem Winkel v, wenn dieſer bekant iſt, auf r zu kommen. Ueberhaupt aber ſind alle hier angemerkten Sätze in der Aſtronomie von wichtigen Nutzen. Und es iſt leicht in dieſen Ausdrücken, $a. \sin I$ anſtatt e, und $a. \cos I$ anſtatt c, zu ſetzen, wenn davon einiger Vortheil zu erwarten ſtehet. *T. I. F. 11.*

§. 48. Wird aber in der Gleichung $r = \frac{aa - ex}{a}$, welche r in dem Falle angiebt, da K zwiſchen C und A zu liegen komt, x der e gleich genommen, ſo wird die Gröſſe der FL herausgebracht, welche bey F auf der AB perpendicular ſtehet; weil dieſe allerdings diejenige FH iſt, zu welcher an dieſer Seite des Mittelpuncts, $x = e$. Es komt aber dadurch $r = \frac{aa - ee}{a} = \frac{cc}{a}$ welches anzeiget, daß FL die dritte Proportionallinie zu a und c ſey. Eben die Gröſſe bekomt auch die GH, wenn ſie der AB perpendicular wird. Wird eine dieſer Linien, als LF, verdoppelt, wie dieſes geſchiehet, wenn man ſie an der andern Seite der Axe, bis an den Umkreis der Ellipſe in l verlängert; ſo wird Ll der zu der Axe AB gehörige Parameter der Ellipſe genennet, ſo daß, wenn geſetzt wird $b = \frac{cc}{a}$ dieſer Parameter durch $2b$ auszudrucken iſt. Man ſtellet ſich, der Gleichförmigkeit wegen, zu einem jeden Durchmeſſer der Ellipſe $2a$, mit welchem $2c$ verbunden iſt, einen Parameter $2b$ vor, deſſen Gröſſe durch $b = \frac{cc}{a}$ beſtimt wird. Unter allen dieſen Parametern iſt der zur gröſſern Axe gehörige, der vorzüglichſte.

 §. 49.

T. I. F. II. §. 49. Aus $b = \frac{cc}{a}$ folget, $c : b = a : c$, und $a : b = aa : cc$. Es können alſo in zwo verſchiedenen Ellipſen, die Verhältniſſe $c : b$ und $a : b$ nicht gleich ſeyn, ohne daß auch zu denſelben die Verhältniſſe $a : c$ gleich werden. Demnach kan die Aehnlichkeit zwoer Ellipſen daraus, daß in jeder derſelben eben die Verhältniß $a : b$ oder $c : b$ ſtatt hat, eben ſowol geſchloſſen werden, als wir ſie aus der Gleichheit der Verhältniß $a : c$ oder $1 : cos\ I$ ſchlieſſen konten (31).

§. 50. Wenn wir, anſtatt daß wir die CK durch x bezeichnet haben, die AK durch z andeuten, ſo wird $z = a + x$, und $x = z - a$. Die Gleichheit aber, welche wir bisher gebraucht haben, verſchiedene Eigenſchaften der Ellipſe herauszubringen, $aayy = cc(aa - xx)$, wird dadurch in dieſe $aayy = cc(aa - zz + 2az - aa)$ verwandelt, welche mit $aayy = cc(2az - zz)$ völlig einerley iſt. Wird aber anſtatt cc das ihm gleiche ab (48) geſetzt, ſo komt $aayy = ab(2az - zz)$ oder $ayy = 2abz - bzz$, welche Gleichung öfters mit Bequemlichkeit an ſtatt der vorigen gebraucht werden kan. Vornehmlich fließt aus derſelben, daß wenn z ſehr klein genommen wird, ohne beträchtlichen Fehler ſeyn werde, $yy = 2bz$. Denn wenn z ſehr klein iſt, ſo kan ſie in Anſehung der $2a$ für nichts gehalten werden, und alsdenn wird $2abz$ dadurch, daß man davon bzz abziehet, nicht gemindert, ſo daß geſetzt werden kan, $ayy = 2abz$, oder $yy = 2bz$. Ueberhaupt wird der hiedurch begangene Fehler deſto kleiner, je kleiner z genommen wird. Wenn aber a ſehr groß iſt, ſo kan auch z groß genommen werden, ohne daß deswegen die verkürzte Gleichung allzuweit von der Wahrheit abweiche.

Von der Parabel.

§. 51. Jedes Punct des Umkreiſes einer Ellipſe, in welchem ihn die gröſſere Axe ſchneidet, heiſſet vorzüglich ein Scheitel derſelben: denn man kan auch ein jedes anderes Punct dieſes Umkreiſes einen Scheitel der Ellipſe nennen, wenn man es als den Anfang oder das Ende eines Durchmeſſers betrachtet. Die verkürzte Gleichung $yy = 2bz$ nun iſt für alle Puncte des Umkreiſes der Ellipſe richtig, welche einem ſeiner vorzüglichen Scheitel nahe ſind: und zugleich ſchlieſſen die von dieſen Puncten nach dem Mittelpunct laufende Durchmeſſer derſelben, mit der

der Axe deſto kleinere Winkel ein, je weiter dieſer Mittelpunct von dem Scheitel entfernt iſt, und können in ſo ferne, ohne beträchtlichen Nachtheil der übrigen Eigenſchaften, die ihnen als Durchmeſſer zu kommen, als der Axe parallel angeſehen werden. Bey etwas mehr von der Axe entfernten Puncten aber, hat keines von beiden ſtatt: und wenn man ſich eine krumme Linie vorſtellet, für welche die Gleichung $yy = 2bz$ durchaus gilt, ſo groß auch die z nach und nach werden mag, ſo wird dieſe Linie, ohngeachtet ſie als der Umkreis einer Ellipſe betrachtet werden kan, in welcher a, in Anſehung einer jeden z von beſtimter Gröſſe, unendlich groß iſt, doch von demſelben verſchieden, und bekomt den beſondern Namen einer Parabel. T. I. F. 11.

§. 52. Dieſe Linie ſchlieſſet ſich niemals. Denn wenn in der von A ohne Ende zu verlängernden AB (*T. I. Fig.* 12.), der Theil AI, z, und die derſelben ſenkrecht gezogene IG, y ſeyn ſoll, ſo kan die Gleichung $yy = 2bz$, in welcher b eine Linie von unveränderlicher Gröſſe bedeutet, unmöglich bey einer jeden Gröſſe der z beſtehen, wenn nicht, indem dieſe z nach und nach vergröſſert wird, auch y zugleich wächſet. Es iſt alſo A das einzige Punct, zu welchem y Nichts werden, und die Parabel an die gerade Linie AB anlaufen kan. Da aber auch, durch die Gleichung $yy = 2bz$, zu einer jeden nach Willkühr angenommenen z zwo y angegeben werden, die eine durch $y = +\sqrt{2bz}$, und die andere durch $y = -\sqrt{2bz}$, in dem $\sqrt{2bz}$ die mittlere Proportionallinie zwiſchen $2b$ und z andeutet: ſo hat die Parabel auch dieſes mit der Ellipſe gemein, daß eine jede der AB perpendicular gezogene Gg, die ſich bey G und g in derſelben endiget, von der AB in die zwey gleiche Theile IG und Ig geſchnitten wird. Es kan alſo auch AB die Axe der Parabel, und A ihr vorzüglicher Scheitel genennet werden. T. I. F. 12.

§. 53. Was AB bey der Gg, und allen derſelben parallel geordneten Sehnen der Parabel leiſtet, das leiſtet auch eine jede derſelben parallel laufende DC bey andern Sehnen, die einander zwar ebenfalls parallel geordnet werden müſſen, aber ſo, daß ſie die DC nicht unter geraden, ſondern ſchiefen Winkeln ſchneiden. Denn da, wenn man ſich bey der Parabel einen dergleichen Mittelpunct gedenken will, als wir bey der Ellipſe würklich angetroffen haben, dieſer in der AB unendlich weit von A entfernt werden muß: ſo iſt eine

T. I. F. 12. jede Linie, welche, wie DC der AB parallel lieget, als ein nach dieſem Mittelpuncte laufender Durchmeſſer derſelben anzuſehen, welcher, wie jeder Durchmeſſer der Ellipſe, alle in einer gewiſſen Lage einander parallel geordnete Sehnen derſelben in ihre Hälften theilet. Man ſiehet aber leicht, daß dieſe von der DC getheilten Sehnen, keinesweges, wie Gg, derſelben ſenkrecht ſeyn können. Es erfordert aber unſer gegenwärtiger Zweck keine genauere Betrachtung dieſer Durchmeſſer.

§. 54. Wir bleiben bey der Axe ſtehen, und ſetzen, zur Ausfindung desjenigen Puncts derſelben, welches zum Nabel wird, wenn man die Parabel als eine Ellipſe betrachtet, und aus dieſer Urſache den Namen des Nabels der Parabel bekomt, daß in der Gleichung $yy = 2bz$, die Linie y ſo groß ſey als b, weil dieſes bey den Nabeln der Ellipſe, und ſonſt bey keinen andern Punct ihrer Axe, ſtatt findet. Alsdann wird $bb = 2bz$, oder $b = 2z$, und $z = \frac{1}{2}b$, welches anzeiget, daß wenn AF ſo groß genommen wird, als $z = \frac{1}{2}b$, das Punct F würklich der Nabel der Parabel ſeyn werde. Es iſt alſo der Theil der Axe AF, welcher von dem Scheitel derſelben bis an den Nabel reichet, halb ſo groß als $FL = b$, und der vierte Theil von $2b, = Ll$, welche Linie der Parameter der Parabel iſt. Dieſe Ll iſt alſo die in der Gleichung $yy = 2bz$ enthaltene beſtändige Linie $2b$, durch welche allein die Parabel völlig beſtimmt wird; weil man z nach Belieben annehmen, und die dazu gehörigen y nach der gegebenen Anweiſung (52) finden kan. Die Nabel der Parabeln ſelbſt aber ſind in der Aſtronomie von keiner geringern Wichtigkeit, als die Nabel der Ellipſen. Sie werden auch Brennpuncte genant.

§. 55. Die Entfernung des Nabels F von irgend einem Puncte der Parabel H, welche wir bey der Ellipſe r genennet haben, wird aus der zu dem Punct H gehörigen $z = AK$ alſo beſtimmet. Es iſt $FH^q = FK^q + KH^q$, und $FK = z - \frac{1}{2}b$, KH aber $= 2bz$, demnach $FH^q = r^2 = z^2 - bz + \frac{1}{4}b^2 + 2bz = z^2 + bz + \frac{1}{4}b^2$. Dieſes iſt das vollſtändige Quadrat zur Wurzel $z + \frac{1}{2}b$, und demnach $r = z - \frac{1}{2}b$, oder $FH = AK + AF$.

§. 56. Wird alſo eine gerade Linie AB zur Axe einer Parabel, und in derſelben, das Punct A zu ihrem Scheitel, F aber zum Nabel angegeben: ſo kan vermittelſt dieſes Satzes ein ſo groſſer Theil derſelben, als verlangt wird, folgendermaſſen

dermaſſen beſchrieben werden. Nachdem die Axe von dem Scheitel A rück- *T. I. F. 12.* wärts gegen P verlängert, und AP der AF gleich gemacht worden iſt, wird durch ein in der Axe nach Gutbefinden angenommenes Punct I, die Gg derſelben perpendicular gezogen, und zu beiden Seiten gehörig verlängert. Ein um den Mittelpunct F, mit dem Radius IP, beſchriebener Cirkelkreis, wird dieſe Gg in den Puncten G, g ſchneiden, durch welche die Parabel hindurch gehen muß; und man kan auf eben die Art ſolcher Puncte ſo viele finden, als man nöthig hat, den verlangten Theil der Parabel mit einer hinlänglichen Richtigkeit durch dieſelbe zu zeichnen. Es iſt aber dieſes der geringſte Nutzen dieſes Satzes.

§. 57. Gegenwärtig bedienen wir uns deſſelben nur aus r oder z auf den Winkel HFK, und von dieſem zurück zu ſchlieſſen. Es iſt aber, wenn wir dieſen Winkel HFK, welchen die $FH = r$ mit der Axe der Parabel einſchlieſſet, wieder v nennen, $FH : FK = (z + \frac{1}{2}b) : (z - \frac{1}{2}b) = 1 : \cos v$, und alſo $\cos v = \frac{z - \frac{1}{2}b}{z + \frac{1}{2}b}$. Wird aber aus der Gleichung $r = z + \frac{1}{2}b$, anſtatt z geſetzt $r - \frac{1}{2}b$, ſo kömt $z - \frac{1}{2}b = r - b$, und $\cos v = \frac{r - b}{r}$, wodurch der Winkel v aus r ohne Weitläuftigkeit beſtimmt wird. Und da hieraus folget, $r.\cos v = r - b$, und $b = r - r.\cos v = r\,(1 - \cos v)$, ſo wird hinwiederum vermittelſt der Vorſchrift $r = \frac{b}{1 - \cos v}$, die Entfernung eines jeden in der Parabel liegenden Puncts H von ihrem Nabel F, eben ſo leicht gefunden.

§. 58. Aus dem letzten dieſer Ausdrücke, welcher die Proportion $(1 - \cos v) : 1 = b : r$ in ſich enthält, iſt ſehr deutlich einzuſehen, in welchem Verſtande jede zwo Parabeln, ſo verſchieden auch ihre Parameter ſeyn mögen, einander ähnlich genennet werden. Wenn nehmlich in den zu den Axen zwoer Parabeln angenommenen Linien, die Puncte F und A nach Belieben angenommen, und dadurch die Parameter beſtimmt werden, b zu der einen, und B zu der andern und man ſuchet alsdann die zu eben den Winkel v in beyden gehörige r, R; ſo wird ſo wohl $(1 - \cos v) : 1 = b : r$, als auch $(1 - \cos v) : 1 = B : R$, und demnach $b : r = B : R$, oder $b : B = r : R$. Dieſe Proportion iſt bey

T. I. F. 12. jeder Gröſſe des Winkels *v* richtig; es verhalten ſich die zu denſelben gehörigen *r*, *R* immer wie *b*, *B*, die Parameter der Parabeln. Wird alſo die Arbeit zu einer hinlänglichen Zahl ſolcher Winkel wiederhohlet, ſo daß dadurch zwo Figuren herausgebracht werden, deren eine *GFH* ſeyn mag, ſo werden dieſe Figuren einander allerdings ähnlich. Jede zwo geraden Linien, deren eine zween in der *GFH* liegende Puncte mit einander verknüpfet, die andere aber zween andere, die in der zweiten Figur eben die Lage haben, verhalten ſich ebenfalls gegen einander wie *b* zu *B*, und die Figuren können durch den Zuſatz anderer, die einander ebenfalls ähnlich ſind, oder durch deren Abzug, in neue einander ebenfalls ähnliche Figuren verwandelt werden.

Von den Tangenten der Ellipſen und Parabeln.

§. 59. Wir müſſen nun wieder zu den Begriffen zurück kehren, von welchen wir abgegangen ſind: und den Cirkel, deſſen orthographiſcher Entwurf uns die Ellipſe gab, noch von einer andern Seite betrachten. Es ſey (*T. I.*
T. I. F. 13. *Fig.* 13.) *abd* dieſer Cirkel, in welchem ein Durchmeſſer *ab* nach Willkühr in *e* verlängert, und von dem Puncte *e* die den Cirkel bey *d* berührende *ed* gezogen iſt. Wird nun von dieſem Puncte *d* die Sehne *dh* dem Durchmeſſer *ab* perpendicular gemacht, welche dieſer bey *k* in zwey gleiche Theile ſchneiden wird, und von eben dem *d* nach den Mittelpunct *c* ein Radius gezogen; ſo werden die rechtwinklichten Dreyecke *ckd*, *cde* einander ähnlich, und $ck : cd = cd : ce$, oder (weil $cd = cb$) $ck : cb = cb : ce$. Wird aber dieſe ganze Zeichnung orthographiſch entworfen, der Cirkel *abd* in *ABD*, die getheilte Linie *ackbe* in *ACKBE*, *dkh* in *DKH*, und *ed* in *ED*, ſo wird erſtlich die Verhältniß $CK : CB$ der $ck : cb$, und $CB : CE$ der $cb : ce$ gleich, und demnach, wenn man die erſtern dieſer Verhältniſſe in der Proportion $ck : cb = cb : ce$ anſtatt der letztern ſetzet, auch $CK : CB = CB : CE$. Wenn man aber zweitens auf die Fläche *Ep* acht hat, welche durch *Ee* und *Dd* gelegt iſt, und die Fläche des Entwurfs in *ED* ſchneidet, ſo ſiehet man leicht, daß dieſe Fläche *Ep*, und folgends auch ihr Durchſchnitt *ED* mit der Fläche der Ellipſe *ABD*, dieſe bey *D* berühren werde. Und da drittens *dh* bey *k* in zwey gleiche Theile geſchnitten wird, ſo wird auch *DH* bey *K* dergeſtalt geſchnitten.

§. 60.

§. 60. Dieſes giebt Anweiſung, wie zu einer Ellipſe ABD, (*T. I. Fig.* 14.) deren Mittelpunct C bekant iſt, von einem auſſer der Ellipſe nach Belieben gegebenen Puncte E eine gerade Linie zu ziehen iſt, die die Ellipſe berühret. Man ziehet durch C und E den verlängerten Durchmeſſer der Ellipſe AE, und machet $CE : CB = CB : CK$. Durch das alſo gefundene Punct K leget man eine Sehne der Ellipſe DH dergeſtalt, daß ſie bey K in zwey gleiche Theile geſchnitten werde, welches etwas ſo gar ſchweres nicht iſt. Dadurch wird das Punct D beſtimmt, durch welches die berührende Linie gehen muß, und zugleich ein anderes H, durch welches und E eine zweite, die Ellipſe berührende Linie hindurch gehet. *T. I. F.* 14.

§. 61. Es iſt uns aber hier nur um den Fall zu thun, da E in der Verlängerung der gröſſern Axe liegt, an welche, auſſer der vorigen nunmehro noch andere Linien gezogen werden können, die in Betrachtung kommen. Wir behalten noch immer die bisher gebrauchten Benennungen, welche die zuletzt gefundene Proportion alſo angeben: $CE = \frac{aa}{x}$ Hieraus aber folgt, $KE = \frac{aa}{x} - x = \frac{aa - xx}{x}$. Nun wird aus $aayy = cc(aa - xx)$ geſchloſſen $aa - xx = \frac{aayy}{cc}$, wodurch, wenn man beiderſeits durch x dividiret, erhalten wird $KE = \frac{aayy}{ccx}$, welcher Ausdruck nach Gutbefinden anſtatt des vorigen zu gebrauchen iſt.

§. 62. Wird nun an das Berührungspunct D die DM der Tangente perpendicular geſetzt, und bis an die Axe verlängert, welche ſie bey M antrift, ſo iſt $KE : KD = KD : KM$. Weil aber $KD = y$, ſo wird vermittelſt dieſer Proportion aus dem gefundenen Werthe der $KE = \frac{aayy}{ccx}$ geſchloſſen $KM = \frac{ccx}{aa}$, woraus ferner folgt $CM = x - \frac{ccx}{aa} = \frac{aax - ccx}{aa} = \frac{aa - cc}{aa} \times x = \frac{eex}{aa}$. Dieſe CM nun zu der $FC = e$ hinzugeſetzt, giebt $FM = e + \frac{eex}{aa}$

T. I. F. 14. $\frac{eex}{aa} = \frac{aae + eex}{aa}, = \frac{e}{a} \times \frac{aa + ex}{a}$. Wird aber eben die CM von GC abgezogen, ſo bleibt $GM = e - \frac{eex}{aa} = \frac{aae - eex}{aa} = \frac{e}{a} \cdot \frac{aa - ex}{a}$. Nun haben wir oben (42. 44.) gehabt $\frac{aa + ex}{a} = FD$, und $\frac{aa - ex}{a} = GD$. Es iſt alſo $FM = \frac{e}{a} \times FD$, und $GM = \frac{e}{a} \times GD$. Dieſes zeiget, daß FD zur FM eben die Verhältniß $a : e$ habe, welche GD zur GM hat.

§. 63. Hieraus aber folgt, daß die bey D der Tangente perpendicular gemachte DM, den Winkel FDG in zwo Hälften theilen werde. Denn die Verhältniß $FD : FM$ iſt die Verhältniß des Sinus des ſpitzigen oder ſtumpfen Winkels bey M zu dem $\textit{ſin}\, FDM$, und die Verhältniß $GD : MG$ iſt die Verhältniß des Sinus eben des Winkels bey M zum $\textit{ſin}\, GDM$. Da nun $FD : FM = GD : MG$, ſo iſt auch $\textit{ſin}\, M : \textit{ſin}\, FDM = \textit{ſin}\, M : \textit{ſin}\, GDM$, und demnach $\textit{ſin}\, FDM = \textit{ſin}\, GDM$: woraus der Schluß leicht zu machen iſt.

§. 64. Nunmehro iſt es nicht ſchwer die Länge der MD zu beſtimmen, da $MD^q = MK^q + KD^q$. Wir hatten (62.) $MK = \frac{ccx}{aa}$, und alſo $MK^q = \frac{c^4x^2}{a^4}$, und es iſt $KD^q = yy$ (38.) $= \frac{cc(aa - xx)}{aa}$, alſo $MD^2 = \frac{c^4\, xx}{a^4} + \frac{cc(aa - xx)}{aa}$, welches auch ausgedruckt wird, wenn man ſchreibet $MD^q = \frac{cc}{aa} \times \frac{ccxx + a^4 - aaxx}{aa}$. Noch einfacher aber wird der Ausdruck, wenn ee anſtatt $aa - cc$ (41.) geſetzt wird, wodurch man erhält $MD^q = \frac{cc}{aa} \times \frac{a^4 - eexx}{aa}$. Erinnern wir uns nun wieder, daß $\frac{aa + ex}{a} = FD$, und $\frac{aa - ex}{a} = GD$, und ſchlieſſen daraus, indem wir die vorhergehenden Glie-

der

der dieſer Gleichheiten in einander multipliciren, $\frac{a^4 - eexx}{aa} = FD.\ GD$, ſo T. I. F. 14. finden wir $MD^q = \frac{cc}{aa} \times FD \times GD$, woraus denn MD leicht zu haben iſt.

§. 65. Noch etwas leichter beſtimmt man die Länge der $ME = CE - CM$. Denn da $CE = \frac{aa}{x}$ und (62) $CM = \frac{eex}{aa}$, ſo iſt $ME = \frac{aa}{x} - \frac{eex}{aa} = \frac{a^4 - eex}{aax}$. Wenn nun wieder, anſtatt des $\frac{a^4 - eexx}{aa}$ das ihm gleiche $FD.\ GD$ geſetzt wird, ſo komt $ME = \frac{FD.\ GD}{x}$. Woraus man ſchlieſſen kan, $ME^q ; MD^q : = \frac{FD^q.\ GD^q}{xx} : \frac{cc}{aa}.\ FD.\ GD = FD.\ GD : \frac{cc.\ xx}{aa}$.

§. 66. Hieraus wird ferner die Länge der FL gefunden, welche aus dem Nabel F auf die Tangente EL perpendicular fällt. Denn es iſt $ME^q : MD^q = FE^q : FL^q$, und $FE = \frac{aa}{x} + e = \frac{aa + ex}{x}$, wofür geſchrieben werden kan $FE = \frac{a}{x} \times \frac{aa + ex}{a}$, oder $FE = \frac{a.\ FD}{x}$. Wir haben alſo, wenn wir alles dieſes gebrauchen $FD.\ GD : \frac{cc.\ xx}{aa} = \frac{aa.\ FD_q}{xx} : FL^q$, woraus geſchloſſen wird $FL^q = \frac{FD}{GD} cc$.

§. 67. Sollen nun eben dergleichen Sätze auch für die Parabel entdecket werden, ſo müſſen die Entfernungen der Puncte, um welche es zu thun iſt, nicht von dem Mittelpuncte, welcher bey einer Parabel eigentlich nicht ſtatt findet, ſondern von dem Scheitel A, oder B, oder von einem andern Puncte an, welches ſowol bey der Parabel, als der Ellipſe anzugeben iſt, gerechnet werden. Setzen

T. I. F. 14. wir aber in dem Ausdrucke $CE = \frac{aa}{x}$, welcher (61) für die Tangente der Ellipſe gefunden worden iſt, $a - z$ für x, indem wir z die KB bedeuten laſſen, ſo wird $CE = \frac{aa}{a-z}$ und $BE = CE - CB = \frac{aa}{a-z} - a = \frac{az}{a-z}$ von welchem Ausdrucke der Uebergang zur Parabel ſehr kurz iſt. In dieſer iſt a unendlich groß, und alſo $a - z = a$, weil z immer von einer gewiſſen völlig beſtimten Gröſſe angenommen wird, und alſo die a, welche eben deswegen, weil ſie unendlich iſt, immer gröſſer und gröſſer werden kan, weder vermehret noch
T. I. F. 15. vermindert. Es iſt alſo für die Parabel (T. I. F. 15) die Entfernung des Puncts E, in welcher die DE, ſo dieſelbe bey D berühret, an die verlängerte Axe anlauft, von dem Scheitel, $AE = \frac{az}{a} = z = AK$.

§. 68. Hieraus wird $KE = 2z$, und wenn DM bey D auf die Tangente perpendicular fällt, ſo erhält man aus der Proportion $KE : KD = KD : KM$ dieſe $KM = \frac{yy}{2z} = \frac{2bz}{2z}$ (51) $= b$, woraus folget $MA = b + z$, und, wenn F der Nabel iſt, $MF = b + z - \frac{1}{2}b = z + \frac{1}{2}b$. Eben ſo groß iſt auch FE (54. 67) und wir haben (55) geſehen, daß FD eben die Länge habe. Es ſind alſo die drey Linien FM, FD, FE einander ſämtlich gleich, und jedes der Dreyecke MFD, DFE iſt gleichſchenklicht.

§. 69. Wird alſo aus D die DG der Axe parallel gezogen, von welcher man ſich einbilden muß, daß ſie nach den andern Nabel laufen werde, wenn man ſich die Parabel als eine ins Unendliche verlängerte Ellipſe vorſtellet, ſo iſt der dem DMF gleiche Winkel GDM, auch dem Winkel MDF gleich, und die DM zerſchneidet demnach den Winkel GDF in zwo Hälften. Eben die DM iſt die mittlere Proportionallinie zwiſchen MK und ME, und alſo $DM^q = b(b + 2z)$ und $DM = \sqrt{(bb + 2bz)}$. Wird aber die FL der Tangente perpendicular gezogen, ſo iſt, weil $MD : FL = ME : FE = 2 : 1$, dieſe FL halb ſo groß als MD, und alſo $FL = \frac{1}{2}\sqrt{(bb + 2bz)}$, oder $FL^q = \frac{1}{4}(bb + 2bz)$.

§. 70. Der Winkel DFM iſt zweimal ſo groß als $FDE = FED$, T. I. F. 15.
und alſo, wenn wir den Winkel DFM auch hier v nennen, $LEF = \frac{1}{2}v$. Demnach iſt $FE : FL = 1 : \mathit{ſin}\ \frac{1}{2}v$, und $FL = (z + \frac{1}{2}b)\,\mathit{ſin}\ \frac{1}{2}v$. Oder, weil $z + \frac{1}{2}b = FD = r$, ſo kan auch geſchrieben werden $FL = r.\,\mathit{ſin}\ \frac{1}{2}v$, durch welche Gleichheit $z + \frac{1}{2}b = r$, oder $z = r - \frac{1}{2}b$ über dieſes der Ausdruck $FL^q = {}^{1}(bb + 2bz)$ in den etwas einfachern $FL^q = \frac{1}{2}br$ verwandelt wird. Es iſt auch $EK : KD = 1 : tan\ \frac{1}{2}v$, oder (weil $EK = 2KA$) $2z : y = 1 : tan\ \frac{1}{2}v$. Nun iſt aus der Gleichung, die hier zum Grunde dienet $2z : y = y : b$ (51.), alſo auch $y : b = 1 : tan\ \frac{1}{2}v$, und $tan\ \frac{1}{2}v = \frac{b}{y}$, $cot\ \frac{1}{2}v = \frac{y}{b}$.

Radius der Krümmung.

§. 71. Die zunächſt folgende Auflöſung hat etwas mehr Schwierigkeit. Wir wollen ſie zu Ende bringen, und den Nutzen des Satzes, welchen ſie geben wird, alsdenn anfügen. ADB (T. I. Fig. 16.) iſt wieder eine Ellipſe, und T. I. F. 16.
AB die gröſſere Axe derſelben. Die Ellipſe wird bey D von der DE berühret, und DM iſt auf dieſe DE perpendicular. Es wird alſo eben die DM auch auf den Umkreis der Ellipſe perpendicular ſeyn, welcher bey dem Punct D von der Tangente DE nicht abweicht. Man nehme ein anderes Punct des Umkreiſes T, ſo nahe an dem vorigen, daß DT als eine gerade Linie angeſehen werden kan, und laſſe von dieſen beiden Puncten DK und Tk der AB perpendicular fallen. Man ziehe auch Tm dem Umkreiſe der Ellipſe perpendicular, gleichwie DM demſelben perpendicular iſt, und verlängere die beiden Linien DM, Tm, bis ſie einander bey R antreffen. Die Länge nun der DR wird geſucht, zu welchem Ende auch Tn der AB parallel gezogen wird, welche die DK in t ſchneidet.

§. 72. Iſt nun wie vorher $CK = x$, und die dazu gehörige $DK = y$, indem auch alle übrige Benennungen bleiben, ſo iſt wie immer $aayy = ccaa - ccxx$. Wird aber Kk durch dx bedeutet, und Dt durch dy, und iſt folgends $Ck = x + dx$, und $Tk = y - dy$, ſo wird, weil die Gleichheit für dieſe Ck, Tk eben ſowol richtig iſt, als für die vorigen CK, DK, auch ſeyn $aa(y - dy)^2 = ccaa - cc(x + dx)^2$. Nun iſt $(y - dy)^2 = yy - 2ydy$, weil das Quadrat von dy in Anſehung $2ydy$ ſo klein iſt, daß es weggelaſſen werden kan; und aus einer ähnlichen Urſache iſt $(x + dx)^2 = xx + 2xdx$, wodurch aus

der

T. I. F. 16. der letztern Gleichung die folgende entſtehet: $aayy - 2aaydy = ccaa - ccxx - 2ccxdx$, welche von der erſten abgezogen, giebt $2aaydy = 2ccxdx$, oder $aaydy = ccxdx$, woraus die Proportion $aay : ccx = dx : dy$ gezogen wird, welche dx, den Zuwachs zu x, mit dy, dem Abgange, welchen y dabey gelitten hat, vergleichet. Da aber das kleine Dreyeck TDn bey D rechtwinklicht iſt, und alſo $dx : dy = dy : tn$, ſo iſt die Verhältniß $dx : tn$ doppelt ſo hoch, als die Verhältniß $dx : dy$, woraus folget $dx : tn = a^4y^2 : c^4x^2$, und durch die Zuſammenſetzung der Glieder $a^4yy : a^4yy + c^4xx = dx : dx + tn = dx : Tn$. Nun hatten wir auch (62) $CM = \frac{eex}{aa}$, woraus Cm wird, wenn wir nur $x + dx$ anſtatt x ſetzen. Es iſt demnach $Cm = \frac{eex}{aa} + \frac{eedx}{aa}$, und alſo $Mm = Cm - CM = \frac{eedx}{aa}$ oder $aa. Mm = eedx$, woraus folgt $Mm : dx = ee : aa$. Da nun die Verhältniß $Mm : dx$ mit der $dx : Tn$ zuſammengeſetzt, die Verhältniß $Mm : Tn$ giebt, ſo wird aus dieſer, und der unmittelbar vorhergehenden Proportion geſchloſſen, $Mm : Tn = aaeeyy : a^4yy + c^4x^2$, woraus ferner flieſſet, $Tn - Mm : Tn = a^4yy + c^4xx - aaeeyy : a^4yy + c^4xx$. Wird aber in dem dritten Gliede dieſer Proportion anſtatt ee geſetzt $aa - cc$, ſo komt $Tn - Mm : Tn = c^4xx + aaccyy : a^4yy + c^4xx$, und wenn man anſtatt yy ſeinen Werth nimt, welcher aus $aayy = ccaa - ccxx$ durch $yy = cc - \frac{ccxx}{aa}$ ausgedruckt werden kan, [wodurch entſtehet $c^4xx + a^2c^2y^2 = a^2c^4$, und $a^4yy + c^4xx = a^4cc - aaccxx + c^4xx = a^4cc - cc(aa - cc)xx = a^4cc - cceexx$] ſo wird endlich die Verhältniß $Tn - Mm : Tn$ der Verhältniß $ccaa : a^4 - eexx$ oder $cc : \frac{a^4 - e^2x^2}{a^2}$ gleich gefunden. Da nun, wenn r und ϱ die beiden von D nach den Nabeln der Ellipſe gezogenen Linien bedeuten, die in der 14ten Zeichnung mit DF, DG bezeichnet ſind, die Gleichheit $\frac{a^4 - eexx}{aa} = DF. DG = r\varrho$ ſtatt findet (64), ſo kan auch geſetzt werden: $(Tn - Mm) : Tn = cc : r\varrho$.

§. 73.

§. 74. Es iſt aber auch $Mm : Tn = RM : Rn$, und alſo $Tn - Mm : Tn = Rn - RM : Rn$, und für Rn kan RD geſetzt werden, weil Dn der Unterſchied dieſer zwo Linien, bey der angenommenen Kleinigkeit der DT, in keine Betrachtung kömt, wodurch wird $Tn - Mm : Tn = RD - RM : RD = DM : RD$, und $(Tn - Mm)^2 : Tn^2 = DM^2 : RD^2$. Wir haben aber oben (64) gehabt $DM^q = \frac{cc(a^4 - eexx)}{a^4} = \frac{cc}{aa} r\varrho$, und DR iſt die Länge, welche wir ſuchen, die v heiſſen mag. Dadurch entſtehet $c^4 : r^2\varrho^2 = \frac{c^2 r\varrho}{a^2} : v^2$, und hieraus wird geſchloſſen $v^2 = \frac{r^3\varrho^3}{a^2c^2}$. Wenn wir aber aus der Gleichung $DM^q = \frac{c^2 r\varrho}{a^2}$, für $r\varrho$ ſetzen $\frac{a^2. DM^2}{c^2}$, ſo komt $v^2 = \frac{a^4 DM^6}{c^8}$, und $v = \frac{a^2.DM^3}{c^4}$. T. I. F. 16.

§. 75. Was nun den Nutzen der Linie $v = DR$ anlangt, ſo müſſen wir anmerken, daß, obwol der Theil des Umkreiſes der Ellipſe DT ſo klein genommen werden kan, daß ſeine Krümmung in dieſer oder jener Abſicht keine Betrachtung verdienet, er doch würklich immer einige Krümmung behalten werde, weil es den erſten Begriffen wiederſpricht, daß ein auch noch ſo geringer Theil einer krummen Linie gerade ſeyn ſolte. Man kan ſich alſo immer in dem Umkreiſe der Ellipſe, zwiſchen den zween Puncten D und T ein drittes vorſtellen, welches mit demſelben keinesweges in einer völlig geraden Linie liegen wird, und durch dieſe drey Puncte in den Gedanken einen Cirkelbogen beſchreiben. Dieſer Cirkelbogen, wird zwiſchen den Puncten D und T, wie auch etwas weniges auſſer denſelben, ſo wenig von dem Umkreiſe der Ellipſe abweichen, daß man annehmen kan, er falle in dieſem kleinen Raume mit demſelben ganz und gar zuſammen, ſo daß eben die geraden Linien, welche die Ellipſe bey D und T berühren, auch Berührungslinien zu eben den Puncten des Cirkelbogens werden. Hieraus aber folgt, daß die auf die Berührungslinien der Ellipſe perpendicular geſetzte DR, TR, beide durch den Mittelpunct des Cirkelbogens gehen müſſen, und daß alſo R dieſer Mittelpunct, und RD der Radius ſeyn werde, mit welchem der Cirkelbogen zu beſchreiben iſt.

§. 76. In dieſem Verſtande hat der mit dem Radius $v = DR$ beſchriebene Cirkelbogen eben die Krümmung, welche der Umkreis der Ellipſe bey D

T. I. F. 16. hat, und man kan, wenn DR gefunden iſt, einen Cirkelbogen von dieſer Krümmung immer beſchreiben; weswegen auch v unter andern, den Namen des Radius oder Halbmeſſers der Krümmung bekömt. Die Krümmung eines Cirkelbogens, deſſen Radius bekant iſt, muß hierbey als bekant angeſehen werden. Es iſt aber dieſe Krümmung deſto ſtärker, je kleiner der Radius iſt, weil bey einem kleinern Cirkel ein Theil des Umkreiſes von einer beſtimten Länge immer mehr gebogen iſt, als bey einem gröſſern (*).

§. 77. Wenn das Punct D in die kleinere Axe fällt, ſo iſt $r = \varrho = a$, und alſo $vv = \frac{a^6}{aacc} = \frac{a^4}{cc}$, und $v = \frac{aa}{c}$. Fällt aber D in die gröſſere Axe, ſo iſt immer eine der Linien r, ϱ ſo groß als $a + e$, und die andere, als $a - e$, alſo $r\varrho = aa - ee = cc$, woraus geſchloſſen wird, $vv = \frac{c^6}{ccaa} = \frac{c^4}{aa}$, und $v = \frac{cc}{a}$. Bey dem erſten dieſer Puncte, hat alſo die Ellipſe ihre kleinſte Krümmung, bey dem andern aber die gröſte. Wird in dem leztern Ausdrucke, welcher für die Scheiteln gilt, ſtatt cc, das ihm gleiche ab geſezt, in welchem b noch immer die Hälfte des Parameter bedeutet, ſo kömt $v = \frac{ab}{a} = b$: und dieſe Gleichheit hat auch bey dem Scheitel der Parabel ſtatt, weil in dieſelbige weder a noch c einigen Einfluß hat. Ueberhaupt dienet der Ausdruck $v = \frac{a^2DM^3}{c^4}$, wenn in demſelben b^2a^2 ſtatt c^4 geſezt, und dadurch gemacht wird, $v = \frac{DM^3}{b^2}$, auch für die Parabel. Denn in $DM = \sqrt{(bb + 2bz)}$ iſt weder a noch c enthalten.

Vorbereitungsſäze.

§. 78. Nun iſt noch übrig, daß wir auch die Gröſſen der Figuren, bey deren Umkreis wir uns bisher aufgehalten haben, und einiger ihrer Theile, betrachten; das iſt, die Gröſſen ebener Flächen, deren Gränzen ganz, oder zum Theil, in den Umkreis einer Ellipſe fallen. Zwar biethet uns die Geometrie kein Mit-

(*) Siehe meine Analyſ. infinit. im erſten Theile den 562. §.

Mittel bar, dergleichen Figuren in Dreyecke oder Quadrate zu verwandeln: ſie leh- *T. I. F. 16.* ret uns aber dieſelbe mit Cirkeln, oder gewiſſen Theilen eines Cirkels zu vergleichen, und dieſes muß uns genug ſeyn, da wir dieſen als völlig bekant anſehen können. Denn wir wiſſen, daß wenn wir die Verhältniß des Durchmeſſers eines Cirkels zu ſeinem Umkreiſe, oder des Radius zu dem halben Umkreiſe, auf 1 : 3, 14159265 ſetzen, keine dieſer Ziffern fehlerhaft ſey, und können vermittelſt derſelben den Umkreis eines jeden Cirkels, deſſen Durchmeſſer gegeben iſt, mit einer in gar vielen Fällen überflüßigen Richtigkeit, in bekanten Maaſſen darſtellen. Wenn man die Zahl 3,14159265 durch 180 theilet, welches die Zahl der in dem halben Umkreiſe enthaltenen Grade iſt, ſo wird durch die herausgebrachte 0,01745329, die Gröſſe eines Grades, oder eigentlich die Verhältniß des Halbmeſſers zu dem 360ſten Theil des Umkreiſes angegeben. Eine Minute aber wird, in eben dem Verſtande, der ſechzigſte Theil des vorigen, und alſo 0,00029088, und eine Secunde 0,00000484, welche Zahlen gebraucht werden können, die Gröſſe eines jeden durch Grade und deren Theile angegebenen Cirkelbogens durch bekante Theile des Halbmeſſers auszudrucken. Alles dieſes iſt genau genug; und doch iſt noch eine anſehnliche Menge von Ziffern entdeckt worden (*), welche den hier ſtehenden zu einer noch viel gröſſern Richtigkeit angefügt werden können, wenn dieſe verlangt werden ſollte.

§. 79. Wird nun dieſe Verhältniß des Durchmeſſers eines Cirkels zu ſeinem Umkreiſe, oder des Halbmeſſers zu dem halben Umkreiſe, durch 1 : π angedeutet, ſo wiſſen wir, daß zu einem Cirkel, deſſen Halbmeſſer a iſt, der Umkreis ſeyn werde $2\pi a$; der Inhalt des von dieſem Umkreiſe umſchloſſenen Raumes, πaa, die Oberfläche einer Kugel, ſo eben den Halbmeſſer hat, $4\pi aa$, und die Kugel ſelbſt, $\frac{4}{3}\pi a^3$. Es ſind nehmlich dieſes die Vorſchriften, nach welchen die angezeigten Gröſſen berechnet werden. Mit den Ausſchnitten und Abſchnitten der Cirkel, und den darauf gegründeten Körpern hat es keine gröſſere Schwierigkeit, wenn nur erſt die zu den Ausſchnitten oder Abſchnitten gehörigen Bogen berechnet ſind. Oefters kan man ſich dabey auch blos an den in der Geometrie erwieſenen Satz (**) halten, nach welchem der Abſchnitt eines Cirkels

(*) In den Comm. Petrop. T. VIIII. p. 223, woſelbſt für den Durchmeſſer = 1, der Umkreis bis auf 127 Decimalſtellen angegeben wird.

(**) Im 661. §.

T. I. F. 16. zwey Drittel eines Rechtecks, deſſen Grundlinie und Höhe der Grundlinie und Höhe des Abſchnitts gleich ſind, deſto weniger übertrift, je flächer ſein Bogen iſt, das iſt, je weniger er Grade, Minuten und Secunden enthält.

§. 80. Es werden aber auch alle auf die Verhältniß des Radius eines Cirkels zu ſeinem Umkreiſe gegründeten Rechnungen in vielen Fällen gar ſehr erleichtert, wenn man jene Länge durch Theile ausdrücket, welche bey dem Umkreiſe Grade, Minuten, Secunden genant werden. Da nehmlich der halbe Umkreis 180 Grade, und jeder Grad 60 Minuten enthält, ſo enthält der halbe Umkreis 10800 Minuten, und ſechzigmal ſo viel, das iſt 648000 Secunden. Wird nun zu π, 1, und 648000 die vierte Proportionalzahl 206264,8 gefunden, ſo iſt dieſe die Zahl der Secunden des Umkreiſes, welche gerade gebogen und an einander gelegt, den Halbmeſſer des Cirkels ausmachen würden; und es kan auch geſetzt werden, $1 : \pi = 206264,8 : 648000$ oder $1 : 2\pi = 206264,8 : 1296000$. Es machen aber die in dem Radius enthaltene 206264,8 Secunden, 57 Grade, 17 Minuten und 44,8 Secunden aus, welchem zufolge ſich auch der Radius zu dem halben Umkreiſe wie $57^\circ, 17', 44'',8$ zu 180° verhalten wird; und zu einem jeden andern Bogen, wie eben die Zahl, zu der in dieſem Bogen enthaltenen Zahl der Grade, ſamt den Minuten und Secunden. Auf dieſe Weiſe wird die Verhältniß des Radius zu einem Bogen von ſo oder ſo vielen Graden, Minuten, Secunden ohne Weitläuftigkeit herausgebracht: und es kan alsdann auf dieſe Verhältniß die übrige Rechnung eben ſo gegründet werden, wie man ſich der Verhältniß $1 : \pi$ in den Fällen bedienet, da ſie ſtatt findet.

§. 81. Geometriſch laſſen ſich die Aufgaben, in welche die Verhältniß des Durchmeſſers zu dem Umkreiſe ſeines Cirkels, oder etwas dergleichen, einen Einfluß hat, freylich nicht auflöſen: weil die Geometrie dieſe Verhältniß nicht entdecket. Will man aber mit einer Auflöſung zufrieden ſeyn, welche, ob ſie wol nicht völlig geometriſch genant werden kan, doch das geſuchte, ohne alle Rechnung ſo genau angiebt, als irgend eine andere in völliger Strenge auf die Sätze der Geometrie gegründete Zeichnung thun würde; ſo kan dieſes zwar auf verſchiedene Art geſchehen; am beſten aber ſcheinet ſich dazu die Linie des Dinoſtratus, welche wir an einem andern Orte (*) betrachtet haben, zu ſchicken. Soll dieſe Linie in einer

(*) In meiner *Analyſi finit.* § 758.

einer zu unſerer gegenwärtigen Abſicht geſchickten Lage beſchrieben werden, ſo wird (*T. I. F.* 17.) der rechte Winkel *ACB* in eine beliebige Anzahl einander völlig gleicher Winkel zerſchnitten, und eben ſo viele geradlinichte Theile von einer ſchicklichen Länge werden aus *C* auf die *CB* getragen, ſo daß *CB* ſo viele gleiche Theile bekomt, als viele kleine Winkel den *ACB* ausmachen. Eigentlich ſolten ſo viele ſolcher Theile, als die *AB* ausmachen auch auſſer *B* auf dieſelbe getragen, und der neben dem rechten *ACB* ſtehende Winkel *BCD*, ſolte eben ſo getheilet werden, wie *ACB* getheilt worden iſt. Es iſt aber hinlänglich, wenn nur einige wenige Theile der *CB* über *B* hinausgeſetzt, und eben ſo viele Winkel, von der durch die Theilung des *ACB* beſtimten Gröſſe, an die andere Seite der *CB* getragen werden. Alsdenn wird durch jeden Theilungspunct der verlängerten *CB* eine Linie der *AC* parallel gezogen, und das Punct bemerket, in welcher ſie diejenige unter den durch *C* gezogenen Linien durchſchneidet, welche von der *AC* eben ſo ſehr abweichet, als ſie ſelbſt davon entfernet iſt. Die Zeichnung kan volkommen deutlich machen, wie dieſes zu verſtehen ſey. Durch alle dergeſtalt gefundene Puncte aber wird alsdenn der Theil einer krummen Linie *ABE* beſchrieben, welche die verlangte, ſo weit wir ſie gebrauchen, ſeyn wird. *T. I. F.* 17.

§. 82. Man muß ſich vorſtellen, daß ſolcher Puncte, als zur Beſtimmung der krummen Linie *ABE* nur gar wenige angenommen werden konten, eine unendliche Menge gefunden worden ſey, ſo daß dieſe Puncte, dichte an einander liegend, würklich die ganze *ABE*, wie ſie ſich dem Auge darſtellet, ausmachen. Daraus aber folgt, daß wenn ein Punct *F* in dieſer krummen Linie nach Belieben angenommen wird, aus welchem *FG* der *CB* perpendicular fällt, und *FC* nach der Spitze des rechten Winkels *ACB* lauft, ſich der Winkel *ACF* zu dieſem *ACB*, wie *CG* zur *CB* verhalten werde. Stellet man ſich alſo einen Cirkel vor, deſſen Umkreis viermal ſo groß iſt als *CB*, ſo daß *CB* einem Quadranten dieſes Umkreiſes gleich wird, und nennet den Radius dieſes Cirkels v, das mit eben dem Radius v beſchriebene Maas des Winkels *ACF* aber φ; ſo iſt, weil ſich dergleichen Maaſſe der Winkel wie die Winkel ſelbſt verhalten, auch $\varphi : CB = CG : CB$, und alſo $\varphi = CG$, welchem nach der mit dem Radius v beſchriebene Bogen φ, welcher den Winkel *ACF* miſſet, gar leicht in eine gerade Linie verwandelt wird. Denn man kan dieſen Radius v vermittelſt der Proportion $\frac{1}{2}\pi : 1 = CB : v$, oder $\pi : 2 = CB : v$, finden; und wir werden gleich ſehen, wie derſelbe auch ohne Rechnung genau genug entdeckt werden könne.

T. I. F. 17. §. 83. Wenn wir nicht in unnöthige Weitläuftigkeiten verfallen wollen, ſo müſſen wir den Radius v, mit welchem die Maaſſe der Winkel zu beſchreiben ſind, auch bey der Beſtimmung der Sinus dieſer Winkel gebrauchen. Nun iſt CFG dem Winkel ACF gleich; und $CG : CF$ iſt die Verhältniß des Sinus dieſes Winkels zum Radius. Es iſt alſo auch $\mathit{ſin}\ \varphi : v = CG : CF$, und (da $CG = \varphi$) $\mathit{ſin}\ \varphi : v = \varphi : CF$, oder $\mathit{ſin}\ \varphi : \varphi = v : CF$. Nun iſt, wenn man ſich das Punct F ſehr nahe bey A einbildet, und dadurch den Winkel φ bis zu einer faſt unbeträchtlichen Kleinigkeit vermindert, φ kaum gröſſer als $\mathit{ſin}\ \varphi$, und wenn F in A fällt, allwo AC von der krummen Linie geſchnitten wird, ſo iſt mit völliger Richtigkeit $\varphi = \mathit{ſin}\ \varphi$. Es iſt demnach auch $v = CA$, und man würde dieſen Radius würklich geometriſch finden können, wenn es die Natur der Sache leiden wolte, das Punct der krummen Linie A, ſo wie bey den übrigen Puncten derſelben geſchehen iſt, zu beſtimmen. Dieſes iſt nun zwar nicht, es kan aber doch die mit einigem Fleiſſe beſchriebene, und etwas an die andere Seite der AC verlängerte krumme Linie dieſes Punct zuverläßig genug, und faſt eben ſo genau, als die Rechnung geben. Alsdenn iſt die dadurch geendigte AC diejenige, welche in der Verhältniß $1 : \mathit{ſin}\ \varphi$, und andern dergleichen, durch die 1 angedeutet wird.

T. I. F. 18. §. 84. Es können bey der krummen Linie ABE (*T. I. Fig.* 18.) die Zahlen der Grade angemerkt werden, die in den Winkeln enthalten ſind, welche die aus C nach den verſchiedenen Puncten derſelben gezogenen geraden Linien, als CF, mit der AC einſchlieſſen. Wird nun eine ſolche Linie CF verlängert, und auſſer der krummen Linie ABE in der verlängerten CF ein Punct L, oder auch in der CF ſelbſt, l nach Belieben angenommen, von F aber die FG der CD perpendicular gemacht, und durch L, l, die LK, lk der FG parallel gezogen, welche, wenn ſie es bedürfen, verlängert, die krumme Linie in H und h ſchneiden; ſo wird ein Satz entdecket, auf welchen die Auflöſung einer gar wichtigen Aufgabe gegründet werden kan. Man ziehe auch von H und h gerade Linien nach dem Puncte C, und laſſe φ noch immer das mit dem Radius AC beſchriebene Maaß des Winkels ACF bedeuten, ψ aber nenne man vors erſte das mit eben dem Radius beſchriebene Maaß des gröſſern Winkels ACH; und bezeichne die Linie FL mit e. Wir erhalten dadurch $CK = \psi$, $CG = \varphi$, und $GK = \psi - \varphi$, und weil $CF : CG = 1 : \mathit{ſin}\ \varphi = FL : GK = e : \psi - \varphi$, ſo

wird die Proportion $1 : \sin \varphi = e : (\psi - \varphi)$ unmittelbar herausgebracht, welche giebet $\psi - \varphi = e. \sin \varphi$. Wird aber anſtatt des Puncts L das innere l genommen, und nunmehro der Winkel ACb, der kleiner iſt als ACF, durch ψ bezeichnet, in dem e die Fl bedeutet: ſo wird $CK = \psi$, und $kG = \varphi - \psi$, (denn $CG = \varphi$ bleibet) die Proportion $FC : CG = lF : kG$ aber giebt $1 : \sin \varphi = e : (\varphi - \psi)$ oder $\varphi - \psi = e. \sin \varphi$. T. I. F. 18.

§. 85. Dieſe Sätze können dienen, aus der Linie e, und aus einem der Winkel, deren Maaſſe φ, ψ, ſamt dem Sinus des einen in der Proportion enthalten ſind, den andern zu finden, ſowol wenn der Winkel φ, deſſen Sinus mit vorkomt, kleiner iſt, als der andere ψ, als auch wenn er dieſen übertrift. Zwar kan unſere eingeſchränkte Zeichnung dieſes nur bey ſolchen Winkeln leiſten, die beide nicht viel gröſſer ſind, als rechte Winkel; es werden aber auch in der Anwendung keine andern vorkommen.

§. 86. Wenn ψ gröſſer iſt als φ, und alſo $\psi - \varphi = e. \sin \varphi$, ſo iſt $\psi = \varphi + e. \sin \varphi$. Wird alſo bey dieſem Umſtande der Winkel φ gegeben, ſo mache man $ACF = \varphi$, und in der verlängerten CF, $FL = e$. Die durch L der FG parallel gezogene LH, wird das Punct der krummen Linie H ſo gleich geben, von welchem HC gezogen werden muß, damit der Winkel ACH die verlangte Gröſſe ψ erlange. Wird aber bey eben dem Umſtande der Winkel ψ gegeben, und φ geſucht, ſo mache man $ACH = \psi$, und ziehe durch das Punct H der krummen Linie die bey L unbegränzte LK der CD perpendicular. Alsdenn lege man zwiſchen dieſe KL und die krumme Linie AD, eine andere gerade Linie FL, die der gegebenen e gleich iſt, dergeſtalt, daß ſie verlängert durch C gehe. Dieſes kan gar leicht geſchehen, wenn man die FL an die Schneide einer Regel zeichnet, und es wird dieſe Art zu verfahren einer andern, die mehr geometriſch ſcheinen könte, billig vorgezogen. Die dergeſtalt angelegte CL aber giebt das Punkt der krummen Linie F, und den durch φ gemeſſenen Winkel ACF unmittelbar.

§. 87. Iſt aber ψ kleiner als φ, und demnach $\psi = \varphi - e. \sin \varphi$ und erſtlich wieder zu den gegebenen Winkel φ der ψ zu finden, ſo bilde man das rechtwinklichte Dreyeck CFG wie vorher, und mache in der gröſten Seite deſ-

T. I. F. 18. deſſelben $Fl = e$. Die durch l der FG parallel gezogene kb wird die krumme Linie in dem verlangten Puncte b ſchneiden, von welchem bC gezogen werden muß, damit der Winkel ACb das Maaß ψ bekomme. Iſt aber, bey eben dem Umſtande, da ψ kleiner iſt als φ, jener ψ gegeben, und wird der dazu gehörige φ geſucht, ſo wird umgekehrt ACb dem Winkel ψ gleich gemacht, und durch b die bk der AD perpendicular gezogen; alsdenn aber CF dergeſtalt durch C gelegt, daß der zwiſchen bk und die krumme Linie fallende Theil derſelben lF der gegebenen e gleich werde. Dieſes wird das Punct F, und vermittelſt deſſelben den Winkel $ACF = \varphi$ geben. Alle dieſe Arbeiten werden durch die vorgeſchlagene Theilung der krummen Linie ABE erleichtert, welche uns in den Stand ſetzet, die durch ihre Maaſſe angegebenen Winkel ohne andere Beyhülfe aufzutragen, und, indem ſie die geſuchten ebenfalls durch Grade und deren Theile angiebt, uns öfters der Mühe überhebt, die Seiten derſelben zu zeichnen.

Theilung der Ellipſe.

§. 88. Was nun die Theilung der Ellipſe anlangt, welche in der Aſtronomie vornehmlich vorkömt, ſo folgt aus dem oben (19) angemerkten unmittelbar,
T. I. F. 19. daß wenn auf die gröſſere Axe einer Ellipſe AB (*T. I. Fig.* 19.) ein halber Cirkel AEB geſetzt wird, und eine der AB perpendikular gezogene FD den halben Cirkel ſowol, als die halbe Ellipſe AGB theilet, der Abſchnitt des halben Cirkels FBD ſich zu dem Abſchnitte der halben Ellipſe HBD, wie a (welche noch immer die halbe Axe AB, oder der Halbmeſſer des Cirkels AC iſt) zu c, der kleinern Axe der Ellipſe verhalten werde. Denn es iſt HBD der orthographiſche Entwurf der Figur FBD, zu einen Winkel I, deſſen Coſinus ſich zum Radius wie c zu a verhält. Werden von den Puncten der Umkreiſe F, H nach irgend einem Puncte der Axe K die geraden Linien FK, HK gezogen, ſo iſt auch HKB der Entwurf von FKB; es hat alſo $FKB : HKB$ eben die Verhältniß $a:c$, welche zugleich die Verhältniß des Dreyecks FKD zum Dreyecke HKD, des Quadranten des Cirkels ECB zu dem Quadranten der Ellipſe GCB, des halben Cirkels zur halben Ellipſe, und des ganzen zu der ganzen iſt. Wird (*T. I. Fig.* 20.), ſtatt der
T. I. F. 20. gröſſern Axe der Ellipſe, die kleinere AB zum Durchmeſſer des halben Cirkels gemacht, ſo kan zwar die halbe Ellipſe AGB keinesweges als ein orthographiſcher Entwurf des halben Cirkels AEB angeſehen werden. Es folgen aber aus dem

geome-

geometriſchen Grundſatze, auf welchen wir zum Anfang (19.) gebauet haben, *T. I. F. 20.* für dieſen Fall die nehmlichen Vergleichungen. Auch die halbe Ellipſe *AGB* verhält ſich zu dem halben Cirkel *AEB* wie $GC : EC$, und eben die Bewantniß hat es mit den übrigen in der Zeichnung vorgeſtelten Figuren, bey welchen wir uns nicht aufhalten dürfen, weil ſie nur ſelten gebraucht werden.

§. 89. Der Inhalt des mit dem Halbmeſſer a beſchriebenen Cirkels iſt πaa. Dieſer verhält ſich zu dem Inhalte einer Ellipſe, die $2a$ zur gröſſern und $2c$ zu kleinern Axe hat, wie $a : c$. Es iſt alſo der Inhalt dieſer Ellipſe $\frac{\pi aac}{a} = \pi ac$. Soll aber ein Cirkel beſchrieben werden, deſſen Inhalt ſo groß iſt als dieſe Ellipſe, ſo ſey der halbe Durchmeſſer deſſelben v. Der Cirkel wird ſeyn πvv, und alſo $\pi vv = \pi ac$, und $vv = ac$. Dieſes zeiget, daß der Cirkel einer Ellipſe nicht anders gleich ſeyn könne, als wenn ſein Halbmeſſer v die mittlere Proportionallinie zwiſchen a und c, den Hälften der beiden Axen der Ellipſe, oder ſein ganzer Durchmeſſer $2v$ die mittlere Proportionallinie zwiſchen den Axen $2a$ und $2c$ iſt.

§. 90. Daraus aber, daß der Ausſchnitt *FKB* zu dem *HKB* immer die Verhältniß $a : c$, welche zugleich die Verhältniß des halben Cirkels *AEBA*, zu der halben Ellipſe *AGBA*, und des Ausſchnitts *FKA*, zu dem *HKA* iſt, folget, daß wenn jemand, vermittelſt der von einem beliebigen Puncte *K* des Durchmeſſers *AB* gezogenen *KF* den halben Cirkel *AEBA* ſo zu theilen wüßte, daß der Ausſchnitt *FKB* zu der *AEBA* eine gewiſſe gegebene Verhältniß bekäme, es ihm leicht ſeyn würde, die halbe Ellipſe *AGBA* vermittelſt einer von dem nehmlichen Puncte *K* gezogenen geraden Linie, in eben der Verhältniß zu theilen. Er dörfte nur *FD* durch *F* der Axe perpendicular machen, und das Punct *H* annehmen, in welchem dieſe *FD* den Umkreis der Ellipſe ſchneidet. Die von *H* nach *K* gezogene *HK* würde die verlangte Theilung verrichten, und zugleich die Verhältniß $HKB : HKA$ der Verhältniß $FKB : FKA$ gleich machen. Denn weil $FKB : HKB = a : c$, und zugleich $AEBA : AGBA = a : c$, alſo $FKB : HKB = AEBA : AGBA$; ſo iſt auch $FKB : AEBA = HKB : AGBA$, und eben ſo wird geſchloſſen $FKB : FKA = HKB : HKA$.

T. I. F. 20. §. 91. Dieſe Theilung der Ellipſe nun iſt die Aufgabe, mit welcher wir uns hier beſchäftigen müſſen, wiewol ſie nur für den Fall aufgelöſet werden darf, wenn *K* einer der Nabel der Ellipſe iſt, und alſo von dem Mittelpuncte des Cirkels beträchtlich abweichet. Es giebt keinen geraden Weg dazu, wenigſtens iſt noch zur Zeit keiner entdeckt worden; ſondern man iſt, in Ermangelung einer völlig geometriſchen Auflöſung, gezwungen ſich der Annäherung zu bedienen, und dadurch die im Anfange begangenen kleinen Fehler ſo lang zu vermindern, bis ſie keine weitere Betrachtung verdienen. Dazu giebt es verſchiedene Wege, unter welchen die folgenden am meiſten gebraucht werden, oder doch nicht ohne Vortheil gebraucht werden können.

T. II. F. 21. §. 92. Es ſey (*T. II. Fig.* 21.) *AKBA* eine halbe Ellipſe, und *AB* die gröſſere Axe derſelben, in welcher *C* ihr Mittelpunct, *F* der eine Nabel, und *G* der andere iſt. Aus *F* ſey die *FK* dergeſtalt zu ziehen, daß der Ausſchnitt *KFB*, zu der halben Ellipſe *AKBA*, eine gegebene Verhältniß bekomme. Um nun eine Anweiſung hierzu aus den gegebenen Sätzen herzuleiten, muß um eben den Mittelpunct *C*, zu den Durchmeſſer *AB*, der halbe Cirkel *ADB* beſchrieben ſeyn. Wird der halbe Umkreis *ADB* bey *D* dergeſtalt getheilet, daß der Bogen *BD* zu dem halben Umkreiſe *ADB* die gegebene Verhältniß bekomme, welche nehmlich der Ausſchnitt *KFB* zu der halben Ellipſe haben ſoll: ſo erhält auch der Ausſchnitt *DCB* zu der halben Scheibe *ADBA*, und der Winkel *DCB* zu zween rechten Winkeln, eben die Verhältniß, welche, wenn *C* die halbe Scheibe, und *DCB* den Ausſchnitt bedeutet, durch *DCB* : *C* angegeben wird. Man ziehe durch *G* den zweiten Nabel *GE* der *CD* parallel, und mache dadurch den Winkel *EGB* gleich dem *DCB*. Von *E*, allwo dieſe Linie den Umkreis des Cirkels erreichet, ziehe man *EH* der *AB* parallel, bis an die nach Nothdurft verlängerte *CD*. Wenn man ſich nun von *E* nach *F* eine gerade Linie vorſtellet, (welche, die Verwirrung zu vermeiden, hier eben ſo wenig gezeichnet iſt, als eine andere, die hernach vorkommen wird) ſo wird das Dreyeck *EFG* gleich dem Parallelogramm *HG*, weil dieſe Figuren beide zwiſchen den Parallellinien *HE*, *FG* ſtehen, und die Grundlinie *FG* doppelt ſo groß iſt, als *CG*. Alles dieſes iſt bey einer jeden Gröſſe des Winkels *DCB* oder *EGB* richtig.

§. 93. Iſt nun aber der Winkel *EGB* ſpitzig, ſo ſetze man zu der Figur *EGB* einmal das Dreyeck *EFG*, und denn auch das Viereck *HG*. Die Figuren,

guren, welche dadurch erhalten werden, *EFB* und *HCBE*, müſſen gleich ſeyn. T. II. F. 21.
Es iſt aber *HCBE* = *DCB* — *DHE*, und alſo auch *EFB* = *DCB* — *DHE*, oder *EFB* + *DHE* = *DCB*. Wird demnach in der Verhältniß *DCB* : *C*, anſtatt des *DCB* der Ausſchnitt *EFB* geſetzt, ſo wird die Verhältniß *EFB* : *C* kleiner als *DCB* : *C*, und wenn auch *EI* der *AB* perpendicular gemacht, und von dem Punkt *I*, allwo dieſe Linie den Umkreis der Ellipſe ſchneidet, nach eben dem *F* eine gerade Linie gezogen wird, ſo bekömt man einen Ausſchnitt *IFB*, welcher zur Hälfte der Ellipſe *E* eben die Verhältniß *EFB* : *C* hat. Alſo wird auch die Verhältniß *IFB* : *E* kleiner als die Verhältniß *DCB* : *C*; und es muß dem Gliede *IFB* etwas zugeſetzt werden, wenn man dieſe zwo Verhältniſſe zur Gleichheit bringen will. Wird aber anſtatt der *IF* von dem Puncte *K*, in welchem *GE* den Umkreis der Ellipſe ſchneidet, die *KF* gezogen, und *KFB* für *IFB* genommen, ſo geſchiehet würklich einiger Zuſatz, ob man zwar nicht ſagen kan, daß er eben die rechte Gröſſe habe. Es kan alſo der Fehler ſo groß nicht ſeyn, wenn angenommen wird *KFB* : *E* = *DCB* : *C*: und mit eben ſo vieler Richtigkeit wird auch die Verhältniß *KFB* : *E* der Verhältniß des Bogens *BD* zu dem halben Umkreiſe *ADB*, oder des Winkels *EGB* zu zween rechten Winkeln gleich ſeyn.

§. 94. Iſt im Gegentheil der Winkel *EGB* ſtumpf, ſo kömt, wenn der Figur *EGB* einmal das Dreyeck *EFG*, und alsdenn das Viereck *HG* zugeſetzet wird, *EFB* = *DCB* + *DHE*, oder *EFB* — *DHE* = *DCB*. Es iſt alſo die Verhältniß *EFB* : *C* nunmehro gröſſer, als die Verhältniß *DCB* : *C*: und weil, wenn wiederum *EI* der *AB* perpendicular gemacht, und das Punct *I* in dem Umkreiſe der Ellipſe angenommen wird, *IFB* : *E* = *EFB* : *C*, ſo iſt auch die Verhältniß *IFB* : *E* gröſſer als die Verhältniß *DCB* : *C*, und es muß von dem Gliede *IFB* etwas abgezogen werden, wenn ſie zur Gleichheit gebracht werden ſollen. Dieſer Abzug geſchiehet würklich, wenn anſtatt *IFB* der Ausſchnitt *KFB* gebraucht wird, indem man die *FK* nach dem Puncte *K* ziehet, in welchem *GE* den Umkreis der Ellipſe ſchneidet. Folgends wird die Proportion *KFB* : *E* = *DCB* : *C* ebenfalls beynahe ſtatt haben, und man wird mit eben ſo vieler Richtigkeit als vorher, die Verhältniß *KFB* : *E* der Verhältniß des Bogens *BD* zu dem halben Umkreiſe *ABD*, oder des Winkels *EGB* zu zween rechten Winkeln, gleich ſetzen können.

T. II. F. 21. §. 95. Es ſind alſo dieſe Proportionen immer beynahe richtig, wenn das Punct *B* an eben der Seite des Nabels *F* genommen wird, an welcher der Mittelpunct *C* lieget. Daraus aber iſt leicht zu ſchlieſſen, daß ſie auch beynahe richtig ſeyn werden, wenn anſtatt des *DB*, der Bogen *DA*, anſtatt des Winkels *DCB*, der Winkel *DCA*, und anſtatt des Ausſchnittes *KFB* der Ausſchnitt *KFA* genommen wird. Denn es wird aus der Proportion *KFB* : *E* = *DCB* : *C* geſchloſſen, *E* — *KFB* : *E* = *C* — *DCB* : *C*, das iſt *KFA*: *E* = *DCA* : *C*, und die Verhältniß *DCA* : *C* iſt auch hier gleich der Verhältniß des Bogens *DA* zu dem halben Umkreiſe, wie auch der Verhältniß des Winkels *KCA* oder *EGA* zu zween rechten Winkeln.

§. 96. Es würde alſo dieſe Proportion eine ſehr leichte Anweiſung geben, die halbe Ellipſe aus einem ihrer Nabel *F* in einer verlangten Verhältniß zu theilen, wenn dabey kein Fehler zu befürchten wäre. Man dürfte nur an die gröſſere Axe der Ellipſe einen Winkel *EGB* oder *EGA* von der durch dieſe Proportion beſtimten Gröſſe ſetzen, deſſen Spitze in den andern Nabel *G* fiele, und deſſen Oefnung nach eben der Seite gekehret wäre, nach welcher die Oefnung des von der halben Ellipſe abzuſchneidenden Ausſchnittes *KFB* oder *KFA* gekehret ſeyn ſoll. Die verlängerte Seite dieſes Winkels *GE* würde den Umkreis der Ellipſe in dem Punct *K* ſchneiden, von welchem die *KF* gezogen werden müſte, die verlangte Theilung zu verrichten. Es zeigen aber die gebrauchten Schlüſſe nur, daß dieſe Theilung der Wahrheit nahe komme, und keineswegs, daß ſie dieſelbe völlig erreiche. Man findet würklich bey einer genauern Unterſuchung, daß die Fehler derſelben zwar gar gering ſind, wenn die Eccentricität der Ellipſe *CF* in Anſehung der Axe *AB* klein iſt, bey einer gröſſern Eccentricität aber beträchtlich genug werden: und es iſt nicht ſchwer einzuſehen wovon dieſes herrühre. Wenn die Axe *AB* immer dieſelbe bleibt, ſo wird bey einer ſtarken Eccentricität das krumlinichte Dreyeck *DHE* groß, und die Ellipſe weichet ſehr von dem Cirkel ab. Bey einer geringen Eccentricität aber wird dieſes Dreyeck *DHE* klein, und der Umkreis der Ellipſe entfernet ſich ſo wenig von dem Umkreiſe des Cirkels, daß die Puncte *E*, *K*, *I* faſt in eines zuſammen fallen.

§. 97. Iſt von dem Nabel der Ellipſe *F* die *FK* nach Belieben gezogen worden, ſo kan die Verhältniß des Ausſchnittes *KFB*, welcher dadurch entſtanden iſt, zu der halben Ellipſe mit eben ſo vieler Richtigkeit gefunden werden, wenn

man nur *KG* nach dem andern Nabel ziehet. Denn wie ſich der dadurch gebildete Winkel *KGB* zu zween rechten Winkeln verhält, ſo verhält ſich beynahe der Ausſchnitt *KFB* zu der halben Ellipſe. *T. II. F. 21.*

§. 98. Zwar laſſen ſich die Fehler dieſer Proportion vermindern: es dürfte aber überflüßig ſeyn dieſes zu unternehmen, da wir noch verſchiedene andere Anweiſungen haben, einen Cirkel, und vermittelſt deſſelben, eine Ellipſe nach einer gegebenen Verhältniß zu theilen, oder, wenn die Theilung nach Willkühr verrichtet iſt, die Verhältniß der Theile gegen das Ganze zu finden. Unter dieſen hat die nachfolgende das beſondere voraus, daß man ſich vermittelſt derſelben ohne ſonderliche Mühe der Wahrheit ſo ſehr nähern kan, als man nur will, weswegen ſie auch vorzüglich gebraucht wird. Ich werde, indem ich ſie vortrage, bey dem halben Cirkel ſtehen bleiben, da von demſelben der Uebergang auf die Hälfte einer Ellipſe ſo leicht iſt.

§. 99. Es ſey *ADBA* (*T. II. Fig.* 22. 23) dieſer halbe Cirkel, und in demſelben das Punct *F* gegeben, durch welches eine Linie *FE* gezogen werden ſoll, welche macht, daß der Ausſchnitt *EFB*, deſſen Seite *FB* durch den Mittelpunkt *C* gehet, zu dem halben Cirkel eine gegebene Verhältniß bekomme. Wenn nun wieder geſetzet wird, daß dieſe die Verhältniß des Ausſchnitts *DCB* zu eben dem halben Cirkel *ADBA*, das iſt, die Verhältniß des Bogens *DB* zu dem halben Umkreiſe *ADB*, oder des Winkels *DCB* zu zween rechten Winkeln ſey, ſo ſiehet man wie vorher, daß nichts anders zu thun ſey, als den Ausſchnitt *EFB* dem vorigen *DCB* gleich zu machen. Denn wenn $EFB = DCB$, ſo hat allerdings jeder dieſer Ausſchnitte zu dem halben Cirkel einerley Verhältniß, und dieſe iſt die vorgegebene. Eben dergleichen iſt auch von dem Ausſchnitte *EFA* zu ſagen, deſſen Seite *FA* nicht durch *C* gehet. Dieſer Ausſchnitt *EFA* verhält ſich zu dem halben Cirkel, wie der Bogen *AD* zu dem halben Umkreiſe, wenn er dem Ausſchnitte *DCA* gleich iſt. Nun wird beides erhalten, wenn *FE* ſo gezogen wird, daß der kleinere Ausſchnitt *DCE* dem Dreyecke *ECF* gleich werden muß, weil an der einen Seite $EFB = ECB + EFC$, und $DCB = ECB + DCE$, und an der andern $EFA = ECA - EFC$ und $DCA = ECA - DCE$. Es komt alſo bey dieſer Auflöſung alles auf die Gleichheit dieſer zwo Figuren an. *T. II. F. 22. 23.*

T. II. F. 22. 23. §. 100. Man ziehe auf die nach Nothdurft verlängerte *CE* aus *F* die *FG* perpendicular. Wird nun *CE* als die Grundlinie des Dreyecks *EFC* angeſehen, ſo iſt *FG* die Höhe deſſelben. Der Ausſchnitt *DCE* aber iſt einem Dreyecke gleich, welches eben die Grundlinie *CE*, zu ſeiner Höhe aber eine gerade Linie hat, welche dem Bogen *DE* gleich iſt. Soll alſo das Dreyeck *EFC* dem Ausſchnitte *DCE* gleich werden, ſo muß auch *FG* der Höhe dieſes letztern Dreyecks, das iſt dem Bogen *DE* gleich ſeyn, und dadurch wird der Ort des geſuchten Puncts *E* oder *D* auf das einfachſte beſtimmet.

§. 101. Es iſt nehmlich entweder, wenn die Verhältniß gegeben iſt, die Theilung des halben Cirkels zu verrichten; oder wenn die Theilung nach Willkühr geſchehen iſt, die Verhältniß zu finden, welche der abgeſchnittene Theil zu dem Ganzen hat. In dem erſten Falle wird das Punct *D* gegeben, und *E* wird geſucht; in dem letztern aber haben wir *E*, und ſollen das Punct *D* angeben. In beiden komt alles auf den Bogen *DE* an, um welchen die Puncte des Umkreiſes *D*, *E* von einander entfernt ſind. Wir wollen dieſen Bogen *Q* nennen, *BD* aber ſoll durch *M*, und *BE* durch *N* bezeichnet werden, wenn *FB* durch den Mittelpunct *C* gehet. Wird aber an deren Stelle *FA* genommen, welche nicht durch den Mittelpunct gehet, ſo ſoll *M* die *AD*, und *N* die *AE* bedeuten: ſo daß in dem erſten dieſer Fälle wird $Q = M - N$, und in dem andern $Q = N - M$.

§. 102. Iſt nun das Punct *E* gegeben, nach welchem die Linie *FE* gezogen iſt, die den halben Cirkel theilet: ſo wird der Bogen *Q* vermittelſt der bekanten Zahlen, welche die Verhältniß des Umkreiſes eines Cirkels zu ſeinem Durchmeſſer angeben (78), gar leicht gefunden. Die Entfernung des Punkts *F* von dem Mittelpunct *C* muß bekant ſeyn. Wir wollen dieſe *FC* durch *e* andeuten, weil bey der Ellipſe *F* einer ihrer Nabel, und alſo *FC* die Eccentricität werden wird. Nun wird das Punkt *E* nicht anders, als durch einen der Bogen *EB* oder *EA* gegeben, und dieſe Bogen haben beide eben den Sinus, welcher zugleich der Sinus des Winkels *FCG* iſt. Es iſt alſo dieſer Sinus, welcher durch *ſin N* angezeiget wird, immer zu haben. Das Dreyeck *FCG* iſt bey *G* rechtwinklicht, und alſo $1 : \mathit{ſin}\, N = e : FG$, oder $FG = e. \mathit{ſin}\, N$; es muß aber ſeyn $Q = FG$, und demnach auch $Q = e. \mathit{ſin}\, N$. Hierdurch wird *Q* allerdings gegeben, weil *e* und *N* bekant ſind.

§. 103.

§. 103. In dem erſten unſerer Fälle, da die Bogen M und N ihren Anfang bey B nehmen, iſt $Q = M - N$, und alſo $M - N = e. \sin N$, und $M = N + e. \sin N$; in dem zweiten aber, da A der Anfang dieſer Bogen war, haben wir $Q = N - M$, und alſo $N - M = e. \sin N$, woraus folget $M = N - e. \sin N$. Dieſe Gleichungen kommen vollkommen mit denjenigen überein, mit welchen wir uns unlängſt (84.) beſchäftiget haben, und werden in dieſelbe verwandelt, wenn geſetzt wird $M = \psi$ und $N = \varphi$. Es wird alſo vermittelſt der daſelbſt beſchriebenen Zeichnung, zu dem gegebenen e und N oder φ, der Bogen ψ oder M mit aller der Richtigkeit gefunden, die eine genaue Zeichnung geben kan, das iſt: wenn die Linie des Dinoſtratus etwas groß gemacht, und genau getheilet wird, mit einer Ungewißheit von einigen wenigen Minuten. T. II. F. 22. 23.

§. 104. Die Rechnung kan dieſe Ungewißheit, ſo weit es nöthig ſeyn mag, vermindern. Es wird aber dieſelbe gar ſehr erleichtert, wenn, wie (80.) gezeigt worden iſt, man die Länge des halben Durchmeſſers eines Cirkels durch Theile ausgedruckt, welche bey deſſen Umkreiſe Grade, Minuten, Secunden genennet werden. Man wird dadurch in den Stand geſetzt auch die Eccentricität $FC = e$ durch eine Zahl von Secunden anzugeben, weil die Verhältniß $FC : AC$ bekant iſt. Alsdenn aber giebt $Q = e. \sin N$ den Bogen Q in eben ſolchen Theilen, das iſt, in Secunden des Umkreiſes, von deren Zahl die Minuten und ganzen Grade abgeſondert werden können. Iſt dieſes geſchehen, ſo machen die Vorſchriften $M = N + Q$, oder $M = N - Q$ keine weitere Schwierigkeit, weil N ebenfalls in Graden Minuten und Secunden gegeben, und M in dergleichen Theilen geſucht wird.

§. 105. Iſt aber durch das Punct D der Bogen DB gegeben worden, welcher ſich zu dem halben Umkreiſe ADB verhalten ſoll, wie der Ausſchnitt EFB zu der halben Scheibe, und wird alſo das Punct E verlangt, ſo iſt zwar die Rechnung weitläuftiger: durch die Zeichnung aber wird dieſe Aufgabe eben ſo leicht als die vorige berichtiget. Es wird nunmehro N oder φ geſucht, und M oder ψ iſt gegeben. Wir haben aber (86. 87) geſehen, wie zu dem Ende verfahren werden müſſe, ſowol wenn die Bogen bey B anfangen, und alſo M gröſſer iſt als N, oder ψ gröſſer als φ, als auch wenn der Anfang der Bogen in A fällt, und M kleiner iſt als N, oder ψ kleiner als φ. Für den erſten Fall iſt die Re-

gel

T. II. F. 22. 23. gel, $\psi = \varphi + e. \sin \varphi$, oder $M = N + e. \sin N$, und für den zweiten, $\psi = \varphi - e. \sin \varphi$, oder $M = N - e. \sin N$: und die gegenwärtige Zeichnung läßt eben ſo wenige Minuten ungewiß, als die vorige (103.).

§. 106. Wollte man aber auf dieſe Vorſchriften eine Rechnung gründen, durch welche der Bogen N aus dem bekanten M gerade zu zu finden wäre, ſo würde dieſelbe ſehr mühſam ausfallen. Man müſte erſtlich überhaupt den Sinus eines Bogens aus dieſem Bogen, oder den Bogen aus ſeinem Sinus ausdrucken, um dadurch eine der zwo unbekanten Gröſſen N oder $\sin N$ aus der Vorſchrift herauszubringen. Denn ſo lang ſie beide in derſelben ſtehen, ſiehet man leicht, daß es unmöglich ſey, die eine oder die andere durch irgend eine Rechnungsart zu finden, weil dabey immer die andere, die doch eben ſo unbekant iſt, zum voraus bekant ſeyn müſte. Dieſes Ausſchlieſſen einer der zwo Gröſſen N und $\sin N$ aber kan nicht ohne groſſe Weitläuftigkeit geſchehen. Das beſte iſt alſo, man nehme einen Umſchweif und bediene ſich der Regeln nicht weiter, als den durch andere Wege zwar nicht völlig genau, aber doch beynahe entdeckten Bogen N, ſo weit es nöthig iſt, zu berichtigen. Dieſes iſt leicht und kurz; und die folgenden kleinen Anmerkungen werden den Vortrag noch deutlicher machen.

§. 107. Es flieſſet nehmlich aus allen, ſo wir bisher geſehen haben, und man kan es ſelbſt aus einiger Betrachtung der Zeichnungen ſchlieſſen, daß die Bogen M und N immer mit einander zugleich wachſen und abnehmen, ſie mögen ihren Anfang bey A oder bey B haben, ſo daß, wenn N vergröſſert wird, zugleich auch M zunehmen muß, und umgekehrt. Uebrigens aber iſt die Regel $M = N + e. \sin N$, welche gebraucht werden muß, wenn die Bogen M und N bey B anfangen, von der andern $M = N - e. \sin N$, welche gilt, wenn A der Anfang dieſer Bogen iſt, nur in Anſehung des Zeichens der e verſchieden. Und in der That unterſcheiden ſich auch dieſe beiden Fälle blos durch die verſchiedene Lage der durch e bedeuteten CF, in Abſicht auf die Puncte A und B. Es wird alſo, was aus einer dieſer Gleichungen geſchloſſen wird, auf den Fall angewendet, für welchen die andere gehöret, indem man blos $-e$ für $+e$, oder dieſes für jenes ſetzet: und in ſo ferne kan die Gleichung $M = N + e. \sin N$ für beide Fälle zugleich gelten.

§. 108. Nach dieſen Anmerkungen können wir uns zu der Auflöſung wenden, bey welcher uns der ziemlich bekante Satz (*) zu ſtatten kommen wird: Wenn N und

(*) Anal. finit. §. 433.

und n zween Cirkelbogen ſind, deren letztern man zu dem erſtern hinzuſetzet, oder von demſelben abziehet, der Radius aber, auf welchen ſich die Sinus beziehen, iſt, wie gewöhnlich, die Einheit, ſo iſt T. II. F. 22. 23.

$$ſin (N + n) = ſin\ N.\ cos\ n + ſin\ n.\ cos\ N, \text{ und}$$
$$ſin (N - n) = ſin\ N.\ cos\ n - ſin\ n.\ cos\ N.$$

Wir werden uns hier deſſelben nur in dem Falle bedienen, wenn der Bogen n ſehr klein iſt, ſo daß mit einem ſehr geringen Fehler geſetzt werden kan, $ſin\ n = n$, und $cos\ n = 1$. Alsdenn aber wird:

$$ſin (N + n) = ſin\ N + n.\ cos\ N, \text{ und}$$
$$ſin (N - n) = ſin\ N - n.\ cos\ N.$$

§. 109. Der Umweg nun, auf welchen man von dem bekanten Bogen M zu dem geſuchten BE oder AE gelangen kan, ſetzet voraus, daß dieſer beynahe bekant ſey. Es iſt gezeiget worden (105), wie derſelbe mit einer gröſſern Richtigkeit erhalten werden könne, als hier nöthig iſt; und dieſer Bogen, deſſen Gröſſe von der wahren Gröſſe des geſuchten nicht ſehr verſchieden iſt, ſoll nunmehro N heiſſen. Wenn man nun aus demſelben, nach der oben gegebenen Anweiſung machet $N + e.\ ſin\ N$, ſo kan das herausgebrachte nicht der gegebene M ſeyn; weil wenn dieſes wäre, daraus geſchloſſen werden müſte, daß N volkommen richtig angenommen ſey: und alsdenn würde alle weitere Arbeit wegfallen. Gemeiniglich wird $N + e.\ ſin\ N$ kleiner oder gröſſer ſeyn als M. Wir wollen zuerſt ſetzen, es ſey kleiner, und $N + e.\ ſin\ N = M - m$; ſo iſt dieſes ein gewiſſes Zeichen, daß auch N zu klein genommen worden ſey (107). Es wird aber auch aus dem dergeſtalt gefundenen $M - m$, und dem gegebenen M der Unterſchied m leicht gefunden, welcher demnach als bekant angeſehen werden kan.

§. 110. Weil nun aber N zu klein angenommen iſt, ſo wollen wir ſetzen, der wahre Bogen ſey $N + n$, damit alles auf die Erfindung des Bogens n ankomme, welcher deſto kleiner ſeyn wird, ie weniger N von der Wahrheit abweichet. Da alſo, wenn n die rechte Gröſſe hat, $N + n$ wahrhaftig der geſuchte Bogen iſt, ſo muß, wenn in der Regel $N + n$ anſtatt N geſchrieben wird, die dadurch herausgebrachte Gleichung $N + n + e.\ ſin\ (N + n) = M$ ihre völlige Richtigkeit haben: und wenn aus dem vorhergehenden anſtatt $ſin\ (N + n)$ ſein Werth genommen wird; ſo muß auch ſeyn $N + n + e.\ ſin\ N + en.\ cos\ N = M$. Wird nun von dieſer Gleichung die vorige $N + e.\ ſin\ N = M - m$ abgezogen, ſo bleibt $n + en.\ cos\ N = m$, oder $n\ (1 + e.\ cos\ N) = m$,

T. II. F. 22. 23. in welcher Gleichung auſſer dem n nichts unbekantes iſt: und der Werth dieſes n kan aus derſelben gar leicht gefunden werden.

§. 111. Komt aber, indem man zu dem nicht völlig richtigen N nach eben der Vorſchrift M ſuchet, mehr als dieſer gegebene Bogen M, ſo daß geſetzt werden kan $N + e.\ \mathit{ſin}\ N = M + m$, ſo iſt N zu groß genommen worden, und dieſer Bogen muß gemindert werden. Setzen wir alſo der geſuchte Bogen ſey mit völliger Richtigkeit $N - n$, ſo wird nunmehro durch eben die Schlüſſe herausgebracht $N - n + e.\ \mathit{ſin}\,(N - n) = M$, oder, wenn auch hier der (108) angezeigte Satz gebraucht wird: $N - n + e.\ \mathit{ſin}\ N - en.\ cos\ N = M$, welche Gleichung von der vorigen $N + e.\ \mathit{ſin}\ N = M + m$ abgezogen, dieſe $n + en.\ cos\ N = m$ übrig läſſet, das iſt: $n\,(1 + e.\ cos\ N) = m$. Da alſo dieſe Gleichung, mit der zuletzt gefundenen völlig einerley iſt, und was ſonſt daſelbſt angemerkt wird, ſich auch hier anbringen läßt, ſo wird, es mag N zu groß oder zu klein angenommen ſeyn, immer gefunden $n = \frac{m}{1 + e.\ cos\ N}$: und man kan vermittelſt dieſes Unterſchiedes den $N + n$ oder $N - n$ der Wahrheit viel näher bringen, als ihr der angenommene N war.

§. 112. Denn in der That wird, wenn N etwas ſtark von der Wahrheit abweichet, und dadurch n eine beträchtliche Gröſſe bekomt, der geſuchte Bogen öfters nicht genau genug gefunden. Man kan aber alsdenn den gefundenen $N + n$ oder $N - n$, anſtatt des zuerſt angenommenen N gebrauchen, und die ganze Rechnung erneuern: da denn die Fehler viel kleiner werden müſſen, weil nunmehro, was bey der Rechnung als richtig vorausgeſetzt wird, der Wahrheit mehr gemäß iſt. Selten dürfte eine zweite Wiederhohlung dieſer Rechnung nöthig ſeyn, und wenn, nach der gegebenen Anweiſung, die Linie des Dinoſtratus zur Ausfindung des N gebraucht worden iſt, kaum die erſte. Nehmen die beiden Bogen, der gegebene und der geſuchte, ihren Anfang bey A, ſo wird, weil nunmehro e das gegenſeitige Zeichen bekommen muß, $n = \frac{m}{1 - e.\ cos\ N}$.

§. 113. Es wird nicht undienlich ſeyn dieſe Rechnung durch ein Beyſpiel zu erleutern, welches eben daſſelbe iſt, deſſen ſich Lacaille bedienet. Es ſey $M = BD = 68°,26',28'' = 246388''$. Die Eccentricität e ſey $= 0{,}20881$, indem der Radius CB die Einheit iſt: und folgends ſey eben die $e = 43070{,}2''$ des Umkreiſes. Wird nun angenommen $N = 58° = 208800''$,

208800″, welcher Bogen noch genauer hätte können gefunden werden, ſo iſt $\mathit{ſin}\,N = 0{,}84805$, und $\cos N = 0{,}5299$. Hieraus aber wird $e.\,\mathit{ſin}\,N = 36525{,}2''$, und folgends $N + e.\,\mathit{ſin}\,N = 245325{,}2''$, welches mit M zuſammen gehalten, zeigt, daß N zu klein angenommen ſey. Wird alſo dieſes $N + e.\,\mathit{ſin}\,N$ von M abgezogen ſo bleibt $m = 1062{,}8''$. Ferner iſt $e.\cos N = 0{,}11065$, und alſo $1 + e.\cos N = 1{,}11065$. Denn es iſt hier nicht nöthig die Eccentricität in Secunden darzuſtellen, weil es nur darauf ankomt, daß die Verhältniß $(1 + e.\cos N)$ richtig angegeben werde. Wird alſo gemacht $1 + e.\cos N : 1 = m : n$, welches geſchiehet, indem man m durch die gefundene Zahl theilet: ſo kömt $n = 956{,}9'' = 15',56{,}9''$ oder $15',57''$. Demnach iſt der geſuchte Bogen $N + n = BE = 58°,15',57''$, und dieſes ſo genau, daß er keiner Verbeſſerung bedarf; wie jeder ſehen kan, der dieſe Verbeſſerung unternehmen will. T. II. F. 22. 23.

§. 114. Es iſt alſo nichts übrig, als daß gezeigt werde, wie der Bogen N auch ohne der krummen Linie, welche ich dazu vorgeſchlagen habe, zum erſten Anfange genau genug zu finden ſey, ſo nehmlich, daß er nur um Minuten fehle. Dazu aber giebt ſelbſt die bisher gebrauchte Zeichnung ein bequemes Mittel. Da der Bogen DE der geraden Linie FG gleich werden muß, und beide, ſowol der Bogen als die gerade Linie, bey E und G auf den Radius CE perpendicular fallen: ſo neigen ſich die Linien FD, CE, wenn ſie mit völliger Richtigkeit gezogen ſind, bey DE gegen einander. Wird alſo CE der FD parallel gemacht, ſo fällt der Bogen DE zu groß aus. Es iſt aber der Ueberſchuß des dergeſtalt gefundenen DE über den wahren Bogen Q, welcher geſucht wird, ſehr gering, wenn der Bogen DE klein iſt, weil er bloß davon herrühret, daß DE ein würklicher Bogen, und keine gerade Linie iſt. Und bey einer kleinen Eccentricität iſt DE immer klein, weil er nie gröſſer werden kan, als die Eccentricität FC. Es kan alſo in dieſem Falle, welcher in der Anwendung faſt allein vorkömt, DE, und damit AE oder BE, durch eine bloſſe Zeichnung richtig genug gefunden werden, wenn man in einen halben Cirkel von ſchicklicher Gröſſe die gegebenen Puncte F und D bemerket; und alsdenn der FD durch C die CE parallel machet. Inſonderheit wird alles leicht, wenn der halbe Cirkel in ſeine Grade getheilet iſt: und ein geübtes Auge wird mit dieſer Beyhülfe nach gezogener CE, auch bey einer etwas groſſen Eccentricität, die Länge des Bogens Q genau genug anzugeben wiſſen.

T. II. F. 22. 23. §. 115. Sollen bey einem zum Theil durch eine Parabel begränzten Raume eben dergleichen Theilungen angebracht werden, ſo komt uns der Satz (*) zu ſtatten, vermöge deſſen das Segment eines Cirkels zwar gröſſer iſt als zwey Drittel des Rechtecks, ſo mit dem Segment einerley Grundlinie und einerley Höhe hat, aber doch daſſelbe deſto weniger übertrift, je ein geringerer Theil des ganzen Umkreiſes zum Bogen des Segments genommen wird: ſo daß bey einer unendlichen Verminderung der Verhältniß dieſes Bogens zum Umkreiſe des Cirkels, zu welchem der Abſchnitt gehöret, endlich alle Ungleichheit völlig verſchwindet. Dieſer Satz erleichtert die Theilung gar ſehr; ja er macht dieſelbe völlig geometriſch. Man ſiehet leicht, daß, wenn T. I. F. 19. $FD \times DB$ das aus den Seiten FD und DB (*T. I. Fig.* 19.) zuſammengeſetzte Rechteck bedeutet, man in eben dem Verſtande werde ſetzen können, $FDB = \frac{2}{3} FD \times DB$. Es wird nehmlich dieſe Gleichung nur in dem Falle volkommen richtig ſeyn, wenn FB ein unendlich kleiner Theil des ganzen Umkreiſes iſt, ſich aber doch der Wahrheit immer deſto mehr nähern, je kleiner dieſer Bogen genommen wird.

§. 116. Es folget hieraus, daß von dem Abſchnitte der Ellipſe, deſſen Sehne der gröſſern Axe perpendicular iſt, und von deſſen Hälfte HDB, eben das richtig ſeyn werde. Denn es iſt $FD : HD = FDB : HDB$; (19.) wenn nun

$$FDB = \tfrac{2}{3} FD \times DB, \text{ ſo wird } HDB = \tfrac{2}{3} \frac{HD.\ FD.\ DB}{FD} = \tfrac{2}{3} HD \times DB$$

Ja es kan dieſe Gleichheit bey der Ellipſe mit etwas mehrerem Rechte angenommen werden als bey dem Cirkel. Denn es wird der Ueberſchuß des Abſchnittes HDB über $\frac{2}{3} HD \times DB$ nicht nur dadurch gemindert, daß der Bogen FB kleiner genommen wird; ſondern er nimt hier auch ab, weil ſowol FDB als $FD \times DB$ in der Verhältniß $FD : HD$ vermindert werden, indem man für das erſte HDB, und für das zweite $HD \times DB$ ſetzet.

§. 117. Wenn man ſich nun anſtatt der Ellipſe AGB eine an die Axe AB beſchriebene Parabel vorſtellen will, deren Scheitel in B fällt; ſo muß nicht nur $CB = CE$, und alſo auch der halbe Cirkel AEB, unendlich groß angenommen werden, ſondern man muß ſich auch die CG ungemein kleiner als CE gedenken. Dadurch wird ein jeder Theil der Axe, welcher mit der Scheitel anfängt, BD, ſo groß er auch an ſich ſeyn mag, in Anſehung der BC unendlich klein, und der dazu gehörige Bogen FB iſt in Anſehung des halben Umkreiſes AEB ebenfalls als Nichts zu betrachten, unendlich kleiner dann eine Secunde, oder

(*) Anfangsgr. der Arithm. u. Geom. §. 661.

oder etwas dergleichen. Demnach iſt bey einer würklichen Parabel (*T. I. Fig.* 12.), ſo groß auch AI genommen werden mag, immer genau $AIG = \frac{2}{3} AI \times IG$; und nach unſern vorigen Benennungen $AIG = \frac{2}{3} zy$. Oder, da $yy = 2bz$, und alſo $z = \frac{yy}{2b}$, ſo iſt $AIG = \frac{y^3}{3b}$: denn dieſes wird herausgebracht, wenn man in dem vorigen Ausdrucke den Werth der z an die gehörige Stelle ſetzet. *T. I. F.* 12.

§. 118. Iſt alſo $z = AF = \frac{1}{2}b$, das iſt: erſtrecket ſich dieſe Linie von dem Scheitel A bis an den Nabel der Ellipſe F, und iſt alſo $y = FL = b$, ſo wird $AFL = \frac{b^3}{3b} = \frac{bb}{3}$. Läßt man aber z die AK, und y die HK bedeuten, ſo wird $\frac{2}{3}zy = AKH$. Nun iſt zu dem rechtwinklichten Dreyecke FKH die $FK = z - \frac{1}{2}b$; es wird alſo dieſes Dreyeck durch $\frac{1}{2}FK \times KH = \frac{1}{2}(z - \frac{1}{2}b)y = \frac{1}{2}zy - \frac{1}{4}by$ ausgedruckt. Wird daſſelbe von der krumlinichten Figur AKH abgezogen, ſo bleibt die Art eines Ausſchnittes AFH übrig, welcher AFH demnach ſeyn wird $\frac{2}{3}zy - \frac{1}{2}zy + \frac{1}{4}by = \frac{1}{6}zy + \frac{1}{4}by$. Fällt die aus dem Nabel an die Parabel gezogene Linie, welche mit der AF den Ausſchnitt einſchlieſſet, an die andere Seite der FL, in den Winkel AFL; ſo muß zwar anſtatt der Differenz der Figuren AKH, FKH ihre Summe genommen werden, damit der Ausſchnitt herauskomme. Es iſt aber auch in dem Falle, anſtatt $z - \frac{1}{2}b$ zu nehmen $\frac{1}{2}b - z$, und alſo anſtatt $\frac{1}{2}zy - \frac{1}{4}by$ zu ſetzen $\frac{1}{4}by - \frac{1}{2}zy$, welches zu $\frac{2}{3}zy$ hinzugeſetzt, eben das, nehmlich $^{1}zy + \frac{1}{4}by$ heraus bringt. Es iſt gar leicht die Zeichnung zu entwerfen, welche dieſen Fall vorſtellet: derowegen iſt dieſelbe hier weggeblieben.

§. 119. Wird nun in dieſem allgemeinen Ausdrucke des Ausſchnittes anſtatt der z die ihr gleiche $\frac{yy}{2b}$ geſetzt: ſo wird derſelbe in dieſen $\frac{y^3}{12b} + \frac{1}{4}by$ verwandelt, woraus wird $\frac{y^3 + 3bby}{12b}$. Nun iſt, wenn die Cotangente der Hälfte des Winkels HFK, welchen wir oben v genennet haben, durch den einzelnen Buchſtaben t angedeutet wird, $t = cot\, \frac{1}{2}v = \frac{y}{b}$ (70). Es wird alſo der Ausſchnitt AFH aus dieſer Cotangente t, welche zugleich die Tangente der Hälfte des darneben ſtehenden Winkels des Ausſchnitts AFH iſt, ohne Mühe ausgedruckt, wenn nur in dem eben gefundenen bt anſtatt y geſetzt wird.

T. I. F. 12. Man erhält dadurch $\frac{b^2t^3 + 3\,b^2t}{12}$, welches demnach die Gröſſe des Ausſchnitts *AFH* angiebt. Der Ausſchnitt *AFL*, deſſen Winkel bey *F* gerade iſt, war $\frac{1}{3}bb$ (118). Es verhält ſich alſo dieſer Ausſchnitt *AFL* zu einem jeden andern *AFH*, wie $\frac{1}{3}bb$ zu $\frac{b^2t^3 + 3b^2t}{12}$, das iſt, wie 1 zu $\frac{t^3 + 3t}{4}$, oder wie 4 zu $t^3 + 3t$.

§. 120. Nun iſt noch etwas von den Körpern anzumerken, welche entſtehen, indem eine Ellipſe ſich um eine ihrer Axen herum drehet, die eben dadurch auch die Axe des erzeugten Körpers wird. Dieſe Körper werden, in Ermangelung eines beſſern, ebenfalls mit dem Namen einer Kugel belegt, vornehmlich wenn ſie nicht ſehr von einer eigentlichen völlig runden Kugel abweichen. Und da die Axe, um welche ſich die Ellipſe drehet, ſowol ihre kleinere als ihre gröſſere ſeyn kan, ſo können wir die in dem erſten Falle entſtehende, **gedruckte**, die in dem zweiten aber, **länglichte** Kugeln nennen. Alle Arten der Kugeln haben dieſes mit einander gemein, daß ein jeder Durchſchnitt derſelben, auf deſſen Fläche die Axe der Kugel perpendicular fällt, einen Cirkel giebt, deſſen Durchmeſſer eine eben der Axe perpendiculare Sehne der Ellipſe iſt, welche die Kugel erzeuget hat. Denn auch der Cirkel iſt eine Ellipſe, welcher ſich von den übrigen durch nichts unterſcheidet, als daß alle Durchmeſſer deſſelben, und folgends auch diejenigen, welche man als ſeine Axen anſehen will, einander gleich ſind. Uebrigens werden wir die länglichten Kugeln kaum gebrauchen: es iſt aber auch leicht die folgenden Sätze, bey welchen wir uns vornehmlich an die gedruckten halten werden, auf dieſelbe anzuwenden.

§. 121. Wenn eine halbe Ellipſe, oder auch nur einer der Quadranten, in welche ſie durch ihre zwo Axen getheilet worden iſt, *GCB* (*T. I. Fig.* 19. 20.) zugleich mit dem Quadranten des Cirkels *ECB*, ſich um *EC* oder *GC* herum drehet, es mag *CB*, die zugleich der Halbmeſſer zu dem Quadranten *ECB* iſt, die gröſſere oder die kleinere Axe der Ellipſe ſeyn: ſo verhält ſich die Hälfte der von *GCB* erzeugten gedruckten oder länglichten, zu der Hälfte der eigentlichen Kugel, welche *ECB* erzeuget, immer wie *GC* zur *EC*, welche Linien als die Höhen der beiden Halbkugeln angeſehen werden können, indem die gemeinſchaftliche Grundfläche derſelben der mit dem Halbmeſſer *CB* beſchriebene Cirkel iſt. Dieſes ſiehet man leicht, wenn man erweget, daß eine jede *HD*, welche von irgend einem Puncte der Oberfläche der länglichten oder gedruckten Halbkugel, der Grundflä-

T. I. F. 19. 20.

che

che perpendicular fällt, ſich zu der dazu gehörigen *FD*, deren Punct *F* in der Oberfläche der eigentlichen Kugel liegt, wie *GC* zur *EC* verhalte. Denn man kan den Grundſatz, deſſen wir uns in der Geometrie (*) zur Vergleichung der Cörper bedienet haben, allerdings ſo erweitern, daß daraus auch der gegenwärtige Schluß folget. *T. I. F.* 19. 20.

§. 122. Wenn alſo zu einer gedruckten Halbkugel die gröſſere Axe noch immer $2a$, und die kleinere $2c$ iſt, ſo verhält ſich dieſelbe zu der Hälfte einer eigentlichen völlig runden Kugel, die eben die $2a$ zum Durchmeſſer hat, wie c zu a, und eben ſo verhält ſich die ganze gedruckte Kugel, zu der ganzen runden. Da nun die Gröſſe dieſer letztern durch $\frac{4}{3}\pi a^3$ angegeben wird (79), und die Gröſſe ihrer Hälfte durch $\frac{2}{3}\pi a^3$: ſo wird die Gröſſe der gedruckten Kugel ſeyn $\frac{4}{3}\pi a^2 c$, und die Gröſſe ihrer Hälfte $\frac{2}{3}\pi a^2 c$. Denn dieſes ſind die vierten Glieder der Proportion zu den drey erſtern a, c und $\frac{4}{3}\pi a^3$, oder a, c und $\frac{2}{3}\pi a^3$.

§. 123. Ueberhaupt haben alle Kugeln, von welchen hier die Rede iſt, die Eigenſchaft, daß eine jede Ebene, welche ſie ſchneidet, immer eine Ellipſe zum Vorſchein bringt, wenn der Cirkel mit zu denſelben gerechnet wird: und alſo entweder eine eigentliche länglichte Ellipſe, oder einen Cirkel; welches alſo bewieſen wird. Die ſchneidende Fläche mag liegen wie ſie will, ſo kan immer durch die Axe der Kugel eine andere gelegt werden, die auf jene ſenkrecht fällt. Es ſey *ADBE* (*T. II. F.* 24) dieſe durch die Axe der Kugel gelegte Fläche, welche, ſo weit ſie in die Kugel fällt, diejenige Ellipſe ſeyn wird, welche die Kugel, durch ihr Drehen um *DE*, erzeuget hat; und *FG* ſey die gerade Linie, in welcher ſie von der Fläche geſchnitten wird, ſo die Kugel ſchneidet: welche man ſich demnach ſenkrecht auf *ADBE* an die *FG* angeſetzt vorſtellen muß. Von dieſer Fläche nun, in ſo ferne ſie rings herum bis an die Oberfläche der Kugel reichet, wird behauptet, daß ſie ebenfalls die Geſtalt einer Ellipſe haben werde. *T. II. F.* 24.

§. 124. Man theile zu dem Ende die Linie *FG* bey *H* in zwey gleiche Theile *FH*, *HG*, deren jeden wir hernach m nennen werden, und ſchneide die Kugel durch *H*, vermittelſt einer Ebene, welcher die Axe *DE* perpendicular ſey. Dieſes wird einen Cirkel zum Vorſchein bringen, deſſen Durchmeſſer *KI* iſt (120). Die Fläche dieſes Cirkels iſt der Fläche *ADBE* ebenfalls ſenkrecht, und ſchneidet alſo die durch *FG* gelegte in einer geraden Linie, die ſowol mit der *KI*, als mit der *FG* bey *H* rechte Winkel einſchlieſſet. Uebrigens reichet dieſe Linie von *H* bis an Oberfläche der Kugel, und endiget ſich in derſelben, bey einem Puncte, welches in dem Umkreiſe des zu *KI* gehörigen Cirkels liegt, woraus fol-

(*) Anfangsgr. der Arithm. u. Geom. §. 523.

get,

T. II. F. 24. get, daß ſie die mittlere Proportionallinie zwiſchen *KH* und *HI* ſeyn werde, welches, wenn man ſie *n* nennet, die Gleichheit $nn = KH.\ HI$ giebt. Es endiget ſich aber auch eben dieſe Linie *n* in dem Umkreiſe des Durchſchnittes, deſſen Geſtalt der Gegenſtand der gegenwärtigen Betrachtung iſt. Von einem jeden andern in der Linie *FG* nach Belieben angenommenen Puncte *L* iſt eben das zu ſagen. Wenn nehmlich die Kugel auch durch dieſes Punct *L*, ihrer Axe *DE* perpendicular geſchnitten wird, ſo entſtehet eine andere von *L* bis an die Oberfläche der Kugel reichende Linie, die ſowol der *MN* als der *FG* perpendicular iſt, und, wenn ſie *y* genennt wird, die Gleichheit $yy = ML.\ LN$ giebt. Sie endiget ſich aber auch, ſo wie *n*, in dem Umkreiſe des Durchſchnitts, welchen wir betrachten. Nun aber hat in der Ellipſe *ADBE*, wie in einer jeden andern (35), die Proportion $ML.\ LN : KH.\ HI = FL.\ LG : FH.\ HG$ ſtatt, und es iſt $ML.\ LN = yy$; $KH.\ HI = nn$, $FH.\ HG = FH^q = mm$; und wenn *HL* die Benennung *x* bekomt, ſo wird $FL = m - x$, $LG = m + x$, und alſo $FL.\ LG = mm - xx$, die Proportion aber wird durch dieſe Benennungen in die folgende verwandelt: $yy : nn = mm - xx : mm$, welche die Gleichung $mmyy = nn\,(mm - xx)$ giebt, die, weil alle *y* einander parallel liegen, und ihren Anfang in eben der geraden Linie *FG* nehmen, allein von der Ellipſe richtig iſt, und dieſe von allen übrigen Figuren unterſcheidet.

§. 125. Es kan dargethan werden, daß alle Ellipſen, welche entſtehen, indem dieſelbe Kugel durch Flächen geſchnitten werden, die einander parallel liegen, oder auch durch ſolche, bey deren jeder der Winkel *CQF* eben die Gröſſe hat, und welche folgends mit einerley Winkel an die verlängerte Axe *DE* anlauffen, einander ähnlich ausfallen, und daß zu einer jeden dieſer Ellipſen $2m = FG$ die kleinere, und $2n$ die gröſſere Axe ſeyn werde, wenn in der *ADBE* die *DE* die kleinere Axe, *AB* aber die gröſſere iſt. Es iſt aber der Beweiß hiervon, welcher mir beygefallen iſt, weitläuftiger, als daß er hier Platz finden könte. Wir werden aber auch nur den Fall gebrauchen, in welchem die ſchneidende Fläche, und folgends auch *RT*, welche anſtatt *FG* komt, der Axe der Kugel *DE* parallel lieget. Bey dieſem Umſtande iſt $m = \frac{1}{2}RT = RS$; *n* aber iſt die mittlere Proportionallinie zwiſchen *AS* und *SB*, welche von *S* bis an den mit dem Radius *CA* um *C* beſchriebenen Cirkel reichet. Iſt dieſe *VS*, ſo haben wir $n = VS$, und alſo $m : n = RS : VS = c : a$, woraus der Schluß leicht zu ziehen iſt (31).

Der

Der

Aſtronomiſchen Vorleſungen

zweiter Abſchnitt.

Erſte Eintheilung des Sternhimmels.

Brechung der Lichtſtrahlen.

§. 126.

Wir leben in der Luft, und ſehen alles was wir ſehen, durch Strahlen, welche in derſelben zu uns kommen. Iſt nun die Luft rein, und der Boden, auf welchem wir ſtehen, nicht bergicht, ſondern eben, wie die Oberfläche des ſtehenden Waſſers; ſo finden wir, daß die Strahlen, welche ſo fortgehen, daß ſie ſich dieſem Boden weder nähern, noch von demſelben entfernen, völlig gerade ſind. Gehet aber ein Strahl ſchief unterwärts gegen den Boden, oder entfernet er ſich von demſelben nach einer ſchiefen Linie, ſo bleibt er nicht mehr völlig gerade, ſondern wird in ſeiner ganzen Länge unterwärts gebogen, und man kan die Krümmung deſſelben merken, wenn er eine beträchtliche Länge hat. Auch bringen die Dünſte, und andere zufällige Veränderungen der Luft, die Strahlen öfters von dem geraden oder krumlinichten Wege ab, welchen ſie auſſer dem genommen hätten. Alles dieſes wird gewiſſermaſſen ſichtbar, wenn man ein dazu eingerichtetes Seherohr nach einen etwas weit entfernten Ort des Erdbodens, einen Berg, der Spitze eines Thurns oder etwas dergleichen richtet, und in dieſer Lage unbeweglich erhält. Dieſer Gegenſtand erſcheinet in dem Rohre bald mehr bald weniger hoch, wenn man nach denſelben zu verſchiedenen Stunden ſiehet, inſonderheit kurz vor und nach dem Aufgange der Sonne.

§. 127. Wenn nehmlich *AB* (*T. II. Fig.* 25.) den Boden vorſtellet, über welchen ſich die Luft befindet, ſo iſt dieſe unten immer dichter als oben: und man kan ſich in derſelben dergleichen Lagen vorſtellen, als durch die der *AB* parallel *T II. F.* 25

T. II. F. 25. gezeichneten Linien angedeutet werden, in deren jeder die Luft einerley Dichtigkeit bekomt, wenn ihr Zeit gelaſſen wird, ſich zu ſetzen, nachdem ſie durch einen Wind, oder die aufſteigenden Dünſte, oder eine ſchnelle Veränderung der Wärme, in Unordnung gebracht worden iſt. Gehet nun ein Lichtſtrahl zwiſchen zwoen dieſer Flächen fort, ohne ſeine Entfernung von denſelben zu ändern, ſo bleibt er gerade, weil nichts da iſt, das ihn von ſeinem Wege abbringen könte. Gehet er gerade unterwärts nach den Boden *AB*, oder von demſelben gerade aufwärts, ſo daß er durch jede der Flächen, welche die Lagen von einander abſondern, nach einer Linie dringet, die derſelben perpendicular iſt: ſo iſt aus der Lehre von der Strahlenbrechung bekant, daß er ebenfalls in dieſer Linie bleiben, und von derſelben nirgends im geringſten abweichen werde. Fällt aber der Strahl *CD* bey *D* ſchief auf eine der angenommenen Flächen, ſo wird er daſelbſt allerdings gebrochen, ſo daß der Theil dieſes Strahls *DE*, nicht mehr als eine Verlängerung der geraden Linie *CD* angeſehen werden kan, ſondern mit derſelben bey *D* einen Winkel macht. Eine dergleichen Veränderung gehet mit dem Strahle auch bey einem jeden andern Puncte vor, in welchem er eine der Flächen antrift, ſo die Lagen von einander abſondern. Er würde alſo in ſeinem Wege von *C* bis *F* eine gebrochene Linie *CDEF* beſchreiben, wenn dieſe Flächen weit genug von einander entfernet, und der Unterſchied der Dichte der Luft, in zwo unmittelbar auf einander folgenden Lagen, beträchtlich wäre. Da aber keines von beiden ſtatt hat, indem die Dichtigkeit der Luft von unten nach oben zu nicht rückweiſe, ſondern in einem fort, abnimt, ſo iſt *CDEF* würklich eine krumme Linie, die von der verlängerten Richtung des einfallenden Strahls *CG* bey *D* berühret wird.

§. 128. Wird nun auch *FG* gezogen, welche den krummen Weg des Strahls bey *F* berühret, ſo iſt dieſe *FG* die Richtung des Strahls bey *F*, nach welcher er in ein Auge fällt, das ſich daſelbſt befindet. Er kan alſo in dieſes Auge nicht anders würken, als wenn er beſtändig nach der geraden Linie *GF* gegangen wäre; welches das Urtheil nach ſich ziehen muß, der ſichtbare Punct, von welchem der Strahl komt, liege irgendwo in der verlängerten *FG*: denn was dem Strahle unterWeges begegnet iſt, kan das Auge nicht empfinden.

§. 129. Die Linie *CH*, nach welcher der Strahl fortgehen würde, wenn ihn die Luft nicht bräche, gehet nicht durch *F*, und trift den Boden bey einem ganz andern Puncte *H* an: von welchem ein Auge eben den ſichtbaren Punct, welcher

welcher dem Auge *F* in der *FG* erſcheinet, in der *HG* ſehen würde. Dieſe beiden Linien *FG*, *HG* machen mit *AB* die ungleichen Winkel, *GFB*, *GHB*, unter welchen der äuſſere *GFB* der gröſſere iſt, und der Ueberſchuß deſſelben über den innern *GHB* iſt der Winkel *HGF*, den die gehörig verlängerten Berührungslinien *DG*, *FG* mit einander einſchlieſſen. Wird durch *F* die *FI* der *HG* parallel gezogen, ſo wird auch *GFI* dem Winkel *FGH* gleich, um welchen der Strahl von ſeinem geraden Wege abgebracht worden iſt. Es würde aber das Auge in *F*, welches den ſichtbaren Punct, vermittelſt des gebrochenen Strahls, in der *FG* ſiehet, denſelben vermittelſt eines ungebrochenen deſto weniger von der *IF* abweichend ſehen, je weiter es von dieſem Puncte entfernet iſt. Bleibt nun alles übrige einerley, ſo wird der Winkel *HGF* = *GFI* deſto kleiner, je gröſſer *IFB* wird, und deſto gröſſer, je mehr *IFB* abnimt. Der Winkel *GFB* aber wächſet immer mit dem *IFB* zugleich, und nimt mit demſelben zugleich ab. Dieſes folget unmittelbar aus den Geſetzen, nach welchen die Strahlen bey ihrem Uebergange aus einer dünnern Materie in eine dichtere, oder aus dieſer in jene, gebrochen werden; und wird hievon in dem nachfolgenden ausführlicher zu handeln ſeyn. T. II. F. 25.

§. 130. Da alſo die Strahlen, welche aus einem von der Luft umgebenen Gegenſtande nach unſern Auge geſendet werden, meiſtentheils krum ſind, und uns dieſen Gegenſtand in einer Linie weiſen, die von derjenigen, in welcher er ſich würklich befindet, etwas abweicht: ſo muß dieſes bey denen Strahlen, vermittelſt welcher wir einen ſich auſſer unſern Luftkreis aufhaltenden Körper ſehen, noch vielmehr zutreffen, weil die Wege, welche dieſe Strahlen in der Luft nehmen müſſen, viel länger ſind. Es iſt aber überhaupt die durch die Luft verurſachte Krümme der Strahlen ſo gar groß nicht. Der davon herrührende Abweichungswinkel *HGF* beträgt kaum jemals mehr als 33 Minuten, und wird, wenn *GFB* die Hälfte eines rechten Winkels überſteiget, kleiner als eine Minute. Wir können alſo bey dem Anfange unſerer Betrachtung der Körper, die ſich auſſer unſerer Luft in dem unendlichen Raume befinden, welchen wir den Himmel nennen, und daher **himmliſche Körper** heiſſen, dieſe ganze Krümmung, bey Seite ſetzen, und die Strahlen, vermittelſt welcher ſie uns ſichtbar werden, als gerade Linien anſehen, ſo weit auch dieſe Körper von uns entfernt ſeyn mögen. Denn auſſer der Luft, deren Höhe über der Erde gewiß kleiner iſt als 20 gemeine teutſche Meilen, iſt nichts, ſo dieſe Strahlen von ihrem geraden Wege abbringen könte.

T. II. F. 25. §. 131. Es iſt bereits (128) angemerket worden, daß wir gar wol empfinden, von welcher Seite ein Strahl in unſer Auge komme: und wir können dadurch, was uns zur Rechten liegt, von dem zur Linken, das Obere von dem Untern, und was ſonſt von dieſer Art zu der Ordnung verſchiedener Körper gehöret, immer unterſcheiden. Aber dadurch wird uns dieſe Ordnung, oder die Lage der verſchiedenen Puncte eines Körpers, von welcher deſſen Geſtalt herrühret, noch lange nicht völlig bekant. Das Auge kan uns von der Länge des Strahls, welcher ſich von dem ſichtbaren Gegenſtand bis an daſſelbe erſtrecket, nicht belehren, und wir empfinden nie unmittelbar, wie weit dieſer Gegenſtand von uns entfernet ſey: ſondern ſind gezwungen, dieſe Entfernung aus gewiſſen Nebenumſtänden zu ſchlieſſen, bey welchen wir uns leicht irren können, und öfters, wenn wir nicht genau Acht haben, gar ſehr irren. Es iſt aber klar, daß ſo lange uns dieſe Entfernungen unbekant ſind, ſehr vieles von der Ordnung der Puncte, welche ſich uns in dieſen oder jenen geraden Linien zeigen, zu fragen übrig bleibe.

Die Vorſtellung, welche wir uns von dem Himmel machen.

§. 132. Bey unſerer erſten Betrachtung fehlen uns die Umſtände, aus welchen wir die Entfernungen der himmliſchen Körper beurtheilen könten, völlig; und überhaupt iſt hier nur von unſern Empfindungen die Rede, nicht von den
T. II. F. 26. Schlüſſen, welche wir darauf gründen können. Wenn alſo (*T. II. Fig.* 26.) das Auge *O* einen Punct eines ſolchen Körpers in der Linie *OA* ſiehet, und einen andern in *OB*; ſo merken wir wol die Gröſſe des Winkels *AOB*, und können mit einiger Beyhülfe denſelben genau genug angeben. Aber wir merken nicht, ob der Strahl *OA* aus *A* oder *a*, oder einem jeden andern Puncte der unendlich verlängerten *OA* entſprungen ſey: und eben ſo wenig empfinden wir den eigentlichen Urſprung des Strahls *OB*. Wir können alſo nicht ſagen, ob die Puncte, die wir vermittelſt dieſer Strahlen ſehen, ſo gegen einander liegen, wie *A* und *B*, oder ob der eine vielmehr durch *A*, und der andere durch *b*, oder der eine durch *a*, und der andere durch *B* vorzuſtellen ſey, oder wo ſie ſonſt in den Linien *OA*, *OB* angenommen werden müſſen. Alſo kan uns auch unſer Auge von der Entfernung eines dieſer Puncte von dem andern, oder von der eigentlichen Länge der geraden Linie, welche ſich von dem einen bis an das andere erſtrecket, keinesweges belehren. Denn es iſt klar, daß *A* von *B* eine ganz andere Entfernung haben könne, als *a* von *B* oder *b*, oder auch *A* von *b*.

§. 133.

§. 133. Es bleibt uns alſo nichts übrig, als daß wir uns nur an die ſcheinbare Entfernung halten, welche nichts anders iſt, als die Gröſſe des Winkels *AOB*. Wir nennen die Fähigkeit dieſe Gröſſe zu beurtheilen, und mit der Gröſſe eines andern dergleichen Winkels zu vergleichen, das Augenmaaß, welches durch die Uebung zu einer Zuverläßigkeit gebracht werden kan, die in vielen Fällen hinlangt, beſonders wenn die mit einander zu vergleichenden Winkel beide klein ſind. Will man aber einen ſolchen Winkel *AOB* genauer haben, ſo darf man nur eine recht ebene Fläche dergeſtalt legen, daß die Strahlen *OA* und *OB* beide ſich in dieſer Fläche nach dem Orte des Auges *O* erſtrecken müſſen. Alsdenn können dieſe Strahlen in der Fläche gezeichnet werden, wodurch der Winkel *AOB* ſogleich bekant wird. *T. II. F. 26.*

§. 134. Es wäre äuſſerſt unbequem, wenn wir einen Winkel nicht anders anzugeben wüßten, als durch ſeine dergeſtalt in einer Ebene verzeichneten Schenkel. Das bequemſte Mittel zur Vermeidung dieſer Weitläuftigkeit iſt, daß man in einer richtigen Ebene den Umkreis eines Cirkels, oder einen ſchicklichen Theil deſſelben, beſchreibe, und ſo genau, als es ſich bey der Gröſſe des dazu gebrauchten halben Durchmeſſers will thun laſſen, in Grade, Minuten und Secunden theile. Wird alsdenn dieſe Ebene in die Lage gebracht, bey welcher die Schenkel des Winkels *AOB*, (*T. II. Fig.* 27.) welche nach Belieben in *OC* und *OD* verlängert werden können, in dieſelbe fallen müſſen, und zugleich der Mittelpunct mit der Spitze *O* übereinkomt: ſo kan, wenn der Bogen nicht kleiner iſt, als der vierte Theil des Umkreiſes, immer das Maaß eines der vier Winkel, denen die Spitze *O* gemeinſchaftlich iſt, gefunden, und aus demſelben das Maaß eines jeden der übrigen geſchloſſen werden; bey kleinern Winkeln aber, oder viel gröſſern, können kleinere Bogen eben das leiſten. Dieſes iſt der Grund aller Winkelmeſſer, die in der Aſtronomie gebraucht werden. Ihre übrige Ausarbeitung richtet ſich nach der beſondern Abſicht, zu welcher man ſie verfertiget. Die gewöhnlichſten ſind Quadranten von Cirkeln, deren halbe Durchmeſſer zwiſchen einen und ſechs Schuhen groß ſind. Sonſt aber iſt bey der Einrichtung, und dem Gebrauche dieſer und anderer aſtronomiſcher Inſtrumente gar vieles zu ſagen, ſo hieher nicht gehöret. *T. II. F. 27.*

§. 135. Wenn wir uns bey der Beurtheilung der ſcheinbaren Entfernung eines himmliſchen Cörpers von einem andern des bloſſen Augenmaaſſes bedienen,

T. II. F. 27. gründen wir uns auf eben die Begriffe; auſſer daß dabey nur diejenigen ſich der Grade und ihrer Theile bedienen können, die derſelben gewohnt ſind. Die übrigen begnügen ſich damit, daß ſie die Verhältniß des Cirkelbogens, welcher die Entfernung angeben ſoll, zu einem andern mit eben dem Radius beſchriebenen dergleichen Bogen, der als bekant angeſehen wird, ſo gut ſie können, beſtimmen. Wir ſtellen uns zu dem Ende eine um das Auge als ihren Mittelpunct beſchriebene hohle Kugel vor, die ſo groß iſt, daß ſie alle himmliſche Körper umgiebet; und beſchreiben alle Bogen, welche die Entfernung eines dieſer Körper von einem jeden der übrigen angeben ſollen, in unſern Gedanken, an die Oberfläche dieſer Kugel. Dieſes Mittel iſt das natürlichſte, und alſo kein Wunder, daß alle Menſchen darauf gefallen ſind. Da wir nun in unſerer Kindheit ſchwerlich das blos eingebildete, von etwas würklichen zu unterſcheiden wiſſen, und mit zunehmenden Jahren wenige dahin gelangen, daß ſie dieſes lerneten: ſo wird gemeiniglich angenommen, daß eine dergleichen hohle Kugel in der That da ſey, an deren Oberfläche die himmliſchen Körper bald ruhen, bald hin und hergehen: und die blaue Farbe der heitern Luft trägt vieles bey, dieſen Irthum zu befeſtigen, weil wir meiſtentheils da, wo wir eine Farbe ſehen, auch etwas körperliches anzutreffen, gewohnt ſind.

Von den Fixſternen.

§. 136. Sind aber die ſcheinbaren Entfernungen, von welchen die Rede iſt, vermittelſt eines dazu geſchickten Winkelmeſſers mit einer hinlänglichen Richtigkeit genommen worden, ſo ſind wir im Stande, die Himmelskugel, mit den dem Schein nach daran haftenden Sternen, in kleinen abzubilden. Man verſiehet ſich mit einer Kugel von ſchicklicher Gröſſe, und beſchreibt mit einem Radius, der dem halben Durchmeſſer derſelben gleich iſt, den Umkreis eines Cirkels, welchen man in Grade und ſo weiter theilet. Nach dieſen Graden werden die Entfernungen gemeſſen, um welche die Puncte der Kugel, die gewiſſe Puncte des Himmels vorſtellen ſollen, von einander entfernet ſeyn müſſen. Dadurch können ſo viele himmliſche Körper, als man will, auf die Kugel gebracht, und der Stand eines jeden in Anſehung aller übrigen, welchen er zur Zeit der Beobachtung gehabt hat, beſtimmet werden.

§. 137. Es ſind aber die ſeit mehr als dreytauſend Jahren eingeführten Sternbilder ein noch bequemeres Mittel, von der Ordnung, in welcher uns die Körper an den Himmel erſcheinen, einen Begriff zu geben, welcher uns in den

Stand

Stand ſeƶet die in dieſer Ordnung vorgehenden Veränderungen zu bemerken. *T. II. F. 27.* Die Beſchreibung dieſer Bilder wird an ihrem Orte folgen. Es iſt an ſich klar, daß ſie wilkührig ſind, und daß noch jeƶo jedermann an dem Gewölbe des eingebildeten Himmels, ſich ein Dreyeck, einen Wagen, ein Thier, oder was er ſonſt will, gezeichnet vorſtellen, und die Sterne, vermittelſt der verſchiedenen Theile dieſer Zeichnungen, bey welchen ſie geſehen werden, von einander unterſcheiden könne.

§. 138. Durch dieſe Hülfsmittel, und durch wiederhohlte Meſſungen iſt entdeckt worden, daß die allermeiſten Sterne uns immer in einerley Ordnung erſcheinen, nicht anders als ob jeder derſelben an dem eingebildeten Gewölbe unbeweglich befeſtiget wäre: wovon ſie den Namen der Fixſterne bekommen haben. In der That werden bey einigen dieſer Sterne Abweichungen beobachtet, mit welchen ſie ihre Entfernungen von den übrigen ändern, ſo daß, wenn alles auf das genauſte genommen wird, ihre gegenwärtige Ordnung nicht völlig diejenige iſt, in welcher ſie vor dieſem geſtanden ſind. Es ſind aber dieſe Abweichungen ſehr gering, und betragen nach vielen Jahren nur wenige Minuten, mit welchen ſich mit der Zeit dieſer Stern nach dieſer, ein anderer aber nach einer andern Seite von ſeinem vorigen Orte entfernet, ohne daß gewiſſe Regeln anzugeben wären, nach welchen ſie ſich bey dieſer kleinen Bewegung richten. Und faſt nur bey den hellern Sternen wird einige Abweichung bemerket; und nicht bey den mehr dunklern, deren Zahl ungemein gröſſer iſt, ſo daß wir keinen Grund haben deswegen ein Unterſchied unter den Fixſternen zu machen. Dieſe allein konten in die Sternbilder gebracht werden. Der Ort der übrigen Körper, welche von einem Fixſtern zu dem andern zu gehen ſcheinen, läßt ſich nur für eine gewiſſe Zeit beſtimmen, in welcher ſie ſich in dieſem oder jenem Sternbilde da oder dort befinden.

§. 139. Die Fixſterne erſcheinen durch ein Fernrohr als völlig untheilbare Puncte: der viel lebhaftere Glanz aber, welchen einige derſelben vor andern haben, verurſachet, daß jene gröſſer und dieſe kleiner zu ſeyn ſcheinen. Nach dieſer Gröſſe werden die Fixſterne in Abtheilungen gebracht, und Sterne der erſten, zweiten, dritten, bis zur ſechſten und zehnten Gröſſe genant. Nur ſehr gute Augen ſehen die Sterne von der fünften und ſechſten Gröſſe: die noch kleinern ſind blos durch Fernröhre ſichtbar. Es komt aber dabey gar vieles auf die

Beſchaf-

T. II. F. 27. Beſchaffenheit der Luft an, in welcher ſich das Auge befindet. Wir ſehen bey einem ſtarken Nebel nicht einmal die Sonne; was iſt aber das Licht eines Fixſterns gegen den Glanz derſelben?

§. 140. Es muß aber auch unſer Auge nicht von fremden Lichte geblendet werden, wenn wir etwas recht gut ſehen ſollen. Je weniger das inwendige des Auges, und insbeſondere der hintere Boden deſſelben, auf welchen die Strahlen endlich auffallen, erleuchtet iſt, je lebhafter empfinden wir den Eindruck, welchen ein ſichtbarer Gegenſtand verurſachet, indem er ſeine Strahlen dahin ſendet. Im Gegentheil können wir das Licht, welches ein ſichtbarer Körper auf einen Theil vom Boden des Auges wirft, von demjenigen, mit welchem der ganze Boden bedeckt iſt, nicht wol unterſcheiden, wenn jenes Licht nicht viel ſtärker iſt, als dieſes. Aus dieſer Urſache ſehen wir viele Sterne nicht, wenn der Mond ſcheinet, und gar keinen, wenn die Sonne unſere Luft erleuchtet. Beym Untergange der Sonne, erſcheinen uns die Sterne nach und nach, die hellern zuerſt, und hernach die weniger hellen: beym Aufgange der Sonne aber verſchwinden ſie in verkehrter Ordnung. Im Gegentheil können wir die gröſſern Sterne auch bey Tage ſehen, wenn wir alles fremde Licht ſorgfältig ausſchlieſſen: welches geſchiehet, wenn wir aus einem ſehr finſtern Raume durch ein langes inwendig geſchwärztes Rohr nach denſelben ſehen. Iſt dieſes Rohr mit Gläſern verſehen, welche es zu einen Seherohr machen: ſo iſt es deſto beſſer, wenn nur auch auf dieſe Gläſer kein fremdes Licht fallen, und dieſelbe alzuſehr erleuchten kan.

§. 141. Die ſcheinbare Entfernung eines Fixſterns von einem andern wird nie anders befunden, wenn man ſie an einem andern Orte des Erdbodens miſſet, ſo weit auch dieſer zweite Ort von dem erſten entfernet ſeyn mag: und die Sternbilder bleiben in völliger Strenge einerley, von welchem Orte des Erdbodens man ſie auch anſehen mag. Dieſes ſcheinet der Geometrie zu widerſprechen.

T. II. F. 28. Denn wenn *A* und *B* (*T. II. Fig.* 28.) zween Sterne ſind, die dem Auge in *O* um den Winkel *AOB* von einander entfernet ſcheinen, einem Auge in *Q* aber, um den Winkel *AQB*; ſo iſt dieſer leztere Winkel *AQB* kleiner als der vorige *AOB*, und der Unterſchied der beiden Winkel iſt *QAO*. Dieſer Widerſpruch kan nicht anders gehoben werden, als wenn der Winkel *QAO* ſo klein genommen wird, daß wir ihn gar nicht merken können. Nun iſt es nicht möglich, daß dieſer Winkel ſo ſehr klein werde, wenn nicht die Entfernung des Fixſterns *A* von *O*

oder

oder Q ſo groß iſt, daß QO, die Entfernung des auf dem Erdboden angenommenen Orts Q von O, in Anſehung derſelben vor Nichts gehalten werden kan: ſo eine groſſe Zahl von Meilen auch dieſe Entfernung QO betragen mag. Es müſſen alſo die Fixſterne wenigſtens ſo weit von der Erde entfernet ſeyn, daß einige hundert Meilen, in Anſehung dieſer Entfernung, für Nichts gehalten werden können, weil der Zuſatz derſelben zu der ganzen Entfernung in den Erſcheinungen ſo wenig ändert. T. II. F. 28.

§. 142. Es kan alſo auch die Gröſſe der ganzen Erde in Anſehung der Gröſſe des Sternhimmels in keine Betrachtung kommen, ſondern muß, in Vergleichung mit demſelben, als ein Punct angeſehen werden. Woraus folgt, daß ohne den geringſten merklichen Fehler angenommen werden könne, es befinde ſich ein jedes Auge, auf in oder bey der Erde, wo nur Menſchen hinkommen können, würklich in dem Mittelpuncte der eingebildeten Himmelskugel. Man wird alſo auch zwo gerade Linien, die von einem Fixſterne nach zween verſchiedenen Puncten dieſes Raums gezogen ſind, als eine einzige Linie, und zwo gerade Linien, die von zween verſchiedenen Puncten eben des Raums nach einem Fixſterne laufen, als einander parallel, anſehen müſſen: und wenn, durch zween verſchiedene Puncte der Erde, zwo Flächen einander parallel ſind, die ſich bis an den Sternhimmel erſtrecken, ſo kan der Cirkelkreis, in welchem ihn eine dieſer Flächen ſchneidet, von uns eben ſo wenig von dem andern, in welchem er von der andern Fläche geſchnitten wird, unterſchieden werden. Dieſes erleichtert die Meſſung der ſcheinbaren Entfernung eines Fixſterns von dem andern gar ſehr. Die Spitze des Winkels, welchen wir bey dieſer Arbeit ſuchen, befindet ſich überall, wo wir hinkommen können; und der Mittelpunct eines jeden unſerer Winkelmeſſer fällt immer in dieſe Spitze.

§. 143. Obwol ein Fixſtern ſeinen Stand in Anſehung der übrigen nicht verändert, ſo verändert er doch denſelben in Anſehung unſer in einer kurzen Zeit gar ſehr. Wir mögen ſo ſtille ſtehen oder ſitzen, als wir wollen, ſo ſehen wir doch eben den Fixſtern, welchen wir vor kurzen zu unſerer Linken geſehen haben, nunmehro über uns ſtehen, oder zur Rechten, oder den, welcher vor uns ſtand, hinter uns; nachdem wir nach dieſer oder jener Seite gekehret ſind. Es hat das völlige Anſehen, als ob der ganze Sternhimmel ſich um unſer Auge, als ſeinen Mittelpunct, herumdrehete; und dieſe Bewegung iſt ſehr ſchnell. Sie fällt uns

T. II. F. 28. alſo vorzüglich in die Augen: und da ſie allen übrigen Körpern, die wir uns an dem Gewölbe des Himmels vorſtellen, gemein iſt, obwol dieſe zugleich von den Stellen, die ſie an demſelben einzunehmen ſcheinen, nach dieſer oder jener Seite fortrücken, ſo iſt ſie der Grund der wichtigſten Erſcheinungen; weswegen ſie auch, vornehmlich bey den Alten, die erſte Bewegung genennet wird. Wir müſſen bemühet ſeyn, uns von dieſer Bewegung einen recht deutlichen Begriff zu machen, und zu dem Ende unſern Beobachtungsplatz mit ſichtbaren Zeichen verſehen, die den Himmel in Gegenden zertheilen, deren jede wir, vermittelſt dieſer Zeichen, von einer jeden andern zu unterſcheiden, im Stande ſind.

Die Horizontfläche.

§. 144. Das erſte und natürlichſte Merkmal, deſſen man ſich in dieſer Abſicht bedienet, iſt die Horizontfläche, auf welche wir gleich anfangs bey der Betrachtung der Lichtſtrahlen, ſehen mußten. Sie iſt nehmlich diejenige, in welche ſich die oberſten Theile des Waſſers, oder einer andern flüßigen Materie in einem jeden Gefäſſe, von ſelbſt ſetzen; und öfters iſt ſelbſt der Boden, auf welchen wir ſtehen, genau genug horizontal. Sonſt aber kan jede ebene Oberfläche eines Körpers horizontal gelegt werden, wenn man ſie ſo lang verſetzet, bis darauf gegoſſenes Waſſer oder Queckſilber nicht mehr geneigt iſt nach der einen Seite zu flieſſen, als nach der andern; und wir werden bald noch andere Mittel ſehen, eine ebene Fläche in dieſe Lage zu bringen.

§. 145. Eine Horizontfläche kan, wie eine jede andere, nach allen Seiten ohne Ende erweitert werden, und man kan die Puncte, durch welche ſie bey dieſer Erweiterung gehet, vermittelſt der geradlinichten Lichtſtrahlen leicht entdecken, indem man nehmlich das Auge in eben die Fläche ſetzet, und an derſelben hinſiehet. Wird nun auf die Art die Horizontfläche nach allen Seiten bis an die Himmelskugel fortgeſetzt, ſo zerſchneidet ſie dieſe in zwo Hälften, die obere und die untere. Jene iſt ſichtbar in dem Verſtande, daß wir einen jeden Körper ſehen können, welcher ſich an derſelben Seite der Horizontfläche befindet, wenn es ihm weder am genugſamen Licht gebricht, noch etwas da iſt, welches ſeine Strahlen hindert bis zu uns zu kommen. Die Körper aber welche an der Seite der Horizontfläche liegen, die wir die untere nennen, werden uns ſämtlich von der undurchſichtigen Erde verdecket.

§. 146.

§. 146. Es iſt nichts daran gelegen, ob man die Horizontfläche höher oder niedriger annimt, zum Beyſpiel, oben auf einem Berge, oder unten an dem Fuß deſſelben, wenn ſie nur nach der beſchriebenen Anweiſung gebraucht wird: und überhaupt kan anſtatt einer jeden dergleichen Fläche eine andere kommen, welche derſelben parallel liegt, oder doch von dieſer Lage ſo wenig abweicht, daß der Fehler nicht zu merken iſt, und in jeder Horizontfläche, kan der Ort des Auges nach Belieben angenommen werden. Zwo Horizontflächen die einander genau genug parallel ſind, theilen den Sternhimmel in eben die zwo Hälften, und machen zweyen Augen, deren eines in die eine, und das andere in die andere geſetzt wird, eben die himmliſchen Körper ſichtbar oder unſichtbar, obgleich die eine von der andern etliche hundert Meilen entfernet iſt (142). Das beſte iſt, man gedenke ſich dieſe Flächen vollkommen parallel: denn die Abweichung von dieſer Lage darf nicht über eine oder die andere Secunde betragen, wenn die Fehler unmerklich werden ſollen. T. II. F. 28.

Die Verticallinie.

§. 147. Auf die Horizontfläche iſt die **Verticallinie** perpendicular: es kan aber dieſe Linie gezogen werden, ohne daß jene Fläche zuvor beſtimmet iſt. Man darf nur ein Gewicht von beliebiger Figur an einen dünnen und beugſamen Faden hängen, und warten, bis alles nach und nach in Ruhe kömt. Iſt nun der Faden von dem daran hangenden Gewichte recht gerade gedehnet worden, ſo iſt die Linie, welche ſich nach ſeiner Länge erſtrecket, die Verticallinie. Eine jede andere Linie aber, welche durch ein beliebiges Punct der Verticallinie dieſer perpendicular gemacht wird, iſt **horizontal**; und die Fläche, welche durch zwo oder mehrere Horizontlinien gelegt wird, die ſämtlich durch eben das Punct der Verticallinie gehen, iſt die zu eben dem Punct gehörige Horizontfläche.

§. 148. So lange wir unſern Ort auf der Oberfläche der Erde nicht verändern, behalten wir eben die Verticallinie, welche durch den Faden des Bleygewichts beſtimmet wird. Verlängern wir dieſe Verticallinie bis an den Sternhimmel, ſo bezeichnet ſie daſelbſt ein Punct, welches immer an ſeinem Orte bleibt, wie ſich auch der Himmel drehen mag. Dieſes wird der **Scheitelpunct** genennet, oder das **Zenit**. Wird aber eben die Linie nach unten zu verlängert, ſo heiſſet das ebenfalls unbewegliche Punct derſelben bey dem Himmel, das **Nadir**. Zenit, Nadir ſind arabiſche Wörter, die vielleicht verſtimmelt ſeyn mögen.

T. II. F. 28. §. 149. Zwo Verticallinien, die nicht mehr als um hundert Schuhe von einander entfernt ſind, laufen einander ſo genau parallel, daß kaum einige Abweichung zu merken iſt. Dadurch werden auch die Horizontflächen parallel, die zu dieſen Verticallinien gehören, wenn ſie nicht gar in eine zuſammen fallen. Es kan alſo eine dieſer Verticallinien anſtatt der andern, und eine der Horizontflächen anſtatt der andern gebraucht werden. Demnach haben auch zween Oerter des Erdbodens, die nicht weiter als um hundert Schuhe von einander entfernet ſind, einerley Zenit und einerley Nadir. Dieſes zeigt die Erfahrung: denn wir können das durch die eine zwoer nicht viel über hundert Schuhe von der andern entfernter Verticallinien angegebene Zenit, von dem durch die andere beſtimmten, nicht unterſcheiden. Man muß ſich aber hüten es auf viel gröſſere Entfernungen auszudehnen. Wir werden bald ſehen, daß die Furcht, dabey deſto mehr zu fehlen, je gröſſer wir die Entfernung annehmen, gar nicht ungegründet ſey.

Verticalfläche.

§. 150. Eine jede Fläche, in welcher eine Verticallinie gezogen werden kan, iſt eine **Verticalfläche**, und ſtehet auch ſelbſt gerade auf dem Horizonte, ſo daß ein Faden mit einem daran gehenkten Gewichte zur Beſtimmung dieſes Standes der Fläche hinlänglich iſt. Es können alſo durch eine jede Verticallinie ſo viele Verticalflächen geſtellet werden, als man will; und man kan eine ſolche Fläche um die in derſelben gezogene Verticallinie rings herum drehen, ohne daß ſie jemals ſchief auf dem Horizonte zu ſtehen komme: da denn, wenn ſie gehörig erweitert wird, ſie nach und nach durch ein jedes Punct des Himmels hindurch gehen muß. Sind zwo Verticallinien einander parallel, oder ſind ſie vielmehr ſo wenig von einander entfernet, daß man ſie vor parallel halten kan, ſo können auch durch dieſelbe zwo Verticalflächen gelegt werden, die einander parallel ſind: und alsdenn fallen dieſe zwo Flächen bey dem Sternhimmel in eine zuſammen. Die gerade Linie aber, in welcher eine Verticalfläche den Horizont ſchneidet, iſt immer eine Horizontlinie.

§. 151. In den Verticalflächen werden die Höhen der Sterne und anderer Puncte des Himmels genommen. Wenn nehmlich eine Verticalfläche *AB*
T. II. F. 29 (*T. II. Fig.* 29.) ſo gelegt iſt, daß eine in derſelben gezogene gerade Linie *OC* bey ihrer Verlängerung nach den Stern *S* zuläuft; ſo wird der Winkel *COB*, welchen

chen dieſe *OC* mit der Horizontlinie *OB* einſchliſſet, die Höhe des Sterns *S*; und *T.II. F.29.*
eben dieſer Winkel iſt auch die Höhe eines jeden andern anſtatt des Sterns in *S* geſetzten Puncts. Man ſiehet leicht, daß die Rede von einer ſcheinbaren Höhe ſey, und daß dieſes Wort hier nicht in dem Verſtande genommen werde, in welchem man es braucht, wenn die Höhe eines Thurns oder etwas dergleichen angegeben wird. Iſt *AO* die Verticallinie, ſo iſt der Winkel *AOC* die Ergänzung der Höhe *COB*, weil der Winkel *AOB* alsdenn gerade iſt: und dieſe Ergänzung der Höhe eines Sterns, wird auch die Entfernung deſſelben vom Zenit genant.

§. 152. Ein Strahl, welcher anfängt in der erweiterten Verticalfläche *AB* nach dem Auge zu gehen, verläßt dieſelbe niemals, ſo ſehr er auch übrigens in der Luft gebrochen wird. Denn da die Luft an den beiden Seiten dieſer Fläche von einerley Beſchaffenheit iſt, ſo findet ſich keine Urſache, welche den Strahl mehr nach der einen Seite von derſelben abbringen fonte, als nach der andern: und auf Kleinigkeiten, die niemand merken kan, darf nicht geſehen werden. Es wird alſo der Strahl, ſo wie oben (127) gezeigt worden iſt, blos in der Verticalfläche gekrümt, welches verurſachet, daß ein jedes Punct des Himmels, ohne eine andere Abweichung, höher erſcheinet, und vermittelſt eines jeden Winkelmeſſers höher gefunden wird, als es iſt: auſſer daß ein jedes Punct der durch das Auge gezogenen Verticallinie *AO* genau in derſelben erſcheinet. Der Fehler iſt bey einer geringen Höhe *COB* beträchtlich, nimt aber, indem dieſelbe gröſſer wird, immer ab, und iſt bey kleinen Entfernungen vom Zenit kaum mehr zu mercken (129. 130).

§. 153. Auch können wir nicht zweifeln, daß wenn die Beſchaffenheit der Luft rings um die Verticallinie herum einerley iſt, (wie dieſes gemeiniglich ſtatt findet) auch die durch das Brechen der Strahlen verurſachten Fehler, bey gleichgroſſen Höhen einander gleich ausfallen werden, nach welcher Seite des Horizonts auch die Linie *OB*, in welcher er von der Verticalfläche *AB* geſchnitten wird, mag gekehrt ſeyn. Hierdurch werden wir in den Stand geſetzt, die Fehler zu beurtheilen, welche die Strahlenbrechung in die ſcheinbare Entfernungen eines Puncts des Himmels von einem andern bringt: nachdem dieſe Puncte ſo oder anders liegen. Denn daß dergleichen Fehler erfolgen müſſen, iſt leicht einzuſehen. Befinden ſich zween Puncte in eben der Verticalfläche, und an eben der Seite der Verticallinie, ſo werden ſie einander deſto mehr genähert, je mehr der untere und je weniger der obere durch die Refraction gehoben wird. Liegen aber die zween Puncte zwar noch in eben der Verticalfläche, aber an verſchiedenen Seiten der Verti-

T. II. F. 29. callinie, ſo iſt die durch die Refraction verurſachte Annäherung derſelben deſto gröſſer, je mehr dieſelbe jeden insbeſondere erhebet. Alles dieſes wird an ſeinem Orte umſtändlicher betrachtet werden müſſen.

§. 154. Wenn eine Verticalfläche würklich dargeſtellet werden ſoll, ſo iſt eben nicht nöthig, daß man die in einem fortgehende Oberfläche eines Cörpers, ſo weit ſie eben iſt, dazu gebrauche. Zween Fäden, welche oben an zween verſchiedene Puncte, und unten beide an ein Gewicht befeſtiget ſind, begeben ſich von ſelbſt in eine Verticalfläche, wenn dieſes Gewicht frey henket: und eben dieſes thun auch zween Fäden, deren jeder ſein beſonderes Gewicht trägt. Auch liegt ein jeder Punct, der immer das Mittel eines kleinen in eine Platte gebohrten Lochs ſeyn kan, ſamt der ganzen Länge eines Fadens, an welchem ein Gewicht frey henket, in einer Verticalfläche, welche erweitert wird, wenn man durch das Loch an den Faden hinſiehet. Und durch ein dergleichen Loch, ſamt der Spitze eines Gebäudes oder etwas dergleichen, kan auch eine gerade Linie feſtgeſetzet werden, wenn man ſich dazu nicht lieber eines gehörig eingerichteten unbeweglich befeſtigten Seherohrs bedienen will. Alle dieſe Mittel ſind in ihrer Art gut, ob ſie wol nicht immer hinlänglich ſind, welches die Aſtronomen bewogen hat, Werkzeuge zu erdenken, die bey der Beſtimmung der Flächen, und der in dieſelbe fallenden geraden Linien, von einem bequemern Gebrauche ſind, und dieſen Nutzen mit einer gröſſern Richtigkeit leiſten können.

Tägliche Bewegung der Fixſterne.

§. 155. Es wird angenommen, daß auſſer dergleichen Merkmalen, ein Beobachter der Sterne mit einer Uhr verſehen ſey, welche alle Stunden Minuten und Secunden einander gleich macht, und richtig anzeiget. Denn was die eigentliche Länge der Stunden anlangt, ſo kan dieſelbe, durch die Verlängerung und Verkürzung des Pendels, leicht gröſſer oder kleiner gemacht werden, und alsdenn werden auch die Minuten und Secunden in eben der Verhältniß länger und kürzer. Hat nun der Beobachter auf einen Stern, und zugleich auf ſeine Uhr acht, ſo findet er, daß der Stern, mit dem Verlauf von beynahe vier und zwanzig gemeiner Stunden, genau wieder in eben die durch das Auge gezogene gerade Linie kömt, in welcher er ihn beym Anfange dieſer Zeit ſehen konte. Er kan, wenn er will, die Stunden ſeiner Uhr verkürzen, und es durch wiederholte Verſuche dahin bringen, daß ihrer genau vier und zwanzig auf die angezeigte Zeit gehen, und wir wollen

wollen ſetzen, daß er es gethan habe, und eine dergleichen Stunde eine Stern- T. II. F. 29.
ſtunde nennen. Alsdenn wird er finden, daß ſeine Uhr beſtändig mit den Fixſternen gleich gehe: und daß jeder derſelben nach vier und zwanzig ſolcher Stunden wieder in ſeinen vorigen Stand komme, das iſt, in die gerade Linie, in welcher er beym Anfange dieſer Zeit zu ſehen war, und in eine jede Fläche, in welche dieſe Linie gebracht werden kan. Aber auch ſonſt wird bey dieſer Bewegung nicht die geringſte Abweichung von der volkommenſten Gleichförmigkeit entdecket.

§. 156. Siehet nun der Beobachter ſeinen Platz als völlig unbeweglich an, wie er thun wird, ſo lang er denſelben nicht mit einem andern verwechſelt, weil er von demſelben alle an den Erdboden befeſtigte Dinge, ſo weit er ſehen kan, immer in eben der Ordnung und in eben den Entfernungen ſiehet: ſo muß er hieraus ſchlieſſen, daß auſſer dem Mittelpunct, noch ein anderes Punct des Himmels ohne Bewegung ſey, und daß der ganze Himmel ſich in einer Zeit von vier und zwanzig Sternſtunden um dieſe zween Puncte, und um die nach Belieben zu verlängernde gerade Linie, die durch dieſelbe hindurch gehet, einmal herumdrehe. Wir finden würklich, wenn wir die Sterne mit einiger Aufmerkſamkeit betrachten, daß einige derſelben ſo kleine Cirkel beſchreiben, daß jemand ſie leicht für Puncte halten, und damit dieſen Sternen alle Bewegung abſprechen könte. In der That iſt kein Stern ohne der wahren oder ſcheinbaren Bewegung, von welcher hier geredet wird. Es ſind aber, bey der groſſen Menge der Sterne, immer einige derſelben der Linie, um welche ſich ihr Himmel zu drehen ſcheinet, ſo nahe, daß dadurch die Puncte, in welchen dieſe Linie den Himmel durchſtechen würde, genau genug bezeichnet wird.

§. 157. Die unbewegliche Linie nun, um welche ſich der Himmel drehet, heiſſet die Axe deſſelben, oder auch die **Weltaxe**. Sie wird unbeweglich genant, nicht als ob ſie durch alle Zeiten völlig einerley bliebe, und immer auf einerley Art gegen die Fixſterne gerichtet ſtünde: ſondern weil die Veränderungen, die ſich bey ihrer Lage zutragen, ſehr langſam ſind, und erſt nach dem Verlauf einiger Jahre beträchtlich werden, und man überhaupt beym erſten Anfange nicht auf alle Kleinigkeiten ſehen kan. Die Puncte aber, in welchen dieſe Axe den Sternhimmel durchſtechen würde, heiſſen die **Pole** deſſelben. Einer dieſer Pole liegt bey Sternen, welche wir alle Nacht ſehen können, und iſt insbeſondere zu dieſer Zeit dem letzten Sterne im Schwanze des kleinen Bären gar nahe, und dieſer heißt der **Nordpol**, der ihm entgegengeſetzte aber, der **Südpol**.

§. 158.

T. II. F. 29. §. 158. Eigentlich kan ein jeder Durchmeſſer einer Kugel eine Axe derſelben abgeben, um welche ſich die Kugel dergeſtalt drehen läßt, daß ſie immer eben den Raum einnimt. Bey dieſem Drehen beſchreibt jedes Punct der Kugel, das auſſer der Axe liegt, es mag inwendig in der Kugel oder in ihrer Oberfläche angenommen ſeyn, einen Cirkel, deſſen Mittelpunct in die Axe fällt, welche zugleich der Fläche eines jeden ſolchen Cirkels perpendicular iſt. Es werden aber unter dieſen Cirkeln vornehmlich diejenigen betrachtet, deren Umkreiſe von Puncten der Oberfläche der Kugel beſchrieben werden, und alſo auch ſelbſt in dieſer Oberfläche verzeichnet werden können. Dieſe Cirkel können auch um die äuſſerſten Puncte der Axe, die in die Oberfläche der Kugel fallen, ſo beſchrieben werden, wie in einer Ebene ein Cirkel um ſeinen Mittelpunct beſchrieben wird, und in Anſehung dieſer Cirkel, werden jene Puncte eigentlich Pole genennt. Jeder Cirkel hat deren zween, und zu jedem Pole gehören unendlich viele Cirkel, deren Flächen ſämtlich einander parallel ſind. Sie wachſen anfänglich indem ihre Umkreiſe ſich in der Oberfläche der Kugel von dem einen Pole entfernen, und dem andern nähern, bis der Durchmeſſer des Cirkels ſo groß wird, als der Durchmeſſer der Kugel. Denn gröſſer kan ein in der Oberfläche der Kugel beſchriebener Cirkel nicht werden. Die angezeigte Gröſſe aber, erhält eine jede Scheibe, welche dadurch zum Vorſchein gebracht wird, daß man eine Kugel durch ihren Mittelpunct ſchneidet. Entfernet ſich der Umkreis des Cirkels noch weiter von dem erſten Pole, indem er ſich dem zweiten nähert, ſo wird er nach und nach wieder kleiner: Und jede zween dieſer Cirkel, welche von ihren einander entgegengeſetzten Polen gleich weit entfernet ſind, haben einerley Gröſſe. Alles dieſes iſt gar leicht einzuſehen, und es wird davon bey der Betrachtung der Kugelſchnitte (*) ausführlich gehandelt.

Von der Mittagsfläche.

§. 159. Da nun der Nordpol des Himmels hoch genug über unſern Horizont erhaben iſt, und ſehr viele Sterne demſelben ſo nahe ſind, daß die Cirkel, welche ſie bey ihrem Umlaufe beſchreiben, ganz über den Horizont fallen müſſen; ſo kan uns dieſes eine Anweiſung geben, wie eine Verticalfläche ſo zu kehren ſey, daß ſie durch den Nordpol gehe: da denn, weil ſie auch durch den Mittelpunct der Himmelskugel gehen wird, als für welchen eine jede Stelle des Beobachtungsplatzes angenommen werden kan (142), eben die hinlänglich fortgeſetzte

(*) In meinen Vorleſungen über die Rechenk. und Geometrie vom Jahre 1767. Seite 568.

geſetzte Fläche auch den Südpol treffen wird, wodurch die ganze Axe in dieſelbe T. II. F. 29. zu liegen kömt. Sie wird die Mittagsfläche genant; und die Linie, in welcher ſie die Horizontfläche ſchneidet, heißt die Mittagslinie des Beobachtungsplatzes. Dieſe Bedeutungen ſind zu merken, weil den erklärten ähnliche Wörter in einem etwas verſchiedenen Verſtande gebraucht werden, welcher in dem nachfolgenden zu erläutern ſeyn wird.

§. 160. Stellen wir uns die Mittagsfläche in ihrem rechten Stande vor, und erweitern dieſelbe oben und unten nach Belieben, ſo ſehen wir ſogleich, daß ſie ſowol den ganzen Himmel, als auch einen jeden Cirkel, welchen ein Stern bey ſeinem Umlaufe beſchreibt, in zwo Hälften theilen werde, weil ſie durch den Mittelpunct eines jeden dieſer Cirkel, und durch den Mittelpunct der Kugel gehet (158). Wird aber auch die Horizontfläche rings herum ins Unendliche fortgeſetzt, ſo kan man ſich einen jeden an der Himmelskugel um den Pol beſchriebenen Cirkelkreis als in dieſer erweiterten Horizontfläche orthographiſch entworfen, vorſtellen. Alsdenn aber iſt dieſer Entwurf eine Ellipſe (21), deren Mittelpunct, zuſamt der ganzen kleinern Axe, in die Mittagslinie fällt, welcher demnach die gröſſern Axen aller dergeſtalt entſtandenen Ellipſen perpendicular ſeyn müſſen.

§. 161. Dieſe kleinen Anmerkungen geben die folgende Anweiſung, vermittelſt eines der Fixſterne, welche nicht allzugroſſe Cirkel um den Pol beſchreiben, die Mittagsfläche eines Beobachtungsplatzes würklich feſtzuſetzen. Die Fläche der Zeichnung (*T. II. Fig.* 30.) wird dem Horizonte parallel angenommen. In T. II. F. 30. derſelben ſtellet *A* ein Punct vor, durch welches ein Faden gehet, der oben an dem Gewölbe eines Fenſters, oder an einer andern ſchicklichen Stelle, befeſtiget, unten aber mit einem Gewichte beſchweret iſt, ſo ihn gerade dehnet. Es wird geſetzt, daß dieſer Faden völlig in Ruhe gekommen ſey, in welcher Ruhe er verharre, und alſo die Verticallinie des Beobachtungsplatzes vorſtelle. *BC* iſt eine in ſchicklicher Entfernung von *A* in dem Horizonte befeſtigte ſtarke Regel oder etwas dergleichen. Wird nun in dieſer Regel ein Punct *B* bezeichnet, und an dieſes Punct das Auge angeſetzt, ſo fallen alle Puncte des Himmels, die dieſem Auge von dem Faden bedeckt werden, in eine Verticalfläche, welche vermittelſt des Puncts *B* von allen übrigen dergleichen Flächen unterſchieden wird. Die Regel muß ſo eingerichtet ſeyn, daß dieſes und ein jedes anderes Punct, an derſelben genau bemerket werden könne: wozu ein mit einem Löchlein verſehener

T. II. F. 30. Schieber ein gar bequemes Mittel giebt. Iſt nun *DE* der orthographiſche Entwurf eines von irgend einem Sterne um den Pol beſchriebenen Cirkels, welchen man ſich in einer gar ſehr groſſen Entfernung von der Erde, und ſelbſt ungemein groß, vorſtellen muß, und *F* der Entwurf des Mittelpuncts dieſes Cirkels: ſo verfolge man den Stern ſo lang mit dem an die Regel *BC* angeſetzten Auge, bis, wenn dieſes bey irgend einem Puncte derſelben *B*, ſich ohne einige Bewegung aufhält, der Stern den durch *A* gehenden Faden nicht mehr durchkreuzet, ſondern an demſelben gerade aufwärts zu ſteigen, oder niederzuſinken ſcheinet. Alsdenn wird die aus *B* durch *A* verlängerte *BA* den orthographiſchen Entwurf bey *E* berühren, weil die auf dieſe Linie geſetzte Verticalfläche die Bahn des Sterns ſelbſt berühret. Eben ſo wird nach zwölf Stunden verfahren, da ſich der Stern bey dem dem vorigen entgegengeſetzten Puncte ſeiner Bahn befindet. Iſt nun dadurch die Linie *AC* bezeichnet worden, welche bey ihrer Verlängerung den Entwurf bey *D* berühret; ſo iſt die den Winkel *BAC* in zwey Hälften theilende *AG* die Mittagslinie. Denn dieſe Linie *AG* würde, wenn man ſie gehörig verlängern könte, den Mittelpunct *F* gewiß antreffen, weil ſie bey jeder Verlängerung nach dieſer Seite, den Winkel *DAE* in zwo Hälften theilet. Wird alſo das Punct *G* in der Regel genau bezeichnet, ſo iſt die durch dieſes Punct und durch die Mitte des Fadens gehende Fläche allerdings die wahre Mittagsfläche.

§. 162. Eine ſichere Probe, daß *G* zu den die Verticallinie angebenden Faden richtig beſtimmet iſt, wird ſeyn, wenn das an dieſes Punct *G* angeſetzte Auge den Stern eine eben ſo lange Zeit an der einen Seite des Fadens ſiehet, als an der andern, ſo daß der Faden die ganze Zeit des Umlaufs genau in zwo Hälften theilet. Denn dieſes muß, wenn *AG* würklich die Mittagslinie iſt, bey allen Sternen zu treffen, weil ihre Bewegung gleichförmig iſt. Iſt aber die Mittagsfläche auf dieſe Art berichtiget worden, ſo kan es, wenn ſich anders der Ort dazu ſchicket, ſo ſchwer nicht ſeyn, die Linie *AG* dergeſtalt zu verlängern, daß man an eben dem, oder einem andern vermittelſt eines daran hangenden Gewichts geſpanten Faden, und dem an die andere Seite deſſelben zwiſchen *A* und *F* angebrachten Löchlein auch denjenigen Zeitpunct merken könne, in welchem ein Stern an dieſer dem Puncte *F* entgegengeſetzten Seite durch die Mittagsfläche gehet.

Einthei-

Eintheilung des Horizonts.

§. 163. Wenn die Horizontfläche nach allen Seiten bis an den Sternhimmel fortgeſetzt wird, ſo bekomt ſie die Geſtalt einer Scheibe, und dieſe wird von der Mittagslinie in zwo Hälften getheilet, ſowol als ihr Umkreis. In der einem dieſer Hälften des Umkreiſes gehen alle Sterne, und alle andere Puncte des Himmels auf, das iſt, ſie werden ſichtbar, da ſie uns vorher der Erdboden verdeckt hatte; in der andern gehen ſie wieder unter, und werden unſichtbar. Die verlängerte Mittagslinie ſelbſt aber bezeichnet in eben dem Umkreiſe zwey Puncte, und in der Fläche des Horizonts ſelbſt zwo Gegenden, Mittag oder Süd, und Mitternacht oder Nord, welche zu einer fernern Theilung des Horizonts den Anfang geben. Werden von einem dieſer Puncte die zween halben Umkreiſe wieder in ihre Hälften getheilet, welche Quadranten des Ganzen ſeyn werden, ſo wird auch Morgen oder Oſt, und Abend oder Weſt beſtimmet: welche Gegenden demnach, für jeden Beobachtungsplatz, dadurch angegeben werden können, daß man in der Horizontfläche deſſelben der Meridianlinie eine andere gerade Linie perpendicular machet, welche ſich an der einen Seite nach Morgen, und an der andern nach Abend erſtrecken wird. Dieſes ſind die vier Hauptgegenden: man pflegt aber auch die ganze Hälfte des Horizonts, in deren Mitte Morgen liegt, den oſtlichen Theil deſſelben, und den andern, deſſen Mitte Abend iſt, den weſtlichen zu nennen. T. II. F. 30.

§. 164. Die Verwirrung bey dieſen Gegenden deſto beſſer zu vermeiden, ſtellet ſich ein Sternforſcher immer ſo, daß er den Nordpol im Rücken habe, und richtet ſeine Ausdrücke dieſer Stellung gemäß ein, indem er ſpricht, er habe Mittag vor ſich, Mitternacht hinter ſich, Morgen zur Linken und Abend zur Rechten. Der Erdbeſchreiber giebt ſich die entgegengeſetzte Stellung, bey welcher er Mitternacht vor ſich, und Mittag hinter ſich hat; und alsdenn liegt ihm Morgen zur Rechten und Abend zur Linken. Beide richten ſich auch bey ihren Zeichnungen nach dieſer Stellung, in welcher ſie ſich ihren Körper einbilden.

§. 165. Die Schiffer theilen den Horizont weiter, ſo daß ſie einen jeden der vier rechten Winkel, welchen die von Morgen gegen Abend laufende mit der Mittagslinie einſchlieſſet, in zwo Hälften zerſchneiden, und jede dieſer Hälften wieder in zwo andere, und ſo fort, bis der dadurch herausgebrachten Winkel in allen zwey und dreyßig oder vier und ſechzig werden. Jede durch eine der

T. II. F. 30. Linien, welche dieſe Theilung verrichten, beſtimte Gegend belegen ſie mit einem beſondern Namen, welcher aus den vier Wörtern Nord, Süd, Oſt, Weſt, ſo geſchickt zuſammengeſetzt iſt, daß die Bedeutung deſſelben ohne Mühe begriffen wird. Wenn nehmlich die rechten Winkel, welche die Mittagslinie mit der von Oſt nach Weſt laufenden einſchlieſſet, in ihre Hälften getheilet werden, ſo ſagen ſie die Linien, welche dieſe Theilung verrichten, erſtrecken ſich von dem Mittelpuncte, die eine nach Nord-Oſt, die andere nach Süd-Oſt; oder die eine laufe gegen den Mittelpunct aus Nord-Oſt, die andere aus Süd-Oſt, und ſo an der andern Seite nach oder aus Nord-Weſt, Süd-Weſt. Wird jeder dieſer Winkel von 45 Graden wieder in zwo Hälften getheilet, ſo bekommen die dadurch beſtimten Gegenden eben dieſe letztern Namen, mit einem Zuſatze welcher anzeiget, an welcher Seite oder nach welcher der vier Hauptgegenden, Nord, Süd, Oſt, Weſt ſie liegen. Sie heiſſen alſo Nord-Nord-Oſt, Oſt-Nord-Oſt, Oſt-Süd-Oſt, Süd-Süd-Oſt, und ſo an der andern Seite, Nord-Nord-Weſt, Weſt-Nord-Weſt; Weſt-Süd-Weſt, Süd-Süd-Weſt. Dieſes ſind ſechzehn Gegenden, aus welchen durch eine wiederholte Theilung zwey und dreyſig werden, die ihre Nahmen von den acht erſtern bekommen, mit dem Zuſatze eines Beyworts, welches anzeiget, nach welcher Hauptgegend ſie von derſelben abweichen. Dieſe ſind alſo, Nord zu Oſt, Nord zu Weſt, Nord-Oſt zu Nord, Nord-Oſt zu Oſt, Oſt zu Nord, Oſt zu Süd, und ſo die übrigen, welche dienen die Gegend, aus welcher der Wind komt, und den Strich, welchen das Schiff halten, und nach denſelben fortſegeln ſoll, genau genug zu beſtimmen. Die Aſtronomen aber bleiben bey ihren Graden und deren gewöhnlichen Theilen, welche bald von Mittag oder Mitternacht, bald von Morgen und Abend gezählet werden.

Bewegung der Fixſterne in Anſehung des Horizonts und der Mittagsfläche.

§. 166. Ein jeder Fixſtern gehet bey einem gewiſſen Puncte der öſtlichen Hälfte des Horizonts auf, und bey einem gewiſſen Puncte der weſtlichen Hälfte gehet er unter, welche, ſo lang der Beobachtungsplatz nicht verändert wird, immer dieſelben bleiben. Auch iſt der Punct des Horizonts, bey welchem ein Stern aufgehet, genau ſo weit vom Mittag oder Mitternacht entfernet, als derjenige, bey welchem er untergehet. Wenn alſo der Horizont eines Beobachtungs-

tungs-

tungsplatzes ſo frey iſt, daß man zu eben den Fixſtern dieſe Puncte beide bemerken, und von einem beliebigen Puncte der Horizontfläche nach jeden derſelben eine gerade Linie ziehen kan; ſo wird vermittelſt dieſer Linien die Mittagslinie des Beobachtungsplatzes ebenfalls beſtimt, und man darf nur den Winkel, welche die beiden nach den Stellen des Aufgangs und des Untergangs des Sterns gezogenen Linien mit einander einſchlieſſen, in ſeine zwo Hälften theilen, wenn man dieſe Mittagslinie ſichtlich haben will. Dieſes Mittel, die Gegenden des Horizonts auszumachen, welche ſich ſämtlich nach der Mittagslinie richten, iſt ſehr leicht und einfach. T. II. F. 30.

§. 167. Die Stellen des Aufgangs und Untergangs eines Fixſterns deſto beſſer von dem eigentlichen Oſt und Weſtpuncten zu unterſcheiden, werden dieſe letztern auch der wahre Aufgang und der wahre Untergang genennet; und es wird die Stelle, bey welcher dieſer oder jener Fixſtern aufgehet, dadurch angegeben, daß man ihren, in dem Umkreiſe des Horizonts, durch Grade und deren Theile gemeſſenen Abſtand von dem wahren Aufgange, anzeiget. Eben ſo verfähret man auch bey der Stelle ſeines Untergangs, deſſen Abſtand von dem wahren Untergange genommen wird; und in beiden Fällen muß noch angemerkt werden, ob der Abſtand nördlich oder ſüdlich ſey? der dergeſtalt beſtimte Bogen oder Winkel heiſſet die Amplitudo ortiva oder occidua des Sterns, welche Benennung auch bey einem jeden andern himmliſchen Körper gebraucht werden kan, ob ſchon, wenn der Körper nicht immer an eben dem Orte des Himmels erſcheinet, ſeine Amplitudo veränderlich wird, und nicht anders, als für eine gewiſſe Zeit, angegeben werden kan.

§. 168. Die Mittagsfläche theilet ſowol die ſichtbare als die unſichtbare Hälfte des Himmels, jede in zwey einander gleiche und ähnliche Theile: deren einer durch den Namen der oſtlichen gar wol von dem andern unterſchieden werden kan, welcher alsdann der weſtliche heiſſen wird. Es iſt aber von den Theilen der unſichtbaren Hälfte deſto weniger zu ſagen, je leichter ſie aus den ſichtbaren beurtheilet werden können. In der ſichtbaren oſtlichen Hälfte des Himmels aber erhebt ſich ein jeder Fixſtern, nachdem er in dieſelbe übergegangen iſt, immer mehr und mehr, bis er in die Mittagsfläche komt, von welcher er anfängt wieder nieder zu gehen. Denn diejenigen Sterne, welche niemals untergehen, erheben ſich zwar in dem oſtlichen Theile der ſichtbaren Hälfte ebenfalls

 bis

T. II. F. 30. bis zur Mittagsfläche, und gehen in dem weſtlichen wieder nieder. Sie kommen aber alsdenn noch einmal in die Mittagsfläche, und haben, wenn ſie da ſind, ihre kleinſte Höhe. Bey dem allen wird geſagt, der Stern culminire, wenn er ſich in der Mittagsfläche befindet, weil doch gemeiniglich die Höhe deſſelben alsdenn die gröſte iſt, ob ſie wol auch die kleinſte ſey kan. Ueberhaupt aber heiſſet eine jede in der Mittagsfläche genommene Höhe eines Sterns ſeine Mittagshöhe, welche den Stand des Sterns in Anſehung des Beobachtungsplatzes, in welchen er ſich zur Zeit ſeines Durchgangs durch die Mittagsfläche befindet, völlig beſtimmet: und man kan eben die Höhe, mit einiger Beyhülfe, auch gebrauchen die Ordnung, in welcher uns die Sterne am Himmel erſcheinen, völlig zu berichtigen.

§. 169. Befindet ſich aber ein Stern auſſer der Mittagsfläche, ſo kan der Stand deſſelben in Abſicht auf den Beobachtungsplatz gefunden und völlig beſtimmet werden, wenn durch denſelben eine Verticalfläche gelegt, und der Winkel, welchen dieſe mit der Mittagsfläche einſchlieſſet, zuſamt die Höhe des Sterns, gemeſſen wird, die nothwendig in eben dieſer Verticalfläche genommen werden muß. Der Winkel, welchen dieſelbe mit der Mittagsfläche einſchlieſſet, wird durch den Bogen des Umkreiſes des Horizonts gegeben, welcher zwiſchen den zwo Flächen enthalten iſt. Man kan aber auch, indem man ſich des Zenits als eines Pols bedienet, durch den Stern in der Oberfläche der Himmelskugel einen Cirkelkreis beſchreiben, und den zwiſchen dem Sterne und der Mittagsfläche enthaltenen Theil dieſes Kreiſes gebrauchen den Winkel, welchen die durch den Stern gelegte Verticalfläche mit der Mittagsfläche einſchlieſſet, anzugeben. Ja ein jeder anderer Cirkelkreis, welcher in eben der Oberfläche zu dem Zenit als ſeinen Pol beſchrieben iſt, leiſtet eben die Dienſte: weil die Umkreiſe aller dieſer Cirkel, unter welchen der Horizont mit ſtehet, durch jede zwo nach Belieben angenommenen Verticalflächen in einerley Verhältniß getheilet werden, und alſo die zwiſchen den Verticalflächen liegende Theile derſelben ſämtlich eben die Zahl der Grade, Minuten, Secunden bekommen. Jeder ſolcher zwiſchen der durch den Stern gelegten Verticalfläche, und der Mittagsfläche enthaltene Bogen nun, oder auch der von demſelben gemeſſene Winkel, heiſſet das Azimuth des Sterns. Es iſt leicht einzuſehen, daß das Azimuth eines Sterns meiſtentheils immer verändert werden müſſe, indem derſelbe fortrücket. Wenigſtens ſehen wir hier zu lande keinen Stern in eben

eben der Verticalfläche aufwärts ſteigen, oder nieder gehen; ſondern müſ- T. II. F. 30.
ſen dieſe Fläche immer verändern, wenn wir den Stern in derſelben behalten wollen.

Berichtigung des Augenblicks der Culmination eines Sterns.

§. 170. Das Azimuth leidet von der Strahlenbrechung keine Veränderung wie die Höhe, welche faſt immer gröſſer gefunden wird, als ſie würklich iſt, und einer Verbeſſerung bedarf, damit die wahre Höhe erhalten werde. Indeſſen iſt aus dem oben (153) angemerkten zu ſchlieſſen, daß wenn die wahren Höhen zweener Puncte des Himmels gleich ſind, auch die durch die Refraction vergröſſerten Höhen derſelben gleich ſeyn werden, ſo ſehr auch die Azimuthe dieſer Puncte verſchieden ſind. Vielmehr alſo wird dieſes richtig, wenn auch die Azimuthe gleich ſind, und nur an verſchiedenen Seiten der Mittagsfläche liegen. Und da die wahren Höhen immer mit den durch die Strahlenbrechung vergröſſerten zugleich wachſen und abnehmen, ſo kan aus der Gleichheit der beobachteten Höhen zweener Puncte des Himmels immer auf die Gleichheit ihrer wahren Höhen zurückgeſchloſſen werden. Nun aber iſt klar, daß wenn ein Fixſtern, bey zween verſchiedenen Puncten ſeiner Bahn, deren einer an der oſtlichen und an der andere an der weſtlichen Seite der Mittagsfläche liegt, einerley wahre Höhe hat, auch die Azimuthe dieſer Puncte einander gleich ſeyn werden; wie auch daß die Zeit, in welcher der Stern von dem oſtlichen Puncte bis in die Mittagsfläche komt, völlig ſo lang ſeyn werde, als die, welche er braucht von dieſer Fläche zu dem weſtlichen Puncte zu gelangen. Es wird alſo beides auch richtig ſeyn, wenn, anſtatt der wahren, blos die beobachteten Höhen dieſer Puncte gebraucht werden: es hat eben der Fixſtern bey eben der unmittelbar beobachteten Höhe, immer ein Azimuth von eben der Gröſſe; und die Zeitpuncte, in welchen er ſich in dieſen durch die Refraction vergröſſerten Höhen zeiget, haben beide von demjenigen, in welchem er durch die Mittagsfläche gehet, eben die Entfernung.

§. 171. Hierauf gründet ſich eine ſehr gute Anweiſung den Zeitpunct zu finden, in welchem ein Stern durch die Mittagsfläche gehet, und dieſe Fläche ſelbſt feſtzuſetzen oder zu berichtigen. Die Zeiten werden nach der oben beſchriebenen Uhr, von einem beliebigen Anfange, in einem fortgezählet. Wenn nun *a* und

T. II. F. 30. und A zwo nach dieſer Uhr genommene Zeiten bedeuten, bey deren Endigung der angenommene Fixſtern gleiche Höhen hatte, unter welchen a die kleinere iſt; ſo macht man $A - a$. Die Hälfte dieſes Unterſchiedes $\frac{1}{2}(A - a)$ zu der kleinern Zeit a hinzugeſetzt, oder von der gröſſern A abgezogen, wird die Zeit geben, mit deren Verflieſſung der Stern durch die Mittagsfläche durchgegangen iſt. Und man kan ſich dieſes Zeitpuncts bedienen, eine Verticalfläche ſo zu ſtellen, daß der Stern durch dieſelbe gehen muß, indem ihn die Uhr anzeiget: welches inſonderheit leicht iſt, wenn die Zeiger der Uhr mit den Fixſternen zugleich herum kommen. Dieſe Verticalfläche wird alsdenn die richtige Mittagsfläche ſeyn. Oder, wenn man in dem Horizonte die zwo Linien bemerket hat, durch welche er von den Verticalflächen geſchnitten wird, in denen die Höhen des Sterns einander gleich gefunden worden ſind: ſo iſt die Linie, welche den von dieſen zwo Linien eingeſchloſſenen Winkel in ſeine Hälften theilet, die Mittagslinie.

§. 172. Unter dieſen Anweiſungen wird inſonderheit die erſte vielfältig gebraucht. Damit aber bey etwas ſo wichtigen aller Irthum vermieden, und der Zeitpunct des Durchgangs eines Sterns durch die Mittagsfläche auf das genauſte beſtimmet werden möge: begnüget ſich der Beobachter nicht an den zwo Zeiten a und A, bey deren Endigung der Stern gleiche Höhen hatte; ſondern er ſucht noch ein Paar andere b und B, bey welchen dieſes ebenfalls zutrift, welchen er noch das dritte Paar c und C, und das vierte d und D, und ſo viel andere zuſetzt, als er haben kan, oder nöthig findet. Alsdenn drücket die bey dieſen Beobachtungen gebrauchte Uhr den Zeitpunct des Durchgangs, welchen das erſte Paar angiebt, durch $\frac{1}{2}(A - a) + a$ aus, welches ſo viel iſt, als $\frac{1}{2}(A + a)$, und von dem zweiten Paare wird dieſer Zeitpunct durch $\frac{1}{2}(B + b)$ angegeben, von dem dritten durch $\frac{1}{2}(C + c)$, und ſo von den übrigen. Wird nun durch alle dieſe Zahlen von Stunden Minuten und Secunden eben der Zeitpunct angegeben (welches ſeyn wird wenn die Zahlen völlig einerley ſind $\frac{1}{2}(A + a) = \frac{1}{2}(B + b) = \frac{1}{2}(C + c)$ und ſo fort) ſo iſt an der völligen Richtigkeit der Beobachtungen nicht zu zweifeln. Weil aber dieſes gar ſelten zutreffen kan, ſo wird in dem Falle einiger Verſchiedenheit die Summe aller dergeſtalt gefundenen Zahlen, welche iſt $\frac{1}{2}(A + B + C .. + F + a + b + c .. + f)$ durch die Zahl der Paare, welche n ſeyn mag, oder die ganze Summe

$A + B + C .. + F + a + b + c .. + f$ durch $2n$ getheilet, und was dadurch T. II. F. 30. herausgebracht wird, als völlig richtig angenommen. Denn da nicht zu vermuthen iſt, daß alle Beobachtungen auf einer Seite fehlen, und ſämtlich die geſuchte Zeit entweder zu groß oder zu klein angeben ſolten, ſo müſſen dadurch, daß zwiſchen den gefundenen Zahlen das Mittel genommen wird, die zum Theil an dieſer zum Theil an der andern Seite begangenen Fehler einander, wo nicht gar vernichten, doch ſehr verkleinern.

Die Höhe des Pols.

§. 173. Die Höhe eines Sterns wird am bequemſten durch einen Quadranten gefunden, der ſich um die Verticallinie herum drehen läßt, und alſo immer dem Horizont perpendicular bleibt. Iſt bey dieſem Quadranten zugleich ein Ring oder eine Scheibe angebracht worden, an welcher die Azimuthe zu haben ſind, ſo iſt es zwar überhaupt deſto beſſer. Man kan aber auch dieſes Stücks gar wol entbehren, und es kan ſchädlich ſeyn, wenn es den Quadranten weniger beweglich oder ſonſt unbehülflich machet. Es werden aber vornehmlich die Mittagshöhen der Sterne geſucht. Da dieſe überhaupt die gröſten und zuweilen auch die kleinſten Höhen ſind, die ſie erreichen können: ſo wird die Mittagshöhe eines jeden Sterns gefunden, wenn man denſelben mit dem eben beſchriebenen Quadranten, oder einem andern um eine Verticallinie beweglichen Winkelmeſſer, ſo lange verfolgt, bis er aufhöret zu ſteigen oder nieder zu gehen, und die gröſte oder kleinſte der dergeſtalt beobachteten Höhen für die geſuchte annimt. Dieſes kan deſto richtiger geſchehen, da ein Stern, welcher ſeiner gröſten oder kleinſten Höhe nahe iſt, ſich ſehr wenig erhebt oder erniedriget, und, indem er die Mittagsfläche würklich durchkreuzet, eine Zeitlang ſeine Höhe gar nicht merklich verändert. Noch leichter aber, und zugleich viel genauer werden die Mittagshöhen gefunden, wenn der Winkelmeſſer in der Mittagsfläche unbeweglich befeſtiget wird. Er kan zu dieſer Abſicht viel gröſſer gemacht werden, als ein beweglicher Quadrant; und wenn ſein Stand einmal berichtiget iſt, ſo wird dadurch viele Mühe erſparet. Die Beobachtung ſelbſt erfordert alsdenn eine gar kurze Zeit, in welcher der Stern ſich würklich in der Mittagsfläche, oder ſehr nahe dabey befindet.

§. 174. Es ſey (*T. II. Fig.* 31.) *NS* die Mittagslinie, *NPS* die T. II. F. 31. Mittagsfläche, und in dieſer *PO* die Hälfte der Axe des Himmels: alſo *P* der Nordpol. *A* ſey ein Stern, welcher ſo wenig von dieſem Pole entfernet iſt,

T. II. F. 31. daß er nicht untergehen kan, welches ſeyn wird, wenn *PA* kleiner iſt als *PN*. Wird nun *PB* dem Bogen *PA* gleich gemacht, ſo ſtellet *NA* die gröſte Mittagshöhe des Sterns vor, und *NB* die kleinſte. Beide können gefunden werden; und wenn *NB* von der *NA* abgezogen wird, ſo bleibt *AB* übrig, deſſen Hälfte *PA* oder *PB* iſt. Es iſt alſo der Bogen *AP* oder *BP*, um welchen der Stern von dem Pole entfernet iſt, leicht zu haben, und man kan denſelben der kleinern Höhe *NB* zuſetzen, oder von der gröſſern *NA* abziehen. Durch jede dieſer Rechnungen wird der Bogen *NP* gefunden, der den Winkel *NOP* miſſet, welchen die Axe *PO* mit der in der Horizontfläche gezogenen Mittagslinie *NS*, und mit dieſer Fläche ſelbſt, einſchlieſſet; mit einem Wort, die Polhöhe: und es flieſſet aus dieſer Rechnung, daß immer ſeyn werde $NP = \frac{1}{2}(NA + NB)$. Nur müſſen die Höhen *NA* und *NB* von den Fehlern der Refraction gereiniget ſeyn, wenn ſie die Polhöhe richtig geben ſollen. Wird *ZO* der *NS* perpendicular gemacht, ſo ſtellet *PZ* oder der Winkel *POZ* die Entfernung des Pols vom Zenit vor, welche alſo aus der Polhöhe gar leicht gefunden werden kan, die ſie zu einen rechten Winkel ergänzet; und eben ſo wird auch die Polhöhe aus der Entfernung geſchloſſen.

§. 175. Die bekante Polhöhe ſetzt uns in den Stand einen Stock, oder etwas dergleichen dergeſtalt zu ſetzen, daß eine gewiſſe daran haftende gerade Linie der Axe des Himmels parallel werde. Die Linie muß in die Mittagsfläche fallen, und in derſelben mit dem Horizonte einen Winkel einſchlieſſen, der ſich nach
T. II. F. 32. Mitternacht öfnet, und der Polhöhe gleich iſt. Wird nun (*T. II. Fig.* 32.) der Stock, oder was es ſonſt ſeyn mag woran die Linie *PQ* haftet, bey dieſer Lage derſelben dergeſtalt befeſtiget, daß er rings herum gedrehet werden kan, ohne daß die Linie ſelbſt im geringſten aus ihrer Stelle weiche: ſo kan dieſe *PQ* immer als ein Theil der Axe des Himmels angeſehen werden. Und wenn ferner an den Stock ein nach den Fixſtern *S* gerichtetes Rohr *AB*, oder etwas dergleichen, ſo die nach denſelben gerichtete gerade Linie beſtimmen kan, unbeweglich befeſtiget wird, ſo kan dieſer Fixſtern von einem bey *B* angelegten Auge immer verfolget werden, ohne daß es nöthig iſt den Winkel *POA*, welchen das Rohr *AB* mit der Axe *PQ* einſchlieſſet, zu verändern: und das bloſſe Drehen des ganzen Zuſammenhanges um die Axe *PQ* iſt hinlänglich das Rohr wieder nach den Stern zu richten, nachdem dieſer fortgerücket iſt. Zwar kan die Strahlenbrechung einigen Fehler machen,

machen, und eine kleine Veränderung des Winkels *POA* erfordern; aber hier= *T. II. F. 32.*
auf wird hier nicht geſehen. Die Einrichtung iſt von einem ſogleich in die Augen fallenden Nutzen, und erkläret zugleich deutlich, in welchem Verſtande geſagt werden könne: daß ein beſtändig gegen einen Fixſtern gerichteter Strahl die Oberfläche eines geraden Kegels beſchreibe, deſſen Axe ein Theil der Axe des Himmels iſt. Der Winkel dieſes Kegels *POS* muß faſt für jeden Fixſtern eine andere Gröſſe bekommen. Vor ſich kan dieſer Winkel auch ſtumpf werden: Alsdenn aber iſt *QOS*, welcher ſpitzig wird, wenn *POS* einen rechten Winkel übertrift, der Winkel des Kegels, und dieſer bekomt eine dem vorigen entgegen geſetzte Lage.

Der Aequator.

§. 176. Wenn der Stern *S* ſo ſtehet, daß der Winkel *POS* gerade wird, ſo beſchreibt der nach demſelben gezogene Strahl *OS*, bey dem Umlaufe des Sterns, nicht mehr die Oberfläche eines Kegels, ſondern eine ebene Fläche, auf welcher die Axe *PQ* ſenkrecht ſtehet. Dieſe durch den Mittelpunct der Himmelskugel gelegte Fläche theilet dieſelbe abermal in zwo Hälften, deren jede einen der zween Pole in der Mitte ihrer Oberfläche liegend hat, ſo daß die eine die nordliche, die andere aber die ſüdliche Hälfte genant werden kan. Die Fläche ſelbſt bekomt ihren beſondern Namen, und heiſſet die Fläche des Aequators. Es iſt nemlich der Aequator der Umkreis der Scheibe, welche zum Vorſchein komt, indem die Kugel von der beſchriebenen Fläche geſchnitten wird, welche, da der Schnitt durch den Mittelpunct geſchiehet, mit zu den groſſen Cirkeln der Kugel gehöret. Dieſer Aequator, oder wie ihn einige nennen, dieſer Gleicher theilet einen jeden halben Cirkel, deſſen Bogen in der Oberfläche der Kugel von einem Pole bis an den andern reichet, indem ſein Durchmeſſer die Axe iſt, in zween Quadranten.

§. 177. So lang die Axe unverrückt in ihrer Lage verharret, bleibt auch die mit derſelben unbeweglich verbundene Fläche des Gleichers immer die vorige. Sie iſt der Mittagsfläche perpendicular, weil ſie der in dieſer Fläche liegenden Axe perpendicular iſt. Die Horizontfläche iſt der Mittagsfläche ebenfalls perpendicular. Sie wird alſo von der Fläche des Gleichers in einer Linie geſchnitten, die auf der Mittagsfläche ſenkrecht ſtehet, und unter unendlich vielen andern in jener Fläche zu ziehenden geraden Linien auch mit der Mittagslinie rechte Winkel

T. II. F. 32. einſchlieſſet. Demnach muß dieſe Linie, in welcher der Horizont von der Fläche des Gleichers geſchnitten wird, ſich genau von Morgen gegen Abend erſtrecken. Auſſerdem aber iſt leicht einzuſehen, daß auch der Horizont den Gleicher ſelbſt, in zwo Hälften, und die Mittagsfläche wieder jede dieſer Hälften in zween Quadranten theilen werden.

T. II. F. 33. §. 178. Wenn nun (*T. II. Fig.* 33.) die ſenkrecht an die Mittagsfläche angeſetzte Fläche des Gleichers dieſe in *AE* ſchneidet, indem *PQ* die Axe des Himmels vorſtellet, ſo iſt dieſe *AE*, wie eine jede andere gerade Linie, die in der Fläche des Gleichers durch *O* gezogen werden kan, der Axe *PQ* perpendicular. Und wenn *SM* die Mittagslinie iſt, ſo iſt *AOM* der Winkel, mit welchem ſich die Fläche des Gleichers gegen den Horizont neiget, ſo daß ihn dieſe zwo Flächen mit einander einſchlieſſen. Denn die Linien *AE*, *SN* ſind beide auf die von Morgen gegen Abend laufende Linie, in welcher die Flächen einander ſchneiden, perpendicular. Der Winkel *AOM* nun wird die Höhe des Aequators, oder die Erhebung des Gleichers, nemlich über den Horizont, genent. Dieſe Höhe *AOM* iſt immer die Ergänzung der Polhöhe *POS* zu einen rechten Winkel, und die Maaſſe dieſer Winkel *AM*, *SP* geben, wenn man ſie zuſammenſetzt, immer einen Quadranten. Denn *SZM* iſt der halbe Umkreis, und *PA* ſelbſt ein Quadrant. Es iſt alſo auch, wenn *ZN* die Verticallinie vorſtellt, $POZ = AOM$, und $PZ = AM$, das iſt, die Höhe des Aequators gleich der Entfernung des Pols vom Zenit.

§. 179. Auſſer dieſem allen wird noch zuweilen eine Verticalfläche auf die von Morgen gegen Abend laufende Horizontlinie geſetzt, und die erſte oder vornehmſte Verticalfläche genennet. Dieſe Fläche wird dadurch auch auf die Mittagsfläche perpendicular, und, da ſie dieſe, wie eine jede andere Verticalfläche, in *ZN* ſchneidet, ſo iſt *ZOA* der Winkel, welchen ſie mit der Fläche des Gleichers einſchlieſſet. Dieſer Winkel *ZOA* iſt der Polhöhe gleich, da *PA* und *ZS* Quadranten ſind, welchen der Bogen *PZ* gemeinſchaftlich iſt. Es werden noch einige andere Flächen gebraucht den Raum rings herum um den Beobachtungsplatz zu theilen, die, ſo lang dieſer Platz nicht mit einem andern verwechſelt wird, ihre Lage ebenfalls unverrückt behalten, und ſo wie die erklärten Linien und Flächen, dienen, den Ort eines himmliſchen Körpers ohne Weit-

läuf-

läuftigkeit zu beſtimmen. Es ſind aber die bisher abgehandelten zu dem gegenwärtigen Zwecke hinlänglich, und die übrigen werden ſich an einem andern Orte ſchicklicher beybringen laſſen. T. II. F. 33.

Declination der Sterne.

§. 180. Indem ſich nun der Sternhimmel um ſeine Axe drehet, wird derſelbe in jedem Augenblicke, von der Mittagsfläche durch die beiden Pole geſchnitten, und dadurch in der Oberfläche der Kugel der Umkreis eines Cirkels bezeichnet, deſſen bereits einige Erwähnung geſchehen iſt. Er heiſſet ein **Declinations-Cirkel** oder **Abweichungs-Kreis**: weil auf demſelben die Abweichung eines jeden Sterns genommen wird, der ſich in demſelben befindet. Es iſt von der Abweichung vom Aequator die Rede, und dieſe iſt nichts anders, als der Bogen des durch den Stern gehenden Abweichungskreiſes, welcher zwiſchen dem Stern und dem Gleicher enthalten iſt, und zugleich den Winkel mißt, den die von dem Auge nach dem Stern gezogene gerade Linie mit der Fläche des Gleichers einſchließt. Denn die Fläche eines jeden Abweichungskreiſes iſt auf die Fläche des Aequators perpendicular, weil ſie durch die Axe gehet: und alſo fällt der angezeigte Winkel immer in die Fläche des Abweichungskreiſes.

§. 181. Die Abweichung eines Sterns iſt **nordlich** oder **ſüdlich**, nachdem er in der nordlichen oder ſüdlichen Hälfte der Himmelskugel geſehen wird. Iſt ſie bekant, ſo iſt die Entfernung des Sterns von dem nächſten Pole leicht zu finden, weil dieſe Entfernung immer mit der Abweichung zuſammen einen Quadranten geben muß, und eben ſo leicht findet man auch die Entfernung des Sterns von dem andern Pole. Es kan aber die Abweichung eines Sterns immer aus ſeiner Mittagshöhe geſchloſſen werden, wenn zugleich die Polhöhe oder die Höhe des Gleichers bekant iſt. Es ſey F der Ort des Sterns, und folgends AF die Abweichung deſſelben. Da nun MF die Mittagshöhe des Sterns, und MA die Höhe des Gleichers iſt, ſo iſt leicht zu ſehen, daß ſeyn werde $AF = MF - MA$. Und eben ſo leicht ſiehet man auch, wie die Abweichung aus den zwo Höhen in den übrigen Fällen zu finden ſey, da entweder die Abweichung ſüdlich, oder die Mittagshöhe in dem nordlichen Quadranten ZS genommen worden iſt. Im Nothfalle kan uns eine ſehr einfache Zeichnung zu recht weiſen.

T. II. F. 33. §. 182. Die dergeſtalt entdeckte Declination eines Fixſterns bleibt zwar nicht durch alle Zeiten völlig einerley; ſondern wird, auſſer der welche oben angemerkt worden iſt (138), noch durch verſchiedene andere Urſachen geändert, die in dem folgenden erleutert werden ſollen. Es geſchehen aber alle dieſe Veränderungen ſehr langſam, ſo daß in einigen wenigen auf einander folgenden Tagen eben der Fixſtern noch mit eben der Abweichung geſehen wird, und ſelbſt nach etlichen Monathen oder Jahren nur mit auſſerordentlich guten Inſtrumenten, einige Veränderung derſelben entdecket wird. Es kan alſo, mit Uebergehung dieſer kleinen Fehler, hier gar wol angenommen werden, daß in der Zeit eines Jahres, oder etlicher weniger auf einander folgender Jahre, ſich die Welt-Axe von dem Mittelpuncte der Erde nach eben dem, an dem Sternhimmel, durch ſeine Entfernung von den Fixſternen beſtimten Punct, erſtrecke, und in ſo ferne ohne Veränderung in ihrer Lage verharre.

Täglicher Umlauf der Fixſterne.

§. 183. So lang aber die Lage der Axe dergeſtalt unverändert bleibt, bleibt auch ein Stern, der einmal ohne Abweichung in der Fläche des Gleichers gefunden worden iſt, immer in derſelben. Stellen wir uns alſo den durch verſchiedene in demſelben liegende Fixſterne an dem Himmel bezeichneten Gleicher, von einem dieſer Fixſterne oder irgend einem andern Puncte an, in ſeine Grade und deren Theile getheilet vor, ſo müſſen bey dem ganzen Umlaufe dieſes oder eines andern in dem Gleicher angenommenen Puncts alle 360 Grade deſſelben durch die Mittagsfläche gehen: und weil dieſe Bewegung gleichförmig iſt, ſo werden in 12 Stern-Stunden 180, und in 6 dergleichen Stunden 90 Grade durch die Mittagsfläche hindurch kommen. Alſo braucht 1 Grad den funfzehnten Theil einer Sternſtunde, das iſt 4 Minuten derſelben, durch eben die Fläche zu kommen, eine Minute des Grades aber den ſechzigſten Theil von 4 dergleichen Zeitminuten, das iſt 4 Zeitſecunden, und eine Secunde des Grades, 4 Terzen der Zeit. Es kan alſo der Aequator vermittelſt einer Uhr, die nach irgend einem Fixſterne ſo gerichtet iſt, daß genau 24 Stunden derſelben verflieſſen müſſen, indem der Stern einmal mit dem Himmel herumkomt, eben ſo bequem getheilet werden, als ob ſeine Grade und übrigen Theile durch würkliche Zeichen ſichtbar gemacht wären. Und es giebt eine Secunde dieſer Uhr 15 Secunden des Aequators, welche in derſelben durch den Mittagskreis gehen,

hen, eine Minute der Uhr 15 Minuten des Aequators, und eine Stunde 15 Grade deſſelben. *T. II. F. 33.*

§. 184. Da alſo der Gleicher von dem Horizonte und der Mittagsfläche in 4 Quadranten zertheilet wird: ſo muß jeder würklich in dem Gleicher anzutreffender Stern ſechs Stunden Zeit haben, von dem Horizonte bis in die Mittagsfläche zu ſteigen, und ſechs andere von dieſer Fläche wieder in den Horizont zu gelangen, welche zuſammen 12 Sternſtunden ausmachen, in welchen er ſich über den Horizont aufhält. Die Brechung der Strahlen aber wird die Zeit, in welcher dieſer Stern, falls es die übrigen Umſtände erlauben, unſern Augen ſichtbar iſt, beträchtlich vermehren, weil ſie denſelben beym Aufgange bis 33, und beym Niedergange 33 andere Minuten hebet (130). Wäre dieſes nicht, ſo würden auch alle in dem Aequator liegenden Sterne genau in dem wahren Morgen aufgehen, und in dem wahren Abend ſich unter den Horizont begeben; als in welchen Puncten der Horizont von dem Aequator geſchnitten wird.

§. 185. Ein jeder Fixſtern, der ſich auſſer dem Aequator befindet, beſchreibet in der Zeit von 24 Sternſtunden einen Cirkel, deſſen Fläche der Fläche des Gleichers parallel lieget, ſo daß er in einer ſolchen Stunde 15 Grade des Umkreiſes, und in 4 Minuten derſelben einen Grad zurück legt. Wird alſo die an der Morgen- oder Abendſeite der Mittagsfläche liegende Hälfte einer ſolchen Cirkels in dieſer Fläche orthographiſch entworfen, wie dieſes (*T. II. Fig.* 34.) mit verſchiedenen derſelben geſchehen iſt: ſo iſt der an die Axe *PQ* ſenkrecht angeſetzte halbe Durchmeſſer *OA* zugleich der Entwurf eines Quadranten des Gleichers, und *OE* der Entwurf des danebenſtehenden. Die Hälfte aber einer jeden der übrigen auf die Axe *PQ* perpendicular gezogenen Sehnen, als *CD* oder *CF* iſt der halbe Durchmeſſer des von dem Sterne beſchriebenen Kreiſes, welcher die Abweichung *AD* hat, und zugleich der Entwurf des vierten Theils des Umkreiſes dieſes Cirkels. Es iſt aber ein jeder ſolcher Halbmeſſer *CD* der Sinus des mit dem Radius *OP* oder *OA* beſchriebenen Bogens *PD*, welcher die Entfernung des Puncts *D* von dem Pole angiebt, oder der Coſinus der Abweichung dieſes Puncts *AD*: und *OC* iſt der Sinus dieſer Abweichung. *T. II. F. 34.*

§. 186. Iſt aber auch der Horizont in *SM* entworfen, welcher die Sehne *DF* in *G* ſchneidet, ſo iſt *GD* der Entwurf des Cirkelbogens, welchen der Stern beſchreibt, indem er von dem Horizonte bis an die Mittagsfläche aufſteiget,

T. II. F. 34. ſteiget, oder von dieſer bis an den Horizont niedergehet. Demnach ſtellet *CG* den Unterſchied dieſes Bogens und eines Quadranten des Umkreiſes eben deſſelben Cirkels vor, und iſt zugleich der Sinus dieſes Unterſchiedes. Wird alſo um den Mittelpunct *C* der zu dem Durchmeſſer *DF* gehörige halbe Cirkel *DHF* würklich beſchrieben, ſo iſt der zwiſchen dem Horizonte und der Mittagsfläche enthaltene Theil deſſelben gar leicht zu haben. Denn man darf nur durch *G* eine Linie *GH* der Axe parallel ziehen, um dieſen Bogen, welcher bey *D* anfängt, bey *H* zu endigen. Und wenn man ferner die in dieſem Bogen enthaltene Zahl der Grade und Minuten erforſchet, ſo iſt die Zeit, welche der Stern *D* brauchet, dieſen Bogen zu beſchreiben, leicht zu berechnen.

§. 187. Eben dieſe Zeichnung giebt auch eine Anweiſung, den Bogen *DH*, ohne Beyhülfe der ſphäriſchen Trigonometrie, durch die Rechnung zu finden. Wenn *FC* oder *DC* zum Radius genommen wird, ſo iſt, wie wir geſehen haben, *GC* der Sinus des Complements des Bogens *DH* zu einen Quadranten. Wird alſo dieſe Ergänzung *Q*, die Polhöhe *P*, und die Abweichung *D* genent, ſo iſt $FC : GC = 1 : \sin Q$, und in dem rechtwinklichten Dreyecke *GOC*, deſſen Winkel bey *O* die Polhöhe iſt, $GC : CO = \tan P : 1$; alſo $FC : CO = \tan P : \sin Q$. Es iſt aber auch $FC = DC = \cos D$, und $CO = \sin D$, beides zu dem Radius *OA*, und alſo $FC : CO = \cos D : \sin D = 1 : \tan D$. Demnach $1 : \tan D = \tan P : \sin Q$. Der dergeſtalt gefundene Bogen *Q* wird alsdenn, nach Anweiſung der Zeichnung, dem Quadranten zugeſetzt, oder von demſelben abgezogen. Man kan *DH* den halben Tagbogen, und *HF* den halben Nachtbogen, des angenommenen Sterns nennen; wiewol dieſe Wörter nur alsdenn im eigentlichen Verſtande gebraucht werden, wenn anſtatt des Sterns die Sonne geſetzt wird, welche den Tag machet.

§. 188. Ferner iſt in dieſer Zeichnung die Linie *OG* der zu dem Radius *OP* oder *OS*, gehörige Sinus des Bogens des Horizonts, welcher die Entfernung des Aufgangs des Sterns, von dem wahren Puncte des Aufgangs, oder die Entfernung des Puncts, bey welchem er untergehet, von dem wahren Untergange, angiebt. Denn *G* iſt die Vorſtellung des erſtern dieſer Puncte, und *O* die Vorſtellung des letztern. Nun aber iſt, bey den angenommenen Benennungen $OC : OG = \cos P : 1$, und $OC = \sin D$. Alſo $\cos P : 1 = \sin D : OG$.

Es

Es wird demnach die alſo gefundene *OG*, als ein Sinus gebraucht, den Bogen des Horizonts geben, welcher des Sterns Amplitudo ortiva oder occidua heiſſet: und dieſer Bogen wird nach Norden oder Süden fallen, nachdem die Abweichung des Sterns nordlich oder ſüdlich iſt. *T.II.F.34*

§. 189. Wenn wir nun unſere Augen auch auf die übrigen Sehnen werfen, deren eine durch *S*, und eine andere durch *M* gezogen iſt, in welchen Puncten der Umkreis der Mittagsfläche den Umkreis des Horizonts durchſchneidet, ſo ſehen wir, daß wenn die Abweichung eines Sterns der Höhe des Gleichers *MA* oder *ES* gleich iſt, der Stern in der nordlichen Hälfte der Kugel nicht mehr unter, und in der ſüdlichen nicht mehr aufgehen, ſondern bey ſeinem Umlaufe den Horizont bey *S* und *M* nur berühren werde. Noch viel weniger können in der nordlichen Hälfte diejenigen Sterne untergehen deren Abweichung gröſſer iſt, als die Höhe des Gleichers, und in der ſüdlichen gehen alle Sterne, deren Abweichung die Höhe des Gleichers übertrift, niemals auf. Es ſind noch mehr kleine Anmerkungen, die hier könten beygebracht werden; die aber einem jeden, der die Zeichnung nur mit einiger Aufmerkſamkeit anſiehet, ſich von ſelbſt darbiethen müſſen.

Von dem Vorſprungswinkel.

§. 190. Es iſt ſelten, wo jemals nöthig, daß man ſich mehr als die Hälfte eines Abweichungskreiſes vorſtelle, welche von einem Pole bis an den andern reichet; und man kan überhaupt, unter der Benennung der Abweichungskreiſe, nur dergleichen Hälften derſelben verſtehen, und zwar diejenigen, in welchen die Sterne ſich aufhalten, von welchen die Rede iſt. Wenn man ſich nun zween dergleichen halbe Kreiſe vorſtellet, ſo machen die Flächen der halben Scheiben, zu welchen ſie gehören, indem ſie bey der Axe zuſammen laufen, einen Winkel, der durch den zwiſchen denſelben enthaltenen Bogen des Gleichers gemeſſen wird. Es wird aber dieſer Winkel auch durch den zwiſchen eben den Flächen enthaltenen Bogen eines jeden der Parallelcirkel gemeſſen, der von einem Fixſterne oder jedem andern Puncte des Himmels, bey deſſen Umlaufe beſchrieben wird. Denn jeder dieſer Bogen hat gegen ſeinen Umkreis einerley Verhältniß, und alſo gleichviele Grade und Theile der Grade. Da nun alle Sterne, welche in eben dem Abweichungskreiſe liegen, auch zugleich in die Mittagsfläche kommen

T. II. F. 34. müſſen: ſo kan dieſer Winkel für jede zween Sterne, deren einen man ſich in dem einen Abweichungskreiſe, und den andern in dem andern vorſtellet, vermittelſt der Uhr erhalten werden, wenn nur an derſelben die Zeitpuncte bemerket werden, in welchen zuerſt der eine, und alsdenn der andere Stern in die Mittagsfläche gekommen iſt. Die zwiſchen dieſen zween Puncten verfloſſene Zeit wird die geſuchte Zahl der Grade gar leicht geben, wenn die Uhr mit völliger Richtigkeit nach den Fixſternen geſtellet iſt (183). Iſt aber dieſes nicht, ſo darf man nur machen; wie die ganze von der Uhr angegebene Zeit, in welcher ein Fixſtern herumkomt, zu der Zeit welche zwiſchen den angemerkten zween Zeitpuncten verfloſſen iſt, ſo 360 zu der Zahl der Grade und ihrer Theile, welche verlangt wird.

§. 191. Dieſer Winkel, mit den Abweichungen der Fixſterne zuſammengenommen, giebt eine viel bequemere Anweiſung dieſelbe in Ordnung zu bringen, und den Ort, welchen jeder an der Himmelskugel einnimt, genau zu beſtimmen, als diejenige war, die bey dem erſten Anfange gegeben werden konte (136); und es iſt eben der Winkel auch ſonſt von gar mannigfaltigem Gebrauche. Ich wage es alſo ihn den Vorſprung, oder den Winkel des Vorſprungs zu nennen, weil ſeine erſte Würkung darinne beſtehet, daß immer einige Sterne vor andern in der Mittagsfläche anlangen. Wenigſtens iſt dieſe Benennung kürzer als Differentia Aſcenſionum rectarum, deren wörtliche Bedeutung ſich über dieſes erſt in dem folgenden wird geben laſſen. Der Vorſprung hat mit der Abweichung nichts zu thun. Ein Stern kan vor dem andern eben den Vorſprung haben, ſeine Abweichung mag groß oder klein, nördlich oder ſüdlich ſeyn. Uebrigens kan der Vorſprung eines Sterns vor einem andern eben ſo gut durch Sternſtunden und deren Theile, als durch Grade und Minuten ausgedruckt werden, da der Uebergang von dem einen dieſer Maaſſe zu dem andern ſo leicht iſt.

Von den Himmelskugeln.

§. 192. Geſetzt nun es ſey der Vorſprung eines nach Belieben angenommenen Fixſterns vor einem jeden der übrigen, zuſamt den Abweichungen aller dieſer Sterne gefunden worden: ſo geben zwar dieſe Beobachtungen ſelbſt ein Verzeichniß der Oerter, welche ſie an dem Himmel einnehmen, woraus die Ordnung in welcher ſie uns erſcheinen, ſamt der ſcheinbaren Entfernung eines jeden von

den

den übrigen zu ſchlieſſen iſt. Und ein ſolches Verzeichniß würde immer richtig blei- T. II. F. 34. ben wenn die Axe des Himmels in dem oben (157) angezeigten Verſtande durch alle Zeiten unverrückt in ihrer Lage verharrete. Es können aber auch nach dem Verzeichniſſe alle in demſelben enthaltene Sterne, viel leichter auf die Oberfläche einer Kugel getragen werden, als wenn man ſich dazu der Entfernungen eines jeden von den übrigen bedienen wolte. Denn wenn an einer Kugel die zween Puncte, ſo die Pole vorſtellen ſollen, gehörig angenommen worden ſind, ſo nehmlich, daß die gerade Linie, die ſie mit einander verknüpfet, ein Durchmeſſer der Kugel wird, und zu dieſen Polen der Gleicher beſchrieben, und gehörig eingetheilet worden iſt, und hat man ſich über dieſes mit einem Bogen von Meßing oder Holz verſehen, der als eine Regel gebraucht werden kan, von jedem Puncte des Gleichers nach einen der Pole einen Abweichungskreis zu bezeichnen, und von demſelben ſo viele Grade und Theile der Grade abzuſchneiden, als man will: ſo iſt es eine geringe Mühe den Stern aus dem Verzeichniſſe auf die Kugel zu tragen. Der Anfang wird mit dem Sterne gemacht, deſſen Vorſprung vor allen übrigen beobachtet worden iſt, deſſen Ort die gefundene Abweichung dieſes Sterns mit dem Vorſprunge o angeben muß, wenn man ſich an die gemachte Eintheilung des Aequators der Kugel halten will, und nach dieſen richten ſich die Stellen aller übrigen.

§. 193. Man kan ſich vorſtellen, daß die gemeinen Himmelskugeln auf dieſe Art verfertiget worden ſind, in welchen über dieſes die Horizontfläche, die Mittagsfläche und eine jede Verticalfläche durch die ebenen Flächen gewiſſer meßingener oder hölzerner Ringe und Bogen, vorgeſtellet worden: die Kugel ſelbſt aber iſt um eine in der Vorſtellung der Mittagsfläche befeſtigte Axe beweglich. Denn eigentlich wird bey der Verfertigung ſolcher Kugeln ganz anders verfahren, um ſie wohlfeiler zu ſchaffen. Auch werden auf denſelben, auſſer dem Gleicher, noch andere Cirkel gezeichnet, und zum Theil, wie jener, in ihre Grade getheilet, deren Nutzen wir erſt in dem folgenden einſehen werden.

§. 194. Wir können dieſe letztern Cirkel hier bey Seite ſetzen. Die Kugel iſt ohne dieſelben völlig geſchickt, uns den Stand aller Fixſterne, für jeden Augenblick der Zeit, welcher von derjenigen, zu welcher die Kugel gemacht worden, nicht allzuweit entfernet iſt, vorzuſtellen. Denn da die Lage der Axe des Himmels mit der Zeit würklich geändert wird, und alſo die Pole deſſelben, wie-

T. II. F. 34. wol langſam genug, von einem Fixſterne zu dem andern fortrücken: ſo kan eine Kugel, deren Pole unveränderlich ſind, wie ſie gemeiniglich gemacht werden, keinesweges für alle Zeiten dienen. Die Veränderung der Pole einer Himmelskugel aber iſt nicht ohne Schwierigkeit, weil, wenn alles genau genommen wird, mit den Polen zugleich der Gleicher geändert werden muß, welcher unbeweglich mit der Axe derſelben verknüpft iſt. Denn was die Ordnung der Sterne anlangt, ſo bleibt dieſelbe bey allen Veränderungen, die in der Axe vorgehen, bis auf einige Kleinigkeiten, die vorige, und die auf eine Kugel gezeichneten Sternbilder behalten ihre Richtigkeit immer: ſo daß eine Kugel, deren Pole dergeſtalt veränderlich wären, daß man jeden Durchmeſſer derſelben zur Axe machen könte, leicht in den Stand zu ſetzen wäre, daß ſie die Lage, welche die Fixſterne, in Abſicht auf die Weltaxe zu einer vergangenen Zeit gehabt haben, oder zu einer zukünftigen haben werden, genau genug vorſtellete. Liegen aber, wie in den gewöhnlichen Kugeln, die Pole in Abſicht auf die darauf verzeichneten Fixſterne beinahe ſo, wie die Pole des Himmels in Abſicht auf eben die Fixſterne gegenwärtig würklich liegen, ſo wird erſtlich die Fläche des Rings, welcher bey der Kugel den Horizont vorſtellet, dem eigentlichen Horizonte, und die Mittagsfläche der Kugel der Mittagsfläche des Beobachtungsplatzes, parallel gemacht, wie auch die Axe der Kugel der Axe des Himmels. Alsdenn wird die Kugel ſelbſt ſo gedrehet, daß die Vorſtellung eines Sterns, von welchem bekant iſt, daß er ſich zu der Zeit in der Mittagsfläche befinde, ebenfalls in die Mittagsfläche der Kugel fällt. Alsdenn hat die Kugel würklich den verlangten Stand, bey welchem eine jede aus ihrem Mittelpuncte durch die Vorſtellung irgend eines Sterns gezogene gerade Linie, wenn ſie fortgezogen wird, den Stern ſelbſt erreichet; und man kan ſagen, daß bey dieſem Stande die Kugel dem Himmel parallel ſey.

§. 195. Iſt die Kugel dergeſtalt geſtellet, ſo iſt die Höhe eines jeden Sterns diejenige, in welcher ſich ſein Bild auf der Kugel über den Horizont erhaben befindet, und ſein Azimuth, das Azimuth des Bildes. Die Zeit welche der Stern braucht, aus ſeinem gegenwärtigen Orte in die Mittagsfläche oder den Horizont zu kommen, oder diejenige, welche verflieſſet, in dem er aus einer dieſer Flächen an ſeine gegenwärtige Stelle übergehet, kann gefunden werden, wenn man nur die Kugel drehet, und auf den Bogen des Gleichers acht hat, welcher indeſ-

indeſſen, daß das Bild des Sterns ſeinen Ort eben ſo verändert, durch die Mittagsfläche der Kugel hindurchgehet. Auf eben die Art wird auch die Zeit gefunden, welche der Stern braucht von dem Horizonte in die Mittagsfläche zu gelangen, oder von der Mittagsfläche in den Horizont überzugehen, wie auch das Punct dieſer Ebene, bey welchem er auf oder untergehet, und was dergleichen Auflöſungen mehr ſind, welche zu überſehen ein gar geringes Nachdenken hinlänglich iſt. Die Kugel ſezet in der That den eingebildeten Himmel in unſere Gewalt, denſelben zu wenden wie wir wollen, und machet uns alle beſondere Veränderungen, die davon herrühren, im Kleinen ſichtbar. *T. II. F. 34.*

§. 196. Eine Kugel mit beweglichen Polen würde vor den gewöhnlichen den wichtigen Vorzug haben, daß ſie eben dieſes für jeden Punct des Zeitraums leiſten könte, für welchen die Pole derſelben an den gehörigen Ort geſezt ſind: und wir werden in dem folgenden ſehen, wie dieſer Ort immer zu finden ſey. Zwar wird was dergeſtalt vermittelſt einer Himmelskugel entdeckt werden ſoll, ſelten genau genug angegeben, theils wegen der geringen Gröſſe dieſer Kugeln, und theils weil ſie ſelten mit rechtem Fleiſſe verfertiget werden. Sie leiſten aber auch bey den genauſten Auflöſungen einen wichtigen Nuzen. Wenn man eine Himmelskugel der Aufgabe gemäß ſtellet, als ob nehmlich dieſe bloß durch die Kugel aufgelöſet werden ſolte, ſo werden die in der Aufgabe vorkommende Bogen und Winkel mit einer überflüßigen Richtigkeit ſichtbar gemacht, und daraus die Kugeldreyecke gebildet, auf deren Berechnung die richtige Auflöſung gegründet werden muß. Ein orthographiſcher oder anderer Entwurf kan oft eben das leiſten: gemeiniglich aber iſt ſeine Verfertigung zu mühſam. Man begnüget ſich alſo, wenn keine Kugel bey der Hand iſt, gemeiniglich mit einem perſpectiviſchen Entwurfe derſelben, oder eines ihrer Theile, der dazu hinlänglich iſt, ſo gut dieſer Entwurf gerathen will. Unſtreitig iſt das würkliche Dreyeck, welches die richtig geſezte Kugel darſtellet, in aller Abſicht viel bequemer. Man muß ſich aber doch an die Entwürfe gewöhnen, weil ſie nicht immer, und am wenigſten in den Büchern, zu vermeiden ſind.

§. 197. Die Zeichnung (*T. II. Fig. 35.*) iſt eine dergleichen Vorſtellung des vierten Theils einer Kugel, und in derſelben *SPM* die Mittagsfläche *PO* die Axe, und alſo *P* der über den Horizont erhabene Pol, *SDM* der halbe Horizont, *ZO* die Verticallinie und *ZOD* eine durch den Stern *R* gelegte *T. II. F. 35.*

T. II. F. 35. Verticalfläche, durch welchen auch der in der Fläche *POE* beſchriebene Abweichungsbogen *PE* hindurchgehet. Alsdenn iſt *PZ* die Entfernung des Pols vom Zenit, welche immer der Höhe des Aequators gleich iſt; *PR* iſt die Entfernung des Sterns *R* von dem Pole, welche kömt, wenn ſeine Abweichung von einem Quadranten abgezogen, oder demſelben zugeſetzt wird, nachdem ſie nördlich oder ſüdlich iſt, und *ZR* eben des Sterns Abſtand von dem Zenit Z, oder die Ergänzung ſeiner Höhe *RD*. Dieſe drey Bogen bilden das Dreyeck *ZPR*, und geben deſſen Seiten ab. Der Winkel *PZR* dieſes Dreyecks wird durch den Bogen *SD* gemeſſen, und iſt alſo das Azimuth des Sterns *R*, oder die Ergänzung deſſelben zu zween Quadranten, wenn *DM* für das Azimuth angenommen wird. Der Winkel *ZPR* aber iſt der Vorſprung des Sterns *R* vor ein jedes Punct, das ſich zu der Zeit in der Mittagsfläche befindet, und ſein Maaß giebt die Zeit an, in welcher der Stern aus der Mittagsfläche in ſeinen gegenwärtigen Ort *R* übergegangen iſt, oder welche er braucht, von dieſem Orte in die Mittagsfläche überzugehen. Endlich iſt der Winkel *PRZ* derjenige, welchen der Bogen des Verticalcirkels *ZRD* mit dem Abweichungskreiſe *PRE* einſchlieſſet, der aber ſelten gebraucht wird.

§. 198. Gemeiniglich kommen nur die drey Seiten des Dreyecks *PZR* ſamt den zween Winkeln bey *P* und Z in die Frage, und es wird verlangt, aus drey dieſer fünf Dinge, welche ſie ſeyn mögen, jedes der zwey übrigen zu beſtimmen. Es kan aber doch der Winkel *PRZ* uns die Sache nicht ſchwerer machen. Da in der ſphäriſchen Trigonometrie gewieſen wird, wie aus jeden dreyen, der in einem Kugeldreyecke vorkommenden Dinge, ſeiner drey Seiten nehmlich, und ſeiner drey Winkel, jedes der drey übrigen zu finden ſey, ſo können wir den Regeln, welchen wir bey Auflöſung dieſer Aufgabe in jedem Falle folgen müſſen, immer aus derſelben hernehmen.

Der

Der

Aſtronomiſchen Vorleſungen

dritter Abſchnitt.

Zweite Eintheilung des Sternhimmels.

Die Erde hat die Geſtalt eines Balls.

§. 199.

Wir haben bisher unſerm Beobachter ſeine Stelle auf dem Erdboden nur in ſo ferne verändern laſſen, als es nöthig war anzumerken, daß bey dieſer Veränderung, ſo groß ſie auch ſeyn mochte, die Entfernungen der Fixſterne von ſeinem Auge völlig die vorigen zu bleiben ſcheinen; und daraus zu ſchlieſſen, daß die ganze Gröſſe der Erde in Abſicht auf die Gröſſe des Sternhimmels in keine Betrachtung kommen könne, ſondern als ein bloſſes Punct anzuſehen ſey: wozu die an den verſchiedenen Stellen genau beobachtete ſcheinbare Entfernung eines Fixſterns von einem andern, ohne weitere Vorbereitung, hinlänglich war (141). Verändert er aber ſeine Stelle auf dem Erdboden würklich um eine beträchtliche Zahl von Meilen, und fängt an ſeinen neuen Beobachtungsplatz mit eben dergleichen Merkzeichen zu verſehen, als er an dem vorigen gebraucht hat, die verſchiedenen Gegenden und Theile des Himmels von einander zu unterſcheiden: ſo findet er, daß zwar auch daſelbſt die durch ein Bleygewicht beſtimte Verticallinie der Oberfläche des in einem Behältniſſe ſtehenden Waſſers perpendicular ſey, wie dieſes aus den bekanten Geſetzen des Gleichgewichts flüßiger Materien folget, welche allgemein und an keinen beſondern Ort des Erdbodens gebunden ſind; und muß alſo dieſe Oberfläche auch nunmehro die Horizontfläche des Orts nennen. Erweitert er aber dieſe neue Horizontfläche nach Befinden, an dieſer oder jener Seite, oder ſetzet dieſelbe nach allen Seiten bis an den Sternhimmel fort (welches zur See am beſten geſchehen kan, da kein Berg oder Gebäude die freye Ausſicht hindert), und hält alsdenn dieſen neuen Hori=

T. II. F. 35. Horizont mit dem vorigen zuſammen: ſo ſiehet er leicht, daß er von demſelben abweiche; mehr oder weniger, nachdem der neue Beobachtungsplatz von dem zu erſt gebrauchten mehr oder weniger entfernet iſt. Denn er ſiehet den Grund eines daſelbſt ſtehenden Thurns nicht, ob er wol deſſen Spitze, und vielleicht auch etwas von dem übrigen Gebäude, ſiehet. Befindet er ſich aber auf einem Schiffe, welches ein beweglicher, und wenn das Schiff fortrücket, ein würklich bewegter Beobachtungsplatz iſt, ſo ſiehet er, indem er ſich mit demſelben dem Lande nähert, nach welcher Strecke dieſes auch vor ihm liegen mag, die Ufer nicht, bevor er ſich nahe dabey befindet, ob er wol die hinter denſelben liegenden Berge in einer viel gröſſern Entfernung ſehen konte. Nähert ſich ihm ein anderes Schiff, ſo entdecket er zuerſt deſſen Segel, und ſiehet das Gebäude nicht, bevor es ihm nahe genug gekommen iſt. Dieſe nebſt andern Erſcheinungen dieſer Art zeigen deutlich, daß die Erde, deſſen Oberfläche wir bewohnen, wie ſie aus trocknem Lande und Waſſer zuſammen geſetzt iſt, die Geſtalt eines runden Balls haben müſſe. Weswegen ſie auch zur See, oder theils zur See und theils zu Lande, hat von verſchiedenen umfahren werden können, und von Zeit zu Zeit noch umfahren wird.

§. 200. Es wird aber die eigentliche Geſtalt der Erde, welche die Vergleichung mit einem Balle nur ohngefähr angiebt, durch die Verticallinien verſchiedener in ihrer Oberfläche angenommenen Oerter, und durch die von dieſen Linien herrührenden Winkel, viel genauer angegeben. Wenn die Horizontflächen zweener dieſer Oerter ſich gegen einander neigen, ſo können auch die Verticallinien derſelben nicht parallel ſeyn, ſondern müſſen ſich nach verſchiedenen Puncten des Himmels erſtrecken, welche die Zenite dieſer Oerter ſeyn werden: ſo, daß hinwiederum aus der Entfernung des einen dieſer Zenite von dem andern der Winkel geſchloſſen werden kan, welchen der Horizont des einen der angenommenen Oerter mit dem Horizonte des andern einſchlieſſet: Und dieſer mit Zuverläßigkeit beſtimte Winkel iſt der Grund, auf welchen hier gebauet wird. Es mußten alſo vor allen Dingen, Mittel ausfindig gemacht werden, die Entfernung eines Zenits von einem andern genau zu meſſen, welche die beſtändige Bewegung des Himmels, die immer andere Puncte deſſelben in das Zenit des Beobachtungsplatzes bringt, weder unbrauchbar noch unrichtig machte.

§. 201.

Der Mittagskreis.

§. 201. Dieſes am leichteſten zu erhalten, wird der zweite Beobachtungsplatz in der Mittagsfläche des erſten angenommen, welche zu dem Ende durch ſichtbare Merkmale erweitert werden muß. Iſt dieſes geſchehen, ſo fällt gemeiniglich die Verticallinie des zweiten Beobachtungsplatzes genau in eben dieſe Fläche. Gar ſelten, und nur bey beſondern ſehr bergichten Gegenden des Erdbodens äuſſert ſich hierinnen eine Abweichung, und dieſe iſt ſo gering, daß es hier nicht nöthig iſt, darauf Acht zu geben. Fällt aber die Verticallinie des zweiten Orts in die Mittagsfläche des erſten, ſo iſt dieſe nothwendig auch die Mittagsfläche des zweiten Orts, weil ſie auch durch die Pole des Himmels gehet, welche für alle Oerter des Erdbodens eben dieſelben ſind. Und ſo iſt überhaupt die Mittagsfläche eines jeden beſondern Orts der Oberfläche der Erde zugleich die Mittagsfläche unzählich anderer, welche in dieſer Oberfläche, rings herum in der krummen Linie liegen, in welcher ſie von jener Mittagsfläche geſchnitten wird. Man nennet derowegen dieſe krumme Linie den Mittagskreis aller dieſer Oerter, welchen wir uns gegenwärtig noch ganz vorſtellen, ob wir ihn zwar, mehrerer Bequemlichkeit wegen, im folgenden werden theilen müſſen. T. II. F. 35.

§. 202. Bey der Beſtimmung der eigentlichen Geſtalt der Erde komt alles auf die Art an, wie dieſe Kreiſe rings herum gekrümmet ſind, und auf die Figur des Durchſchnittes, deſſen Gränze ſie abgeben. Aus dem, was wir geſehen haben, folgt, daß dieſe Figur von einem genauen Cirkel ſo gar ſehr nicht abweichen können, weil die (199) angemerkten Erſcheinungen an einem Orte des Erdbodens eben ſowol, und ohngefähr eben ſo ſtark bemerket werden, als an dem andern. Doch können wir ſie nicht ohne Beweis als wahre Cirkel annehmen, und wir werden finden, daß ſie es nicht ſind: nicht als ob die Berge eine merkliche Abweichung verurſachen konten, welche bey aller ihrer Gröſſe dazu viel zu klein ſind, ſondern weil, wenn auch die Erde rings herum mit Waſſer bedeckt wäre, welches nach allen Seiten frey abflieſſen kan, dieſes doch dem ganzen aus Erde und Waſſer zuſammengeſetzten Klumpen die genaue Geſtalt einer Kugel nicht geben würde. Denn dieſe Geſtalt, oder vielmehr diejenige, welche die Erde bekommen würde, wenn irgend eine Macht alle über die Oberfläche der Seen erhabenen feſten Theile derſelben wegnähme, wird hier eigentlich in Betrachtung gezogen.

§. 203. Wie aber auch ein Mittagskreis der Erde würklich gekrümmet ſeyn mag, ſo muß doch ein jeder geringer Theil deſſelben für die Mittagslinie des
T. II. F. 36. Orts *A* (*T. II. Fig.* 36.) gehalten werden, der mitten in derſelben liegt. Denn es iſt würklich die gerade Linie *BD*, welche den Kreis bey *A* berühret, dieſe Mittagslinie, von welchen aber die Theile des Kreiſes ſelbſt, zunächſt an *A*, kaum abweichen. Und auf dieſe *BD* iſt *EA*, die Verticallinie des Orts *A*, eigentlich perpendicular; obwol auch geſagt werden kan, daß ſie auf dem Kreiſe ſelbſt bey dem Puncte *A* perpendicular ſey. Wenn nun der Mittagskreis volkommen cirkelrund wäre, ſo würden alle in der Fläche deſſelben gezogene Verticallinien, in ſeinem Mittelpuncte *C* zuſammen laufen; weil in einem Cirkel keine andere durch den Berührungspunct *A* gezogene gerade Linie, der berührenden Linie *AB* perpendicular ſeyn kan, als die zugleich durch den Mittelpunct *C* gehet. Wo aber der Mittagskreis von dem Umkreiſe eines Cirkels dergeſtalt abweichet, daß er dieſen durchſchneidet, daſelbſt kan die zu dem Mittagskreiſe gezogene Verticallinie unmöglich durch den Mittelpunct des Cirkels gehen. Es laufen zwar noch immer jede zwo Verticallinien zuſammen, und ſchneiden einander: es geſchiehet aber dieſes nicht von allen in eben dem Puncte, und es kan ein ſolcher Schneidungspunct von einem andern weit genug entfernet ſeyn. Doch wenn die Abweichung der Mittagsfläche von einem Cirkel gering iſt, ſo kan auch der Raum, in welchen alle dieſe Puncte fallen, ſo groß nicht ſeyn, und man kan, ſo lang die äuſſerſte Strenge etwas überflüßiges wäre, dieſen Raum mit eben dem Rechte für den Mittelpunct annehmen, als man den Mittagskreis ſelbſt für einen Cirkel hält.

Wie uns der aus verſchiedenen Puncten eben des Mittagskreiſes betrachtete Himmel erſcheine.

§. 204. Wir wollen zum Anfange voraus ſetzen, die Mittagskreiſe ſeyn richtige Cirkel, und betrachten was folgen müßte, wenn ſie es würklich wären: weil dieſe Folgen, mit den Erſcheinungen zuſammen gehalten, am deutlichſten zeigen müſſen, ob, wie, und wie ſehr dieſe Kreiſe von Cirkeln abweichen. Es
T. II. F. 37. ſey *AFG* (*T. II. Fig.* 37.) ein Cirkel, welcher für einen der Mittagskreiſe angenommen wird: und durch deſſen Mittelpunct *C* ſey die *PQ* der Axe des Himmels parallel gezogen. Man mag ſich nun dieſe Axe in dieſer oder jener Entfernung von *C* vorſtellen, ſo muß doch, weil ſie (156) irgendwo durch die Erde

gehen

gehen muß, welche in Abſicht auf die Groſſe des Sternhimmels als ein bloſſes T. II. F. 37. Punct zu betrachten iſt, die durch *C* gezogene *PQ* als ein Theil derſelben angeſehen werden. Es können, bey der über groſſen Entfernung der Fixſterne von uns, zween Puncte des Sternhimmels weit genug von einander entfernet ſeyn ohne daß wir es merken: und aus dieſer Urſache muß auch eine jede andere *PQ*, die durch irgend ein anderes Punct der Erde, der durch *C* gezogenen parallel gehet, als ein Theil der Weltaxe angeſehen werden.

Erſter Fall. Geradeſtehende Sphäre.

§. 205. Die erſte dieſer *PQ*, ſo wir betrachten wollen, ſey diejenige, welche den Mittagskreis bey *A* berühret, und dadurch zur Mittagslinie dieſes Orts *A* wird. Da dieſe *PQ* von dem einen Pole an den andern läuft, ſo müſſen dieſe Pole beide in die Mittagslinie des Orts *A*, und alſo in den Horizont deſſelben fallen. Es ſind alſo an dieſem Orte *A* beide Pole ſichtbar, der eine genau in Norden, und der andere in Süden; der Horizont aber, welcher durch dieſelbe hindurch gehet, gehet auch durch den Mittelpunct eines jeden Cirkels, welchen ein Stern bey ſeinem täglichen Umlaufe beſchreibt, und theilet denſelben in zwo Hälften, deren eine immer ſichtbar, und die andere unſichtbar iſt. Hieraus folgt, daß einem Auge in *A* ein jeder Stern eben ſo lange ſichtbar ſeyn werde, als er ihm von dem Horizonte verdeckt wird, nehmlich in der Hälfte der Zeit ſeines Umlaufs, und daß, in der Zeit eines ganzen Umlaufs von vier und zwanzig Sternſtunden, dieſes Auge nach und nach alle Sterne werde ſehen können, die ſich an dem Himmel befinden.

§. 206. Aus eben der Urſache, weil nehmlich dem Beobachter bey *A* die Axe in den Horizont fällt, erſcheinet ihm auch die Fläche des Gleichers, und die Fläche eines jeden Cirkels, welchen ein Stern bey ſeinem Umlaufe um die Axe beſchreibt, dem Horizonte perpendicular: denn die Axe ſtehet auf jeder dieſer Flächen ſenkrecht. Dadurch wird der orthographiſche Entwurf der Himmelskugel, wie ſie unſerm Beobachter erſcheinet, gar leicht, er mag nun den Horizont oder die Mittagsfläche zur Fläche des Entwurfs machen. In beiden Fällen iſt (*T. II. Fig.* 38.) *SM* die Axe, *C* die Erde, *AE* die Vorſtellung des Aequators, und *FG* oder *fg* der Entwurf des von irgend einem Fixſterne um die Axe beſchriebenen Cirkels. Stellet nun aber *SAME* den Horizont vor, ſo iſt *F* oder *f* der Punct, T. II. F. 38.

T. II. F. 38. in welchem der Stern aufgehet, und *AF* oder *Af* ſeine Amplitudo ortiva, *G* oder *g* aber der Punct ſeines Untergangs, und *EG* oder *Eg* ſeine Amplitudo occidua, *CH* aber oder *Ch* iſt ein Entwurf der Abweichung des Sterns von dem Gleicher, und alſo der Sinus derſelben Abweichung; da im Gegentheil, wenn man ſich den Entwurf in der Mittagsfläche vorſtellet, *AF* oder *Af* die Abweichung iſt, und die Amplitudo ortiva oder occidua durch *CH* oder *Ch* vorgeſtellet wird, welche ihr Sinus iſt. Aus beiden folgt, daß dem Beobachter bey *A* immer die mittägige Amplitudo ortiva oder occidua eines Sterns, ſeiner ſüdlichen Abweichung, und die mitternächtige Amplitudo ortiva oder occidua eines andern, ſeiner nordlichen Abweichung gleich erſcheinen werde.

§. 207. Wenn *SAME* den Horizont vorſtellet, ſo folgt daraus, daß die Flächen der Cirkel *AE*, *FG*, *fg* demſelben ſämtlich perpendicular ſind, ferner, daß auch jede gerade Linie, welche einen dieſer Cirkel *FG* bey *F* oder *G*, allwo er von dem Horizonte geſchnitten wird, berühret, dem Horizonte perpendicular ſeyn werde. Da nun der Stern, welcher bey *F* aufgehet, eine kurze Zeit in der erſten dieſer Berührungslinien ſich zu erheben, und indem er bey *G* untergehet in der zweiten nieder zu ſinken ſcheinet: ſo gehet er würklich nach einer Verticallinie auf, und nach einer andern wieder unter. Dieſes wird ein **gerader Aufgang**, oder ein **gerader Untergang** genennet, und dem **ſchiefen** entgegen geſetzt, bey welchem ein Stern bey ſeinem Aufgange ſich in einer Linie, die ſchief an den Horizont anlauft, von dieſem entfernet, und bey ſeinem Untergange demſelben ſchief nähert. Wegen dieſes geraden Auf- und Unterganges wird von der aus *A* betrachteten Himmelskugel geſagt, daß ſie **gerade** ſtehe, oder, daß ſie eine **Sphära recta** ſey.

T. II. F. 37. §. 208. Die (*T. II. Fig.* 37.) durch das Punct *A* gezogene Verticallinie *aA* fällt bey dieſem Stande der Kugel immer in die Fläche des Gleichers, weil ſie der Axe perpendicular iſt. Es gehet alſo dieſe Fläche durch das Zenit, wie eine jede andere Verticalfläche, und iſt unter denſelben die vornehmſte, weil die Fläche des Gleichers den Horizont immer in dem wahren Auf- und Untergange ſchneidet (179. 177). Demnach iſt in der geradeſtehenden Himmelskugel die Abweichung eines Sterns zugleich ſeine Entfernung von dem Zenit, mit welcher er durch die Mittagsfläche gehet, und ſeine an der ſüdlichen oder nordlichen Seite genom-

genommene Mittagshöhe, die Entfernung von dem Süd- oder Nordpol. Indem ſich aber der Himmel um ſeine Axe drehet, wird die Höhe eines jeden in dem Gleicher angenommenen Sterns in gleichen Zeiten gleich ſtark geändert, nehmlich um 15 Grade in einer Sternſtunde, und in gröſſern oder kleinern Zeiten nach Proportion. Denn um ſo viel rücket ein Stern in eben der Zeit in der Fläche des Gleichers fort (183). Da alſo dieſe hier eine Verticalfläche iſt, ſo muß allerdings die Höhe deſſelben in derſelben Zeit um eben ſo viel wachſen oder abnehmen. Dieſes macht die Rechnung, durch welche die Höhe eines ſolchen Sterns für jeden gegebenen Zeitpunct gefunden wird, gar leicht, wenn nur bekant iſt, in welchem Zeitpuncte er durch die Mittagsfläche gegangen iſt, oder ſonſt eine gewiſſe Höhe gehabt hat. T. II. F. 37.

§. 209. Es kommen auch, bey dieſem Stande der Kugel, alle Sterne die zugleich aufgehen, mit einander zugleich in eine jede andere durch die Axe gelegte Fläche, und culminiren alſo zugleich, und gehen zugleich unter. Und da eben dieſes von den Puncten des Aequators richtig iſt, den wir uns an der Himmelskugel gezeichnet einbilden, deren jedes, und folgends auch ſein Anfang, wo dieſer auch angenommen ſeyn mag, mit den Fixſternen zugleich herumkomt: ſo kan hier der Vorſprung eines Sterns vor dem andern eben ſowol an dem Horizonte genommen werden, als er ſonſt immer vermittelſt der Mittagsfläche gefunden wird (190). Es giebt nehmlich die Zeit, welche zwiſchen dem geraden Aufgange des einen Sterns, und dem geraden Aufgange des andern, oder zwiſchen dem geraden Untergange des vorhergehenden, und dem geraden Untergange des nachfolgenden verflieſſet, dieſen Vorſprung unmittelbar. Eben deswegen wird derſelbe auch der Unterſchied des geraden Aufgangs, Differentia Aſcenſionum rectarum, genennet, und konte eben ſowol der Unterſchied des geraden Untergangs heiſſen. Es iſt nehmlich der gerade Aufgang, Aſcenſio recta, eines jeden Puncts des Himmels derjenige Punct des an dem Himmel beſchriebenen Gleichers, welche in der geradeſtehenden Sphäre mit demſelben zugleich aufgehet, und folglich auch mit demſelben zugleich eine jede andere Fläche durchkreuzet, in welcher ſich die Axe ſamt den beiden Polen befindet.

Die Mittellinie der Erde.

§. 210. Alle dieſe Erſcheinungen ereignen ſich würklich an unzählichen Orten, die in den verſchiedenen Mittagskreiſen auf dem Erdballe rings herum liegen:

T. II. F. 37. liegen: und es hindert nichts alle dieſe Oerter durch eine auf deſſen Oberfläche in unſern Gedanken beſchriebene Linie mit einander zu verknüpfen. Wäre die Erde eine volkommene Kugel, ſo würde dieſe Linie der Umkreis eines Cirkels ſeyn, deſſen Fläche einer jeden *PQ*, und alſo auch der durch den Mittelpunct *C* gezogenen, perpendicular iſt, durch welches Punct *C* ſie ebenfalls gehet. Sie würde alſo ganz in die Fläche des Gleichers fallen, und eine jede andere der Fläche des Gleichers parallel gelegte Fläche, welche die Erde ſchneidet, würde durch dieſen Schnitt ebenfalls einen Cirkel zum Vorſchein bringen. Alles dieſes würde ſich auch eben ſo verhalten, wenn die Erde zwar nicht die Geſtalt einer volkommen runden Kugel, aber doch eine von denen hätte, die heraus gebracht werden können, wenn anſtatt des halben Cirkels *FAG* ſich eine andere krumlinichte Figur um die Linie *FG* rings herumdrehete; das iſt eine von denen, welche die Drechſelkunſt auf einer gemeinen Bank den Körpern beybringt. Es kan nicht anders, als durch ſehr mühſame und koſtbare Meſſungen ausgemacht werden, ob die Erde eine dergleichen Geſtalt würklich habe oder nicht. So lang uns dieſe nicht von dem Gegentheile überführen, müſſen wir annehmen, daß ſie ſie habe. Alsdenn wird die Linie *FG*, um welche ſich die krumlinichte Figur *FAG* herumdrehen muß, wenn die Geſtalt der Erde herausgebracht werden ſoll, die **Axe der Erde**; und die äuſſerſten Puncte derſelben, die in die Oberfläche der Erde fallen, *F*, *G* werden ihre **Pole**. Die Durchſchnitte derſelben aber, welche durch dieſe Axe gehen, werden einander gleich und ähnlich, ſowohl als ihre Hälften, in welche ſie von eben der *FG* bey den Polen *F*, *G* getheilet werden. Hieraus aber folgt nicht, daß auch die Theile dieſer Hälften *AF* und *AG* einander gleich, und auf einerley Art gekrümmet ſeyn müſſen.

§. 211. Der Umkreis des durch *A* gehenden Cirkels, deſſen Fläche der Axe *FG* perpendicular iſt, heißt der **Gleicher der Erde**, und theilet die Oberfläche derſelben in zwey Theile, den **nördlichen** und den **ſüdlichen**, welche einander völlig gleich werden, wenn man ſich die Erde als eine recht runde Kugel vorſtellt, und auch bey vielen andern Geſtalten derſelben, gleich und ähnlich ſeyn können. Eben dieſer Umkreis heiſſet auch bey vielen die **Mittellinie der Erde**, und die Schiffer, welche bey ihren Reiſen denſelben öfters durchkreuzen, nennen ihn ſchlechtweg die **Linie**. Er wird in Grade getheilt, wie ein jeder anderer Cirkel; man kan ihn aber auch in Stunden theilen, deren jede funfzehn Grade hält, jede dieſer

wieder

wieder in ſechzig Minuten, und eine Minute in ſechzig Secunden. Die übrigen in der Oberfläche der Erde beſchriebenen Cirkel, deren Flächen der Fläche des Gleichers parallel liegen, und immer kleiner ausfallen, je mehr ſie ſich von dem Gleicher der Erde nach ihren Polen zu entfernen, bekommen keinen andern Namen, als den der Parallelcirkel, oder der Parallelen. *T. II. F. 37.*

§. 212. Was aber den Mittagskreis anlangt, der durch dieſen oder jenen in der Oberfläche der Erde angenommenen Punct gehet, und alſo zu dieſem Orte gehöret, ſo wird unter dieſer Benennung nur die Hälfte eines ſolchen Kreiſes verſtanden, die von dem einem Pole *F*, durch den angenommenen Ort bis an den andern *G* reichet. Nur diejenigen, welche in einer ſolchen Hälfte wohnen, ſehen, wenn ihnen die Himmelskugel gerade ſtehet, eben den Stern in eben dem Augenblicke der Zeit auf und untergehen. Denn wenn zween Beobachter, deren jedem die Himmelskugel gerade ſtehet, in den zwo verſchiedenen Hälften eines ganzen Mittagskreiſes wohnen, ſo gehet dem einen eben das Punct des Himmels in eben dem Augenblicke auf, in welchem es dem andern untergehet: und man würde ſich auch in vielen andern Fällen ſchwerlich nett genug ausdrücken können, wenn anſtatt der halben, man ſich der ganzen Mittagskreiſe bedienen wolte.

§. 213. Nunmehro kömt bey der Beſtimmung der eigentlichen Geſtalt der Erde alles darauf an, daß die Figur eines Mittagskreiſes gefunden werde. Denn wenn die Mittagskreiſe einander alle gleich und ähnlich ſind, ſo werden durch einen einzigen auch alle übrigen bekant, die ſonſt beſonders gemeſſen und berechnet werden müßten. Wir wollen aber, ehe wir uns in dieſe Unterſuchung einlaſſen, noch die übrigen Erſcheinungen erwegen, welche folgen müſten, wenn die Erde eine volkommen runde Kugel wäre, da denn auch jeder Mittagskreis ein halber Cirkel, und der Durchmeſſer deſſelben ſowol als der Durchmeſſer des auf dem Erdboden beſchriebenen Gleichers, zugleich der Durchmeſſer der Erde ſeyn würde.

Zweiter Fall. Schiefe Sphäre.

§. 214. Wenn nun der Beobachter ſich auf einen ſolchen Mittagskreis *FAG* von dem Puncte des Gleichers *A* gegen einen der Pole *F* nach Belieben bis in *B* entfernet, und daſelbſt die Verticallinie *bB* ziehet, ſo gehet dieſe bey ihrer Verlängerung durch den Mittelpunct *C*; die durch eben das Punct *B* der

Axe

T. II. F. 37. Axe des Himmels parallel gezogene *PQ* aber, welche als ein Theil dieſer Axe anzuſehen iſt, ſchlieſſet mit der *bB* den Winkel *PBb* ein, welcher dem *FCB* gleich iſt, und alſo durch den Bogen *FB* gemeſſen wird, das iſt durch den von dem Pole *F* bis an den Ort *B* reichenden Theil des Mittagskreiſes. Da dieſer Winkel kleiner iſt, als der rechte Winkel, welchen die durch *B* gelegte Horizontfläche dieſes Orts mit der *bB* einſchlieſſet, ſo muß auch der an der Seite *P* liegende Pol des Himmels über dieſen Horizont erhaben erſcheinen, indem der andere an der Seite *Q* durch denſelben, oder vielmehr durch die Erde, verdeckt wird, und der Beobachter kan nur einen Pol des Himmels ſehen, ſo wenig er ſich auch von dem Gleicher entfernet hat, auſſer wenn der andere durch die Strahlenbrechung hinlänglich gehoben, und dadurch ebenfalls ſichtbar wird; worauf wir aber hier nicht rechnen. Nun aber iſt *PBb* die Entfernung des in *B* ſichtbaren Pols von dem Zenit dieſes Orts, deſſen Ergänzung die Polhöhe deſſelben angiebt. Da nun auch der Bogen *BA* den *FB* zu einem Quadranten ergänzet, ſo wird dieſe Höhe durch *BA* gemeſſen, und folgends die Höhe des Aequators zu eben den Ort *B* durch *FB*. Der Theil des Mittagskreiſes *BA*, welcher zwiſchen dem Orte *B*, und den durch *A* gehenden Gleicher der Erde liegt, heiſſet die **Breite** dieſes Orts, und es wird in dem erklärten Verſtande geſagt, daß die Breite eines jeden auf dem Erdboden angenommenen Puncts der aus demſelben beobachteten Polhöhe gleich ſey.

§. 215. Gehet der Beobachter auf eben dem Mittagskreiſe noch weiter nach *F*, als bis in *D*, zu welchem Puncte die Verticallinie *Dd* iſt, die ebenfalls durch den Mittelpunct der Erde *C* gehet: ſo nähert ſich der ſichtbare Pol ſeinem Zenit immer mehr und mehr, und erhebet ſich alſo über den Horizont; bis endlich bey *F*, da die Verticallinie ſelbſt in die Axe fällt, der Abſtand des Pols von dem Zenit gänzlich verſchwindet. Da aber die Zahl der Grade der Breite *AD*, um welche er ſich von *A* entfernet hat, immer das Maaß der Polhöhe des Orts *D* ſeyn muß, ſo iſt klar, daß für jeden Grad, um welchen die Breite zunimt, auch die Polhöhe um einen Grad zunehmen müſſe, für jede Minute um eine Minute und ſo ferner; und daß hinwiederum, wenn die Polhöhe um eine gewiſſe Zahl von Graden und Minuten zugenommen hat, daraus ſicher geſchloſſen werden kan, daß auch die Breite um eben ſo viele Grade und Minuten vermehret worden ſey. Da alſo die Grade eines Cirkels alle von gleicher Gröſſe ſind, ſo kan daraus, daß *AB*

ſo

ſo viele Grade hat als *BD*, oder *DF*, immer geſchloſſen werden, daß auch *AB* mit einer Schnur gemeſſen, eben ſo lang werde befunden werden, als *BD* oder *DF*; und daß, wenn zween oder mehrere Bogen des Mittagskreiſes eben die Gröſſe haben, auch jeder derſelben gleich viele Grade enthalten werde. Alles dieſes ſtimmet mit den Beobachtungen, und mit den gröbern auf der Erde vorgenommenen Meſſungen, ſo gut überein, daß, ob es uns wol einige Abweichung derſelben von der Geſtalt einer volkommenen Kugel vermuthen läßt, es doch nicht erlaubet, uns dieſe Abweichung groß zu gedenken. Es wird aber hievon bald ausführlicher gehandelt werden. T. II. F. 37.

§. 216. Es iſt leicht einzuſehen, daß, was von der Hälfte des Mittagskreiſes *AF* gezeigt worden iſt, auch von der andern Hälfte deſſelben *AG* richtig ſeyn werde, wenn nur anſtatt des an der Seite *P* liegenden Pols des Himmels der ihm an der Seite *Q* entgegengeſetzte genommen wird. So bald nun ein Beobachter ſich von *A* gegen *F* oder *G* zu entfernet, und dadurch dem Orte, aus welchem er den Himmel betrachtet, einige Breite verſchaft hat, ſo höret dieſer auf ihm geradeſtehend zu erſcheinen. Denn es können die an ſich unbeweglichen Flächen des Gleichers, und der Cirkel, welche die Fixſterne um die Axe des Himmels beſchreiben, dem Horizonte nicht perpendicular bleiben, wenn dieſer, ſamt der Verticallinie von der Lage abweicht, die er in der geraden Sphäre hatte. Es fallen alſo nunmehro auch die graden Linien, welche dieſe Cirkel da, wo ſie von dem Horizonte geſchnitten werden, berühren, nicht mehr gerade auf denſelben, ſondern ſchief; und die Sterne entfernen ſich bey ihrem Aufgange ſchief von dem Horizonte, und nähern ſich demſelben, bey ihrem Untergange, ebenfalls ſchief. Dieſe Schiefe wird immer gröſſer, je mehr der Beobachter dadurch, daß er immer weiter nach *F* oder *G* fortgehet, die Breite und die Polhöhe ſeines Orts vermehret, und die ſpitzigen Winkel, welche die Flächen des Gleichers und der Bahnen der Fixſterne mit dem Horizonte einſchlieſſen, werden dadurch immer kleiner und kleiner. Auch verſchwinden ihm, wenn er ſich dem Pole der Erde *F* nähert, an der Seite *Q* immer mehr und mehr Sterne, weil die Kreiſe, welche ſie um die Axe beſchreiben, ganz an die unſichtbare Seite des Horizonts fallen; und an der Seite *P* wird die Zahl derer, die ihm niemals untergehen, weil ihre Cirkel ganz über den Horizont fallen, immer gröſſer und gröſſer. Zugleich werden die Theile der von den Fixſternen um die Axe des Himmels beſchriebenen Cir-

T. II. F. 37. kel, in welche ſie von dem Horizonte zerſchnitten werden, immer mehr ungleich: doch ſo, daß wenn die Abweichungen zweener dieſer Cirkel von dem Aequator gleich ſind, auch der gröſſere Theil des einen dem gröſſern Theile des andern, und der kleinere dem kleinern gleich ausfällt; die Theile des von dem Horizonte geſchnittenen Aequators ſelbſt aber einander immer gleich bleiben. Endlich entfernet ſich auch, indem der eine Pol nach und nach erhöhet wird, das Punct des Horizonts, bey welchem ein Stern aufgehet, von ſeiner Stelle, und zwar nach Norden, wenn die Abweichung des Sterns nördlich iſt, ſonſt aber nach Süden; und eben ſo iſt es auch mit dem Puncte des Horizonts, bey welchem ein Stern untergehet: ſo daß nur die Sterne, die ſich in dem Gleicher befinden, immer in dem wahren Morgen aufgehen, und in dem wahren Abend ſich unter dem Horizont verbergen.

Vorſtellung der ſchiefen Sphäre, und deren Gebrauch.

§. 217. Alles dieſes kan eine Himmelskugel deutlich genug zeigen, obwol auf dieſen Kugeln die Parallelen des Gleichers, welche die Sterne bey ihrem täglichen Umlaufe um die Erde beſchreiben, nicht verzeichnet werden, und man alſo die zwiſchen dem Horizonte und dem Mittagskreiſe liegende Zahl der Grade eines ſolchen Parallelen nicht unmittelbar ſehen kan; ſondern erforſchen muß, indem man die Kugel ſo lang um ihre Axe drehet, bis der Stern aus dem Horizonte in den Mittagskreis, oder aus dieſem in jenen, gebracht wird, und auf die Zahl der Grade des Gleichers Acht hat, welche bey dieſer Bewegung durch den Mittagskreis gehen. Ein orthographiſcher Entwurf der Himmelskugel aber auf der Mittagsfläche, in welcher ſich der Beobachter aufhält, in welchen dieſe Parallelen gebracht worden ſind, kan nicht nur die Sache faſt auf einmal vorſtellen, ſondern auch zur Auflöſung verſchiedener Aufgaben dienen, welche durch die Rechnung oder Zeichnung zu verrichten in dem vorhergehenden gewieſen worden iſt. Der Entwurf muß zu dieſer Abſicht etwas groß gemacht werden, dem Durchmeſſer nach
T. III. F. 39. wenigſtens dreymal ſo groß als der in der 39ſten Zeichnung beygefügte, in welcher der Durchmeſſer *POQ* die Axe, und der zu demſelben um den Mittelpunct *O* beſchriebene Cirkel, den Mittagskreis vorſtellet. Dieſer wird erſtlich in ſeine vier Quadranten getheilt, damit *AE* den Gleicher vorſtelle; und wenn man ſich die Mühe nicht geben will, bis auf einzelne Grade zu gehen, ſo wird ferner jeder Quadrant wenigſtens in 18 gleiche Theile von 5 Graden zerfällt. Man kan dieſe Grade von den vier Hauptpuncten *P*, *Q*, *A*, *E* an, nach

dieſer

dieſer oder jener Seite leicht zählen, und es iſt nicht nöthig ſie mit Ziffern zu verſehen, welche zu Verwirrungen Anlaß geben können. Um nun den Entwurf zu vollenden, werden jede zween von dem Gleicher *AE* gleichweit entfernete Theilungspuncte mit einer geraden Linie verknüpft, welche der *AE* parallel fallen, und der Durchmeſſer des Parallelen ſeyn wird, welcher durch dieſe Theilungspuncte hindurchgehet. Jede dieſer Sehnen wird von der Axe in zwo Hälften getheilt: und jede ſolche Hälfte iſt der Sinus des zwiſchen derſelben, und dem Pole *P* oder *Q* enthaltenen Theils des Mittagskreiſes, und der Coſinus desjenigen, welcher von dem Ende dieſes Bogens an *A* oder *E* reichet. Dieſer letztere Bogen iſt die Abweichung des Parallelen, welchen jede Sehne insbeſondere vorſtellet: und es iſt demnach auch ein jeder von dem Mittelpuncte *O* bis an eine der gezogenen Sehnen reichender Theil des Halbmeſſers *OP* oder *OQ* der Sinus der Declination des durch dieſe Sehne vorgeſtellten Parallelkreiſes. T.III.F.39.

§. 218. Die Horizontlinie *SM* wird nicht gezeichnet, ſondern nur vermittelſt der durch den Mittelpunct *O* gelegten Schneide einer Regel angegeben, welche mit der Axe *PQ* den Winkel *POS* einſchlieſſet, ſo der gegebenen oder nach Belieben angenommenen Polhöhe gleich iſt. Dadurch wird ſogleich die geringſte Abweichung beſtimt, welche ein Stern bey dieſer Polhöhe haben kan, ohne daß er jemals untergehe; und die Durchmeſſer der Parallelen der übrigen werden ſo getheilt, daß man die Puncte des Horizonts, bey welchen ſie aufgehen, und ihre halbe Tagebogen mit einiger Aufmerkſamkeit beynahe entdecken kan. Der Winkel *CGO* aber, oder *DGM*, mit dem die Fläche, in welcher der Stern ſeinen Umlauf zu verrichten ſcheinet, den Horizont ſchneidet, wird mit völliger Richtigkeit angegeben. Er iſt der Höhe des Gleichers *AOM* gleich: und da die Zeichnung deutlich genug zeiget, daß der Bogen *AM* eben ſo groß ſey, als die halbe Summe der Bogen $DM + FS$ (denn es iſt $DM = AM + DA$, und $FS = SE - FE$, alſo auch $FS = AM - DA$, und demnach $DM + FS = 2AM$); ſo ſiehet man hieraus, wie das Maaß eines jeden Winkels *DGM* oder *SGF*, deſſen Spitze zwar nicht in den Mittelpunct eines Cirkels, aber doch nicht auſſer den Cirkel fällt, aus den beiden zwiſchen ſeinen verlängerten Schenkeln liegenden Bogen *DM* und *FS*, immer zu erhalten ſey: wenigſtens in dem Falle, wenn einer dieſer nach Nothdurft verlängerten Schenkel, durch den Mittelpunct *O* gehet. Es wird aber auch gar leicht erwieſen, daß eben

T.III.F.39. die Meſſung in allen andern Fällen richtig ſey: nur muß, wenn die Spitze des Winkels auſſer dem Cirkel fällt, ſtatt der halben Summe der zwiſchen ſeinen Schenkeln enthaltenen Bogen, der halbe Ueberſchuß des gröſſern über den kleinern genommen werden.

§. 219. Damit aber die Entfernung des Puncts *G*, bey welchem die in den Parallelen *DF* liegenden Sterne aufgehen, von dem Puncte des wahren Aufgangs *O*, etwas genau in Graden und deren gröbern Theilen angegeben werden könne, zuſamt der Länge der Zeit, in welcher ſich jeder dieſer Sterne über dem Horizonte, oder unter demſelben aufhält: ſo wird der getheilte Halbmeſſer *OP* dergeſtalt auf eine Regel *HK* getragen, daß an jeder Seite derſelben ein Theil von eben der Länge leer bleibe, obwol dieſe leeren Theile in der Zeichnung viel zu kurz erſcheinen: das iſt, es wird der Halbmeſſer des Mittagskreiſes zum Radius genommen, und die dadurch beſtimte Sinus der Abweichungsbogen, welche ihren Anfang bey *A* oder *E*, und ihr Ende bey einem der Theilungspuncte dieſes Kreiſes haben, werden von dem Puncte *G*, zu welchen $HG = OP$, an eine der zwo Schneiden der Regel getragen. Es iſt nicht ganz überflüßig, wenn dieſes auch an der andern Schneide geſchiehet, weil man dadurch in den Stand geſetzt wird, dem dergeſtalt auf die Regel getragenen Maaßſtab von ungleichen Theilen, die verkehrte Lage zu geben. Bey dem Ende eines jeden dieſer Sinus wird der Bogen, zu welchem er gehöret, durch die Zahl ſeiner Grade angezeichnet, wie auch derjenige, auf welchen er ſich als ſein Coſinus beziehet, das iſt, das Complement des vorigen. Wird nun der alſo eingetheilte Theil der Regel dergeſtalt an die Horizontlinie *SM* angebracht, daß ſein Anfang in eines der Puncte *G* oder *O* falle; ſo erſcheinet bey dem andern die Zahl der Grade des Bogens, zu welchen *GO* als ſein Sinus gehöret, und wir haben (188) geſehen, daß dieſer Bogen die Amplitudo ortiva oder occidua eines jeden in dem Parallelen *DF* liegenden Sterns ſeyn werde.

§. 220. Soll nun auch das Complement des Bogens gefunden werden, welchen ein in eben dem Parallelen *DF* liegender Stern von dem Horizonte bis an den Mittagskreis beſchreibt, das iſt der Ueberſchuß dieſes Bogens über einen Quadranten, oder des Quadranten über denſelben; ſo iſt nur von eben dem Puncte *G*, in welchem die Vorſtellung dieſes Parallelen *GD* den Horizont *SM* durch-

durchſchneidet, die der *CD* gleiche *GB* an die Axe *PQ* zu legen, welches, T. III. F. 39.
da *CD* dem Coſinus der Declination des Sterns gleich iſt, vermittelſt des auf die Regel *HK* gezeichneten Maaßſtabes gar leicht geſchiehet. Alsdenn iſt in dem rechtwinklichten Dreyecke *GBC*, $GB : GC = 1 : \mathit{ſin}\ GBC$, und alſo auch $CD : GC = 1 : \mathit{ſin}\ GBC$. Wird aber das geſuchte Complement wieder *Q* genennt, ſo haben wir (187) auch gehabt *CF* oder $CD : CG = 1 : \mathit{ſin}\ Q$. Es iſt alſo $\mathit{ſin}\ Q = \mathit{ſin}\ GBC$, und der geſuchte Bogen *Q* das Maaß des Winkels *GBC*, welches, wie oben (218) gefunden wird, wenn man die Summe der Bogen des Mittagskreiſes *PL* und *QN*, welche von den beiden Polen *P*, *Q* bis an die durch *G*, *B* gelegte Schneide der Regel reichen, halb nimt; und noch leichter gefunden werden kònte, wenn man an die Regel *HK* eine andere dergeſtalt befeſtigen wolte, daß daraus ein ſogenantes Parallellineal entſtünde. Denn es kònte vermittelſt deſſelben die durch *G*, *B* gehende Schneide der Regel, ohne Schaden der Zeichnung, der *GB* parallel durch *O* gelegt, und dadurch *Q*, das Maaß des Winkels *GBC*, unmittelbar entdeckt werden: von welchem der Uebergang zu den halben Tagbogen, und zu der Zeit, in welcher ſich der Stern über oder unter dem Horizonte aufhält, gar leicht iſt.

§. 221. Der hier beſchriebene Stand der Sphäre aber wird der ſchiefe genant: und man kan ſagen, die Himmelskugel ſtehe ſchief über einen jeden Ort des Erdbodens, der zwar eine Breite hat, die aber weniger als 90 Grade halten muß, weil ſonſt der Ort in einen der Pole fallen würde, welches einen beſondern Umſtand ausmachet. Hierauf gründen ſich die Benennungen der ſchiefen Aſcenſion und Deſcenſion, mit welcher das Punct des Gleichers beleget wird, welcher bey dieſer oder jener Schiefe der Sphäre mit dem Sterne zugleich auf oder untergehet, und von der geraden Aſcenſion derſelben deſto mehr entfernet iſt, je ſchiefer die Himmelskugel ſtehet.

Dritter Fall. Sphära parallela.

§. 222. Wenn jemand den Himmel aus einem der Pole *F* oder *G*
(*T. II. F.* 37.) betrachten kònte, dem würde die Axe in die Verticallinie fallen, T. II. F. 37.
der Pol des Himmels aber in das Zenit, und die Fläche des Gleichers zugleich die Horizontfläche abgeben. Er würde alſo nur die Sterne ſehen können, welche in der einen Hälfte der durch den Gleicher getheilten Himmelskugel liegen;

T.II.F.37. gen; die übrigen würde ihm der Horizont immer bedecken. Die dem Gleicher parallel liegenden Cirkel, in welchen ſich die Sterne rings um die Axe bewegen, würden ihm ſämtlich dem Horizonte parallel erſcheinen: er würde alſo keinen Stern auf- oder untergehen ſehen, ſondern es würden dieſelben ſämtlich in vier und zwanzig Sternſtunden um ihn herumgehen. Dieſer Stand des Himmels heiſſet Sphära parallela, und bedarf keiner weitern Erläuterung: zumahlen da wenige Hoffnung da iſt, daß ſich je ein geſitteter Menſch einem der Pole der Erde ſo ſehr werde nähern können, daß ihm die Himmelskugel in dieſer Lage erſcheinen muß. Denn zur Zeit ſind, ſo viel ich weiß, unſere Schiffer noch immer acht bis neun Grade von dem mitternächtigen Pole der Erde entfernet geblieben, ob ſich wol einige wenige einer gröſſern Annäherung rühmen.

Die Planeten der Alten.

§. 223. Nunmehro ſind wir im Stande uns einen deutlichen Begriff von den Sternbildern zu machen, welches nicht wol geſchehen konte, bevor wir einſahen, warum wir nur von gewiſſen Stellen des Erdbodens den Himmel in vier und zwanzig Stunden ganz überſehen können, und würklich überſehen würden, wenn uns nicht in einem groſſen Theile dieſer Zeit das hellere Licht der Sonne, das viel ſchwächere aller übrigen Körper, die uns auſſer derſelben an dem Himmel vorkommen, völlig oder doch gröſtentheils verdunkelte; allen übrigen Puncten des Erdbodens aber, die von der Mittellinie, nach einem der Pole der Erde beträchtlich entfernet ſind, ein groſſer Theil der Sterne von dem Horizont auf immer verdeckt bleibet. Es ſind aber bey der Eintheilung der Sternbilder auch die übrigen Körper in Betrachtung zu ziehen, welche wir immer an dem Himmel ſehen können, wenn ſie ſich weder unter unſern Horizont befinden, noch unſeren Augen durch das hellere Licht der Sonne entzogen werden.

§. 224. Die Alten, welche die verſchiedene Arten dieſer Körper nicht von einander zu unterſcheiden wußten, belegten ſie ſämtlich mit dem Nahmen der Irrſterne oder Planeten: und wir müſſen ihnen bey einer Eintheilung, die ſich völlig auf dieſen allgemeinen Begriff gründet, ohne weitere Unterſuchung, nachfolgen. Sie zählten derſelben ſieben: die Sonne, den Mond, den Mercur, die Venus, Mars, Jupiter und Saturnus. Alle dieſe Körper werden, bey dem täglichen Umlaufe des Sternhimmels um die Erde, von demſelben dem Anſe-

hen

hen nach mit fortgeriſſen, ſo daß mit Verflieſſung der Zeit des Umlaufs eines Fix- T. II. F. 37. ſterns ieder derſelben, in Abſicht auf den Beobachtungsplaß, und der an demſelben genommenen Merkmale, ſich beynahe in eben dem Stande befindet, welchen er im Anfange dieſer Zeit hatte. Es ſtehet aber auch jeder Planet in ſeiner beſondern Bewegung, mit welcher er an dem Himmel ſich von einigen Fixſternen zu entfernen, und andern zu nähern ſcheinet; und zwar geſchiehet dieſe Bewegung vorzüglich von Abend gegen Morgen, und zugleich etwas gegen einen der zween Pole, ſo daß der Planet die an der Abendſeite liegenden Fixſterne verläßt, und ſich denen nähert, welche gegen Morgen vor ihm ſtehen, indem er zugleich von dem Gleicher nach dieſer oder jener Seite mehr oder weniger abweichet, oder ſich demſelben nähert. Es haben aber auch alle Planeten, auſſer der Sonne und dem Monde, öfters eine gegenſeitige Bewegung vom Morgen gegen Abend, und ſcheinen über dieſes zuweilen eine Zeitlang bey eben dem Fixſterne ſtille zu ſtehen. Die erſten Beobachter, wußten ſich in dieſe Bewegung nicht zu finden: ſie ſahen dieſelbe als gar nicht regelmäßig an, und gaben den Körpern bey welchen ſie dieſelbe antrafen einen Namen, welcher ſich auf dieſe irrige Vorſtellung gründet.

§. 225. Dieſe, dem Anſehen nach, unſchädliche Unwiſſenheit, hatte bey dem allen eine unſelige Folge. Man ſahe die Bewegungen der Planeten als willkührlich an, und unterwarf jeden derſelben der Regierung eines vernünftigen Weſens, welches dadurch, nach dem Begriffe der damaligen Zeiten, zu einem Gott wurde. Man unterließ nicht dieſen Abgöttern gewiſſe Beſchäftigungen anzudichten, und ſie, mit den dazu nothwendigen Eigenſchaften und Kräften zu verſehen, welche in den Bildern derſelben, durch deren Verfertigung die größten Meiſter ihre Kunſt in der That auf das tiefſte erniedriget haben, zugleich mit ausgedrückt wurden. Und hierauf gründen ſich die Zeichen, welche noch immer gebraucht werden dieſe Planeten anzudeuten, und jeden von den übrigen zu unterſcheiden. ☿ iſt nichts anders als der Schlangenſtab des Mercurs, ♀ der mit einer Handhabe verſehene Spiegel der Venus, ♂, ſo den Mars bedeutet, ein an ein Schild gelehnter Spieß oder Pfeil, ♄ die Sichel des Saturnus, und ♃ entweder eine Vorſtellung des Donners, oder der erſte Buchſtabe des Nahmens Zevs, welcher mit dem Jupiter der Römer einerley war. Endlich bedeutet ☉ die Sonne und ☽ den Mond, wie jedermann leicht ſiehet.

Von dem Thierkreiſe, und den Sternbildern.

§. 226. So willkührlich aber auch die Bewegung der Planeten ſcheinen konte, ſo halten ſie ſich doch immer ſämtlich in einer Art eines nicht allzu breiten Gürtels auf, welcher den Himmel ganz umgiebet, ſo daß keiner derſelben jemals die Gränzen dieſes Gürtels, weder an dieſer noch an jener Seite, überſchreitet, ſo ſehr verſchieden und in einander geſchlungen auch übrigens die Wege ſeyn mögen, welche ſie zwiſchen dieſen Gränzen beſchreiben. Dieſer Gürtel kan in dem ortho-
T.III.F.40. graphiſchen Entwurfe der Kugel, (*T. III. F.* 40) in welchem *P*, *Q* die Pole ſind, und *AE* den Gleicher vorſtellet, alſo gebracht werden. Man zählet von dem Puncte *A* des Gleichers bis an *C*, und von *E* bis *D*, drey und zwanzig und einen halben Grad, und ziehet *CD*, welche Linie durch den Mittelpunct *O* gehen, und die Mitte des zu entwerfenden Gürtels ſeyn wird, indem ſie einen der gröſten Cirkel der Kugel vorſtellet, deſſen Fläche die Fläche des Gleichers unter dem durch *AC* gemeſſenen Winkel *AOC* von $23\frac{1}{2}$ Graden ſchneidet, und deſſen Umkreis in der Oberfläche der Kugel ſelbſt, ſo genau, als zu einer richtigen Vorſtellung deſſelben nöthig iſt, beſchrieben werden kan, wenn man in dem durch die beiden Pole *P*, *Q* gehenden Umkreiſe *APEQ*, den Bogen *PM*, *QN* ebenfalls $23\frac{1}{2}$ Grade gibt, und ſich alsdenn der Puncte *M*, *N*, deren jeder von *C* und *D* um einen Quadranten entfernet ſeyn wird, bey Beſchreibung des durch *CD* vorgeſtellten Cirkels, als ſeiner Pole bedienet. Von dieſem Kreiſe *CD* wird in dem folgenden, unter dem Nahmen der Ecliptic, ſehr vieles zu ſagen ſeyn. Gegenwärtig bedienen wir uns deſſelben nur zur Beſtimmung der Gränzen des zu entwerfenden Gürtels, welche geſchiehet, wenn man jeden der Bogen *CF*, *CH*, und *DG*, *DK* acht Grade giebt, und *F* mit *G*, wie auch *H* mit *K* durch gerade Linien verknüpfet, ſo die Durchmeſſer der kleinern Cirkel ſeyn werden, die dieſe Gränzen abgeben, und zugleich die Vorſtellungen dieſer Cirkel. In der Oberfläche der Kugel werden eben die Kreiſe um einen der Pole *M* oder *N*, und durch die Puncte *F* oder *G* an einer Seite, wie auch *H* oder *K* an der andern, leicht beſchrieben. Der durch *FGKH* vorgeſtellte Gürtel bekomt demnach eine Breite von 16 Graden.

§. 227. Es iſt leicht zu erachten, daß die in dieſem Streifen liegenden Sterne mit unter den erſten geweſen, welche in Bilder gebracht worden ſind; da dieſe Bilder bey der Beſtimmung des Orts, welchen jeder Planet zu einer gewiſſen

Zeit einnimt, und der Bezeichnung des Weges deſſelben an den Sternhimmel, T.III.F.40.
einen ſo wichtigen Nutzen leiſten. Und eben dieſes wird dadurch beſtätiget, daß dieſe Bilder, wie ſie Anfangs geweſen ſind, blos aus Menſchen und Thieren beſtanden haben; weswegen auch der beſchriebene Gürtel noch immer der Thierkreis, Zodiacus, genennet wird. Es kan ſeyn, daß unter den Thieren fürnehmlich diejenigen gewählet worden ſind, welche ſich auf die verdorbene Götterlehre der Egypter bezogen haben, von welchen bekant iſt, wie ſehr ſie der Verehrung verſchiedener Thiere, und inſonderheit eines Ochſen, ergeben geweſen ſind. Dieſes konte jedoch die Griechen nicht hindern, eben die Bilder, mit einiger hin und her angebrachter Veränderung, auf ihre Fabel zu beziehen, und aus derſelben die Gelegenheit anzugeben, bey welcher jedes an den Himmel verſetzt worden ſeyn ſolte.

§. 228. Der Bilder des Thierkreiſes ſind an der Zahl zwölfe, welche ſonder Zweifel dienen ſolten, denſelben in zwölf Theile zu theilen; wiewol dieſe Theile, wie ſie durch die Bilder angegeben werden, ſehr ungleich ausfallen mußten, da einige dieſer Bilder einen viel gröſſern Theil des Himmels einnehmen, als andere. Auch liegen dieſelbe nicht ganz zwiſchen den Gränzen des Thierkreiſes, ſondern einige überſchreiten dieſe Gränzen beträchtlich, indem andere mit einen viel engern Raume zufrieden ſind. Die übrigen Sternbilder, welche zum Theil in der mitternächtigen, zum Theil an der mittägichen Seite des Thierkreiſes liegen, beziehen ſich noch viel deutlicher auf die durch Fabeln verſtelte alte Geſchichte der Griechen, und einiger benachbarten Völker, vornehmlich der Phönizier. Es haben aber die Alten nicht alle Sterne, die ſie ſehen konten, in Bilder gebracht, ſondern einige derſelben zwiſchen dieſen Bildern gleichſam zerſtreuet gelaſſen, welche ſie Sporades nenneten; aus welchen mit der Zeit andere Bilder entſtanden ſind, oder die bereits vorhandenen einen Zuſatz erhalten haben. Und die um den Südpol liegenden Sterne, welche ſie von ihren Wohnplätzen diſſeits der Mittellinie nicht ſehen konten, mußten ſie ſämtlich der Nachwelt, und dem Fleiſſe der Schiffer und Aſtronomen, welche ihre Beobachtungen an der andern Seite der Mittellinie anſtellen konten, überlaſſen. Einige Sterne haben auch beſondere Nahmen bekommen, entweder jeder für ſich, inſonderheit bey den Arabern, von welchen wir die Sternkunde unmittelbar empfangen haben, oder auch in ihrer Verbindung mit andern; ſo daß man ſich gewiſſe Sternbilder in andern vorſtellen muß, zu welchen ſie eigentlich nicht gehören. Und wie konte es bey ei-

T.III.F.40. ner ſo willkührlichen Sache anders ſeyn, als daß verſchiedene Völker, und in eben dem Volke, Leute von verſchiedener Lebensart, aus eben den oder verſchiedenen Sternen ſehr verſchiedene Bilder zuſammenſetzten?

§. 229. Man kan annehmen, daß die zwölf Bilder des Thierkreiſes folgendergeſtalt von ihren erſten Erfindern an den Himmel gebracht worden ſind. Sie ſtelten ſich durch die Puncte *O*, in welchen die Ecliptic *CD* von dem Gleicher *AE* durchſchnitten wird, und durch die zween Pole der Ecliptic *M*, *N*, den in *MON* entworfenen Cirkel vor, und zerſchnitten dadurch auch den Thierkreis in zwo Hälften, deren eine, welche hier durch *FRSH* vorgeſtellet wird, gröſten Theils an der mitternächtigen Seite des Gleichers *AE* zu liegen kommen muſte, und die andere *GRSK*, an der mittägichen. Jede Hälfte der Ecliptic wurde ferner in zween gleiche Theile getheilt, und durch dieſe Theilungspuncte, ſamt den Polen der Ecliptic, ein Cirkel *MCND* beſchrieben, welcher auch den Thierkreis dergeſtalt theilte. Endlich wurde noch jedes dergeſtalt herausgebrachte Viertel der Ecliptic in drey gleiche Theile zerfällt, und mit dieſen neuen Theilungspuncten eben ſo verfahren; indem man nemlich durch jeden derſelben die Hälfte des Umkreiſes eines Cirkels gehen ließ, welcher ſich bey den Polen der Ecliptic endigte. Die dadurch herausgebrachten Theile des würklich auf der Kugel verzeichneten Thierkreiſes wurden einander ſämtlich gleich, ob ſie wohl der orthographiſche Entwurf ſehr ungleich vorſtellet: man zählte ſie aber dem Laufe der Planeten, und vornehmlich der Sonne, gemäß, wie in dem Entwurfe geſchehen iſt, von Abend gegen Morgen, indem man *RS* zu dem Anfang des Thierkreiſes, und *O* zum Anfang der Ecliptic ſelbſt machte. Und nun war nichts mehr übrig, als daß man dieſe zwölf Fächer, deren jeder einen Bogen der Ecliptic von 30 Graden enthielt, ſo gut es ſich wolte thun laſſen, mit Sternbildern ausfülte, welche ſind: *I.* der Widder, *II.* der Stier, *III.* die Zwillinge, *IV.* der Krebs, *V.* der Löwe, *VI.* die Jungfrau, *VII.* die Wage, *VIII.* der Scorpion, *IX.* der Schütze, *X.* der Steinbock, *XI.* der Waſſermann, *XII.* die Fiſche; nach den nicht unbekanten Verſen:

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Piſces.

§. 230. Die Alten haben dieſe und die übrigen Sternbilder etwas anders T.III.F.40.
entworfen, als ſie von den Neuern gezeichnet werden, welche ſich ſehr nach Johann Bayern richten, einen Juriſten, welcher im Anfange des vorigen Jahrhunderts in Augsburg gelebt hat. Dieſer hat nicht nur die Sternbilder ſorgfältig gezeichnet, ſondern auch die Sterne, aus welchen ſie beſtehen, durch denſelben beigeſetzte Buchſtaben von einander unterſchieden, und dadurch gewiſſermaſſen benennet, welche Benennungen, als das ſicherſte Mittel zur Vermeidung aller Zweydeutigkeit, in faſt allgemeinen Gebrauch gekommen ſind. Die Bilder des Thierkreiſes werden, auſſer ihren wörtlichen Benennungen, auch durch geſchriebene Zeichen angegeben, welche von den Bildern ſelbſt hergenommen ſind, und meiſtens deutlich genug einige Theile derſelben ausdrücken. Eben die Worte und geſchriebene Zeichen werden auch gebraucht, die Abtheilungen des Thierkreiſes und der Ecliptic anzudeuten, bey welchen, als ſo vielen Fächern, die Bilder bey ihrer erſten Einrichtung geſtanden ſind. Denn es befinden ſich die Sternbilder nicht mehr in eben den Abtheilungen, ſondern das Bild des Widders iſt ſeit dem aus dem Fache *I* ganz in das folgende *II* übergegangen, indem der Stier in das nächſte *III* gerücket, und eine eben dergleichen Veränderung auch bey den übrigen dadurch verurſachet worden iſt, daß der Anfang der Ecliptic *O*, und mit demſelben der Anfang des Thierkreiſes *RS*, beynahe um 30 Grade nach der Abendſeite zurückgewichen. Wir können uns aber dieſer andern Bedeutung nicht bedienen, bevor wir von der Sache ſelbſt eine deutliche Vorſtellung werden erhalten haben; und halten uns bis dahin blos an die erſte, nach welcher die Worte ſowol als die geſchriebene Zeichen die würklich aus den Sternen zuſammengeſetzten Bilder, wie ſie auch in Abſicht auf den Anfang der Ecliptic ſtehen mögen, anzeigen.

Beſchreibung der Bilder des Thierkreiſes.

§. 231. Der Widder, *Aries* ♈, wird mit ſeinem Vordertheile gegen Abend auf den Füſſen liegend vorgeſtellt, kehret aber den Kopf gegen Morgen, ſo daß der Stern, an dem linken Ohre deſſelben, welchen Bayer mit γ bezeichnet, dem urſprünglichen Anfange des Thierkreiſes am nächſten komt: welcher aus dieſer Urſache als der erſte Stern dieſes und aller übrigen Bilder des Thierkreiſes angeſehen wird.

II. Der Stier, *Taurus* ♉, erſcheinet nur mit ſeinem Vordertheile: das übrige iſt hinter dem Widder und ſonſt verborgen. Sein Kopf iſt dergeſtalt

 nach

T.III.F.40. nach Morgen gewendet, daß die Ecliptic zwiſchen den Sternen, welche die Spitzen der Hörner bezeichnen, hindurchgehet. Die Sterne bey den Augen, und unter denſelben nach den Naslöchern zu, heiſſen zuſammen die *Hyades* und *Suculae*, unter welchen der bey dem mehr mittägigen Auge auch den beſondern Nahmen Aldebaran bekomt. Auf der Schulter ſtehen ſechs andere Sterne nahe bey einander, welche die Plejaden heiſſen.

III. Die Zwillinge, *Gemini* ♊, werden als zween ſitzende Jünglinge gezeichnet, deren einer an dem Kopfe, der andere in dem Geſichte, mit einem beträchtlichen Sterne gezieret iſt. Jener, ſo mehr gegen Abend liegt, heiſſet *Caſtor*, und dieſer *Pollux*, welches auch die gewöhnlichſten Nahmen der Jünglinge ſind.

IV. Der Krebs, *Cancer* ♋, wird von den Alten ohne den Schwanz vorgeſtellet, welchen ihm die Neuern geben; kriecht aber, wie dieſer, gegen Mitternacht und Morgen. Auf ſeinem Rücken ſtehen zween Sterne, welche die Eſel genent werden, und ein neblichter, ſo ihre Krippe ſeyn ſol.

Der Löwe, *Leo* ♌, lauft mit geſchlungenem Schwanze nach der Strecke der Ecliptic von Morgen gegen Abend. An ſeiner Bruſt glänzet ein Stern, welcher das Herz des Löwen, oder *Regulus* genent wird.

VI. Die Jungfrau, *Virgo* ♍, wird als eine geflügelte und anſtändig bekleidete Weibsperſon, mit dem Kopfe gegen Abend, nach der Länge des Thierkreiſes gezeichnet. Sie hält in der einen Hand eine unterwärts gekehrte Kornähre, in welcher ein Stern glänzet, der deswegen *Spica Virginis* genennet wird, und an dem gegenüberſtehenden Flügel befindet ſich ein anderer, der den beſondern Nahmen *Vindemiatrix* führet.

VII. Die Wage, *Libra* ♎, iſt ein kleines Bild in dem erſten Fache der zweiten Hälfte des Thierkreiſes. Die alten Griechen ſcheinen daſſelbe nicht gehabt, ſondern an deſſen Stelle die Scheeren des darauf folgenden Scorpions bis hieher erſtrecket zu haben: welches die Benennung *Chelae*, die ſie dieſem Bilde geben, beſtärket.

VIII. Der Scorpion, *Scorpius* ♏, liegt gröſten Theils an der mittägichen Seite der Ecliptic, und erſtrecket daſelbſt ſeinen Schwanz weit auſſer dem

dem Thierkreiſe. Auf ſeinem Rücken glänzen drey Sterne, unter welchen der mittlere das Herz des Scorpions oder *Antares* heiſſet. *T.III.F.40.*

VIIII. Der Schütze, *Sagittarius* ♐, iſt halb Mann und halb Pferd. Der oben mit einem fliegenden Gewande verſehene Mann hält einen Bogen, mit deſſen Pfeile er gegen Abend zielet, wohin auch ſein Geſicht gekehret iſt. Das Pferd befindet ſich gröſten Theils an der Mittagsſeite auſſer dem Thierkreiſe.

X. Der Steinbock, *Capricornus* ♑. Dieſes Bild liegt, mit dem Kopfe und Hörnern gegen Abend gekehret, meiſt ganz zwiſchen den Gränzen des Thierkreiſes; ſein hinterer nach Morgen gekehrter Theil aber iſt ein geſchlungener Fiſchſchwanz.

XI. Der Waſſermann, *Aquarius* ♒, wird kniend, und mit dem Geſichte nach Morgen gekehrt vorgeſtellt, nach welcher Seite er auch das Waſſer aus ſeinem Gefäſſe gieſſet. Er iſt mit etwas fliegenden Gewande umgeben.

XII. Die Fiſche, *Piſces* ♓. Deren ſind zween, welche vermittelſt eines langen und verſchiedentlich geſchlungenen Bandes, *Linum*, mit einander verknüpft ſind. Beide liegen an der mitternächtigen Seite der Ecliptic, der eine ganz an der Gränze des Thierkreiſes, der andere aber in einer groſſen Entfernung von derſelben; weswegen auch jener der mittägiche, und dieſer der mitternächtige Fiſch genennet wird.

Beſchreibung der mitternächtigen Sternbilder.

§. 232. Der mitternächtigen Sternbilder, welche nehmlich meiſtens auſſer dem Thierkreiſe an der mitternächtigen Seite der Ecliptic liegen, wie ſie vom Hipparchus 160 Jahr vor Chriſti Geburth berichtiget, und vom Ptolomäus auf uns gebracht worden ſind, ſind an der Zahl 21, zu welchen noch zwey andere, die ebenfalls alt ſind, hinzugeſetzt werden müſſen, ſo daß der alten Bilder an dieſer Seite in allen 23 werden, welche hier ſo beſchrieben werden ſollen, wie ſie von der Gegend des Pols nach dem Thierkreiſe, und von Abend nach Morgen zu, auf einander folgen; weil ich hoffe, daß dieſes die Kentniß derſelben in etwas erleichtern werde. Es müſſen zu dem Ende einige Sterne, als bekant, vorausgeſetzt werden, und dieſes ſind gemeiniglich diejenigen, welche den ſogenanten Heerwagen ausmachen; obwol dieſes Bild mehr bey dem gemeinen Volke, als bey den Aſtronomen, gebräuchlich iſt.

T.III.F.40. §. 233. Wenn wir nehmlich die Augen nach der Gegend des Pols wenden, ſo entdecken wir vorzüglich ſieben Sterne, *Septemtriones*, deren viere, welche ein länglichtes Viereck bilden, die Räder des Wagens vorſtellen, die übrigen aber die Deichſel deſſelben, oder vielmehr, drey hinter einander geſpannte Pferde bedeuten ſollen: wie denn der bey dem mittlern derſelben einem ſehr ſcharfen Auge ſichtbare kleine Stern Alcor, auch der Reuter heiſſet. Läſſet man nun durch die zwey hintern Räder dieſes Wagens eine gerade Linie, oder vielmehr den Umkreis eines Cirkels, deſſen Mittelpunct in das Auge fält, hindurch gehen, ſo iſt in dieſer Linie der Pol ſo weit von dem nächſten Rade entfernet, als dieſes Rad von dem vorderſten Pferde entfernet iſt: und nahe bey dem dergeſtalt beſtimmten Puncte befindet ſich ein Stern, welcher, weil er zunächſt an dem Pole lieget, der Polſtern heiſſet. Dieſer Stern iſt der äuſſerſte in dem Schwanze des

I. kleinen Bären *Vrſa minor*, *cynoſura*, und bildet mit andern Sternen deſſelben einen Wagen, von der Geſtalt desjenigen, der aus den Septemtrionen im Schwanze, und auf den Rücken des

II. groſſen Bären, *Vrſa major*, gebildet wird, welchem jener auch ſonſt in vielen Stücken ähnlich, aber viel kleiner iſt. Die Körper der zween Bären ſind mit dem Rücken gegen einander gekehret, und ſo weit von einander entfernet, daß

III. der Drache, *Draco*, hinlänglichen Platz findet, ſein Hintertheil zwiſchen dieſelbe zu erſtrecken. Er krümmet ſich darauf unter die Füſſe des kleinen Bären, und umſchlingt, durch eine wiederholte Krümmung bey ſeinem Kopfe, den mitternächtigen Pol der Ecliptic.

IV. *Cepheus*, wird als ein fortſchreitender König vorgeſtellet, zwiſchen deſſen Fuſſohlen der Pol lieget, der Cörper aber, zunächſt an dem Drachen, ſich nach dem Thierkreiſe erſtrecket.

V. *Caſſiopea*, ſitzt auf einem Throne in einer Stellung die dem Cepheus an der Morgenſeite beynahe parallel iſt, und kehret alſo den Kopf ebenfalls gegen den Thierkreis. Sie erhebt die eine Hand über ihren Kopf, und trägt in der andern einen Palmzweig. In einer noch kleinern Entfernung von dem Thierkreiſe erſcheinet, etwas mehr gegen Morgen, die

VI.

VI. *Andromeda*, in Geſtalt einer mit ihren ausgeſtreckten Armen an Ketten gebundenen Weibsperſon, deren Cörper übrigens den vorigen parallel und nach eben der Seite gekehret iſt. Zwiſchen dieſem Bilde und dem Widder, welchem es mit den Füſſen ſehr nahe komt, liegt *T.III.F.40.*

VII. das Dreyeck, *Triangulus, deltoton*, und an der Morgenſeite dieſes Dreyecks zu den Füſſen der *Andromeda* ſchwebet

VIII. der *Perſeus.* Er iſt mit einem Schwerde bewafnet, welches er über den Kopf hält, und trägt an dem andern Arme das Haupt der Meduſa nach dem Thierkreiſe hangend, gegen welchen auch ſeine Füſſe gekehret ſind.

VIIII. *Auriga*, kniet gleichſam auf den Thierkreis, faſt zwiſchen dem Stiern und den Zwillingen. Er trägt in der einen auf dem Rücken gelegten Hand zwey junge Ziegen, und auf der Schulter eine alte, in welcher ein heller Stern prangt, welcher dahero *Capella* heiſſet; in der andern Hand hält er eine Peitſche oder etwas dergleichen.

X. *Bootes* ſtehet an der Morgenſeite des groſſen Bärs, als ob er ihn jagen wolte, mit dem Kopfe gegen den Kopf des Drachen gekehret, und trägt in beiden Händen etwas, ſo von verſchiedenen verſchiedentlich gezeichnet wird. An dem Saume ſeines kurzen Kleides, zwiſchen den Beinen, ſtehet der Stern *Arcturus.* Die Füſſe erſtrecken ſich bis an die Jungfrau. Zwiſchen demſelben aber und den Hinterfüſſen des groſſen Bärs liegt ein neueres Bild

XI. das Haar der *Berenice*, aus welchem die Alten einen Büſchel Korn gemacht haben ſollen. An der Morgenſeite des *Bootes* aber erſcheinet

XII. die mitternächtige Krone, deren hellſter Stern auch *Gemma* heiſſet.

XIII. *Hercules* wird kniend vorgeſtellet, mit den Füſſen gegen den Drachen, und mit dem Kopfe gegen den Thierkreis gekehret. Er hält in der einen Hand ſeine Keule, in die andere aber geben ihm die Neuern eine dreyköpfichte Schlange, die den *Cerberus* vorſtellen ſol, anſtatt des Zweiges mit Aepfeln, oder etwas dergleichen, ſo ihm die Alten gaben.

XIIII. Der Schlangenmann, *Serpentarius*, *Ophiuchus*, ſtehet dem Hercules Kopf an Kopf entgegen, und erſtreckt ſeine Füſſe durch den ganzen Thierkreis, bis an den Scorpion. Er trägt in beiden Händen eine groſſe Schlange, deren Kopf ſich der Krone nähert.

XV.

T.III.F.40. *XV. Serpens*, iſt dieſe Schlange, deren Schwanz ſich an der andern Seite des Mannes gegen Morgen erſtrecket. Unter dem Kopfe des Drachen, an der Morgenſeite des Hercules, ſchwebet ferner

XVI. Die Leyer, eine Art einer Harpfe, ſo an einen Geyer gebunden iſt, und deswegen auch *Vultur cadens* genennet wird. *Lucida lyrae* zieret die nach Abend gekehrte obere Seite dieſer Harpfe.

XVII. Der Adler oder *Vultur volans* fliegt dem Gleicher parallel, und in einer geringen Entfernung von demſelben, gegen Morgen. Bey dem Anfange ſeines Halſes ſtehet die *Lucida aquilae*. Die Alten lieſſen dieſen Adler den *Ganymedes* tragen, aus welchem nachher

XVIII. Antinous gemacht worden iſt, welcher mit Bogen und Pfeil nach Morgen zielend, bey dem Schützen, bis an den Thierkreis reichet, welchen er mit ſeinen gebogenen Knien berühret. Ueber dem mitternächtigen Flügel des Adlers erſcheinet

XVIIII. Sagitta, ein bloſſer mit der Spitze nach der Morgenſeite gekehrter Pfeil oder Wurfſpieß.

XX. Der Schwan zeigt ſich fliegend, mit ausgebreiteten Flügeln, und den Kopf zwiſchen der Leyer und dem Adler: ſein Hintertheil aber iſt nach dem Kopfe des Cepheus gekehret.

XXI. Der Delphin, ſtehet an der Morgenſeite des Adlers mit dem Schwanze gegen ſeinen eigenen Kopf geſchlungen, und noch etwas weiter nach dieſer Seite

XXII. Equuleus, ein bloſſer nach Mitternacht ſehender Pferdekopf. Neben demſelben erſcheinet der Kopf des

XXIII. Pegaſus, deſſen halber Körper ſamt den Flügeln ſich von dannen weiter gegen Morgen erſtrecket, indem ſein Rücken gegen den Thierkreis, und insbeſondere gegen die Bilder des Waſſermanns und der Fiſche, gekehret iſt.

Beſchreibung der mittägichen Sternbilder.

§. 234. An der mittägichen Seite des Thierkreiſes ſtehen, auſſer den neuen, funfzehn alte Sternbilder, welche, wenn wir ſie von dieſem Kreiſe weiter

gegen

gegen Mittag, und von Abend gegen Morgen zählen, in die nachfolgende Ord- *T.III.F.*40. nung gebracht werden können.

I. Orion, deſſen Kopf zwiſchen dem Stiere und den Zwillingen bis an die mittägiche Gränze des Thierkreiſes reicht, pranget mit ſehr hellen Sternen, unter welchen die, ſo ſeinen Gürtel ausmachen, auch gebraucht werden den ſogenanten Jacobsſtab zu bilden. Unter andern bekomt der Stern, an dem gegen Abend gekehrten Fuſſe des Orions den beſondern Nahmen Rigel.

II. Der Haaſe ſitzt zu den Füſſen des Orions mit dem Rücken gegen den Gleicher gewendet, dieſem parallel, und mit dem Kopf nach der Abendſeite.

III. Der gröſſere Hund erſcheinet hinter dem Haaſen, mit dem Kopfe gegen den Thierkreis, und dem Hintertheile gegen Süden gekehret, mit der Bruſt aber nach Abend. Der Stern an ſeinem Maule iſt der hellſte unter allen Fixſternen, und bekomt den beſondern Nahmen *Sirius* oder *Canicula*.

IIII. Der kleinere Hund, *Procyon*, ſtehet an der Morgenſeite des vorigen, und an der mitternächtigen des Gleichers auf dieſem, mit dem Kopfe gegen Abend gekehret.

V. Das Schiff, *Argo*, iſt der Hintertheil einer alten Galeere, welche beiden Hunden gegen Morgen liegt, und ſich faſt bis an den ſüdlichen Pol der Ecliptic erſtrecket, indem ihr Vordertheil von Klippen gedeckt wird. An dem Steuerruder ſtehet der Stern *Canopus*.

VI. Die Waſſerſchlange, *Hydra*, trägt ihren Kopf unter dem Krebſe, und beuget den Körper mit verſchiedenen Krümmungen gegen Morgen und Mittag bis an die Wage. In dieſem Bilde iſt *Cor hydrae* ein ſehr beträchtlicher Stern. Auf demſelben aber ſtehen an der Seite des Thierkreiſes

VII. Das Gefäß, *Crater*, an der weſtlichen Seite unter den Hinterfüſſen des Löwens, und

VIII. Der Rabe unter der Jungfrau, mit dem Kopfe nach Abend gekehret.

VIIII. Centaurus. Dieſer wird, wie gewöhnlich, halb Mann und halb Pferd, unter der Waſſerſchlange und dem Raben, ſo gebildet, daß er den Kopf gegen den Thierkreis, und ſein Vordertheil gegen Morgen kehret, mit beiden Händen aber einen Spieß hält, welchen er nach dem nächſtfolgenden Bilde richtet. Aus vier Sternen bey den Hinterfüſſen deſſelben haben die Neuern ein Kreutz gemacht.

T.III.F.40. *X.* Der Wolf liegt vor dem Centaur gegen Morgen, in einer Stellung, die ſich nicht wohl beſchreiben läſſet, und wird von demſelben in die Kehle geſtochen. An der Morgenſeite dieſes Wolfs befindet ſich

XI. Ara, ein kleiner Altar, auf welchem das Feuer gegen den ſüdlichen Pol der Ecliptic brennet; und noch weiter gegen Morgen, liegt

XII. Die ſüdliche Krone, bey der Bruſt des Schützen.

XIII. Piſcis notius, ſtehet unter dem Waſſermanne dem Thierkreiſe parallel, mit dem Kopfe gegen Morgen, und empfängt mit ſeinem durch den Stern Fomahant gezierten Maule das Waſſer, welches jener ausgieſſet.

XIIII. Der Wallfiſch. Dieſes Meerwunder ſchwimmet, mit dem Kopfe unter dem Widder faſt bis an die Ecliptic reichend, gegen Morgen, und erſtrecket ſeinen Körper gegen Abend bis an das von dem Waſſermanne ausgegoſſene Waſſer.

XV. Eridanus. Das Bild eines Fluſſes, welcher von dem gegen Abend gekehrten Fuſſe des *Orion* bis an den Wallfiſch, und von dannen gegen Morgen läuft, darauf aber ſich wieder gegen Abend und Mittag lenket, bis an einen groſſen Stern welcher den Nahmen Acharnar führet.

Neuere Sternbilder und die Milchſtraſſe.

§. 235. Der Bilder, welche bald nach Entdeckung des ſüdlichen America aus den Sternen gemacht worden ſind, die ſo nahe an dem daſelbſt ſichtbaren Pole liegen, daß ſie den Alten immer verdeckt bleiben mußten, ſind eilfe, nemlich: *I. Indus*, ein aufrecht ſtehender Americaner. *II. Pavo*, ein Pfau mit ausgebreitetem Schweiſe. *III. Grus* ein aufgerichtet ſtehender Kranich. *IIII. Phoenix*, welcher ſich verbrennet. *V. Toucan*, ein americaniſcher Waſſervogel. *VI. Hydrus*, eine Waſſerſchlange, ſo mit der *Hydra* nicht zu verwechſeln iſt. *VII. Dorado* ein Fiſch. *VIII.* Ein fliegender Fiſch. *VIIII. Chamaeleon. X. Apus*, der ſogenante Paradiesvogel. *XI.* die Biene oder Fliege. *XII.* Das mittägige Dreyeck: wozu noch zwo kleine Wolken zu ſetzen ſind, die in dieſer Gegend beſtändig an dem Sternhimmel erſcheinen. Die Neuern haben dieſen noch die Taube des Noa, die Eiche König Carls, und das Kreutz beygefüget, deſſen bey der Beſchreibung des *Centaurus* Erwehnung geſchehen iſt.

§. 236. Hierzu kommen noch vierzehn andere Sternbilder, mit welchen T.III.F.40. der berühmte *La Caille* bey ſeiner Anweſenheit an dem Vorgebürge der guten Hoffnung die um den Südpol leer gebliebene Plätze des Himmels gefüllet hat; wobey er zugleich die nicht genau genug angeſetzten Sterne dieſer Gegend berichtete, und dadurch bewogen wurde in einigen Bildern kleine Veränderungen zu machen. Aber wir, die wir ſo weit nach Mitternacht wohnen, daß wir nicht einmahl die ſüdlichen Bilder der Alten völlig überſehen können, mögen dieſe neuen Bilder, ſo verſchiedene Werkzeuge der Naturforſcher und Künſtler vorſtellen, hier völlig bey Seite ſetzen.

§. 237. An der mitternächtigen Seite des Thierkreiſes haben ebenfalls viele, und vornehmlich Hevelius aus den Sternen, welche die Alten zerſtreut gelaſſen, verſchiedene Bilder zuſammen geſetzt, deren einige auf dieſen und andere auf andern Himmelskugeln erſcheinen. Auf den unſrigen ſtehen gemeiniglich *I. Camelopardalus*, an der Abendſeite des groſſen Bärs mit dem Kopfe nahe an dem Pole. *II.* Der Luchs, unter dem groſſen Bäre an der Abendſeite. *III.* Zween Jagdhunde Aſterion und Chara, welche Bootes auf dieſen Bären hetzt. Andere ſetzen das Herz K. Carls, und den Fluß Jordan ohngefehr in dieſe Stelle. *IIII.* Der kleine Löwe, zwiſchen eben dem Bären und dem groſſen Löwen. *V. Sextans vraniae*, zwiſchen dem Löwen und der Waſſerſchlange. *VI. Cerberus*, deſſen bereits beym Hercules gedacht worden iſt. *VII.* Der Fuchs mit der Gans, aus welchen, andere den Fluß Tygris machen, zwiſchen dem Schwane und dem Adler. *VIII.* Die Eidexe, an der Morgenſeite des Schwans. *IX.* Das kleinere Dreyeck unter dem groſſen, und *X.* Die Fliege oder Biene, nahe dabey, über dem Widder. *XI.* Das ſobieskiſche Schild, nahe an dem Thierkreiſe, zwiſchen dem Adler und dem Schützen. *XII.* Das Einhorn, an der Morgenſeite des Orion zwiſchen den beiden Hunden. *XIII.* Der Scepter mit der Lilie, zwiſchen dem Widder und dem Kopfe der Meduſe, *XIIII.* Der Berg Menalus, auf welchem Bootes ſtehet, zwiſchen der Jungfer und der Schlange. Es werden aber dieſe Bilder wenig gebraucht.

§. 238. Die in allen erzählten Bildern enthaltene Sterne, welchen wenigſtens von einigen die erſte Gröſſe zugeſchrieben wird, ſind die folgenden, deren Stellen ſowol in dem vorhergehenden angemerket worden ſind, als auch gröſten-

 theils

T.III.F.40. theils ſelbſt durch die Nahmen angegeben werden. 1. Sirius, Canicula; 2. Die Schulter des Orions; 3. deſſen Fuß, Rigel; 4. das Ochſenauge; 5. Aldebaran; 6. Capella; 7. die Leyer; 8. Arcturus im Bootes; 9. das Herz des Scorpions; 10. die Kornähre der Jungfer; 11. das Herz der Waſſerſchlange; 12. das Herz des Löwen, Regulus; 13. der Schwanz des Löwen; 14. Fomahant, in dem Maule des ſüdlichen Fiſches; 15. Canopus, an dem Schiffe; 16. Acharnar, am Ende des Erydanus; 17. Procyon; 18. der Adler; 19. der Schwanz des Schwans. Da die Eintheilung der Sterne nach ihrer Gröſſe blos von dem ſtärkern oder ſchwächern Lichte hergenommen wird, mit welchem ſie uns erſcheinen; ſo iſt es kein Wunder, wenn einige dieſer Sterne von gewiſſen Aſtronomen hier ausgelaſſen, und zu den Sternen der zweiten Gröſſe gerechnet worden ſind. Es betrift aber dieſes vornehmlich die zuletzt geſetzten.

§. 239. Noch iſt an dem Sternhimmel die Milchſtraſſe zu bemerken, welche denſelben in Geſtalt eines weißlichten bald ſchmälern bald breitern, und hin und her, faſt in der Geſtalt eines Stroms, gekrümten Streifens umgiebt. Sie gehet durch die Caßiopea, den Perſeus, Auriga, und den nach Morgen gekehrten Theil des Orions, zwiſchen dem groſſen und kleinen Hund nach dem Schiffe, in welcher Gegend ſie am hellſten erſcheinet, und erſtrecket ſich, nachdem ſie das Schiff durchkreuzet hat, durch die Füſſe des Centaurus, und das bey demſelben liegende Kreutz, bis an das ſüdliche Dreyeck, von dannen ſie ſich wieder nach der Nordſeite wendet, indem ſie den Altar, den Schwanz des Scorpions, und den Bogen des Schützen überdecket. Hier theilet ſie ſich in zween Arme, welche durch den Schlangenmann, den Adler und den Schwan gehen, ſich bey dem Kopfe des Cepheus wieder vereinigen, und alſo bey dem Stuhl der Caßiopea an den Anfang dieſer Straſſe anſchlieſſen.

§. 240. Wir wiſſen nicht zuverſichtlich wovon dieſe Weiſſe herrühret. Gemeiniglich wird ſie einer groſſen Menge von Sternen zugeſchrieben, die wegen ihrer Kleinigkeit einzeln unſichtbar ſind; und andere in ſtarker Anzahl bey einander ſtehende dergleichen kleine Sterne ſollen die von der Milchſtraſſe gleichſam abgeriſſene kleine helle Fleckgen ausmachen, die hin und her an dem Himmel erſcheinen, und, wenn ſie ſehr klein ſind, neblichte Sterne heiſſen, ſind ſie aber

aber gröſſer, wie die bey dem Südpole, den Nahmen der Wölkchen bekommen, in deren Geſtalt ſie ſich zeigen. Es verſichern uns aber diejenigen, welche die Milchſtraſſe, oder die eben beſchriebenen Wölkchen, bey heiterer Luft und recht finſtern Nächten durch gute Fernröhre betrachtet haben, daß ſie in denſelben nicht mehrere von einander würklich abgeſonderte Sterne entdecken können, als an andern völlig dunkeln Stellen des Himmels. Dadurch wir jene Muthmaſſung zwar nicht völlig widerlegt: denn warum ſolten die Sterne, welche die Milchſtraſſe ausmachen, nicht ſo klein, und deren ſo viele ſeyn, daß auch die beſten Fernröhre zur völligen Abſonderung derſelben nicht hinlangen? aber ſie verlieret doch vieles von ihrer Glaubwürdigkeit. Und wie können wir uns einbilden, daß wir im Stande ſind, uns von allen Mannigfaltigkeiten, welche der unendliche Schöpfer in ſeiner herlichen Welt angebracht hat, deutliche Begriffe zu machen? T.III.F.40.

Verzeichniſſe der Fixſterne.

§. 241. Die Sternbilder, die Himmelskugeln, und die auf eine Tafel in Geſtalt einer Himmelscharte entworfenen Theile derſelben, ſind bequeme Mittel die gröbern Veränderungen zu entdecken, die ſich bey den Fixſternen zutragen; ſie beſtimmen aber die Stellen derſelben nicht ſo genau, daß ſie auch ſehr kleine Abweichungen von denſelben mit einer völligen Zuverläßigkeit angeben konten. Ein ſchriftliches Verzeichniß, in welchem die Stelle eines jeden Fixſterns in Abſicht auf gewiſſe unbewegliche Cirkelkreiſe, die man ſich an dem Himmel vorſtellet, durch Zahlen angegeben werden, iſt dazu viel ſchicklicher: weswegen bereits die älteſten Sternforſcher bedacht geweſen ſind, den Nachkommen dergleichen Verzeichniſſe zu hinterlaſſen, und ihnen die himliſchen Körper gleichſam zuzuzählen. Es wird durch jeden Stern ein Cirkelbogen, deſſen Mittelpunct die Erde iſt, auf die Ecliptic perpendicular gezogen, ſo daß der ganze Umkreis, von welchem dieſer Bogen ein Theil iſt, durch die beiden Pole der Ecliptic gehen muß, und ſowol der Punct der Ecliptic, durch welchen derſelbe hindurch gehet, als auch die Gröſſe des zwiſchen dieſem Puncte und dem Sterne enthaltenen Bogens, durch die gewöhnlichen Grade und deren Theile angegeben. Ein dergleichen Verzeichniß von mehr oder weniger Sternen heißt ein Catalogus derſelben.

§. 242. Es iſt hier der Ort nicht zu zeigen, wie dieſe Zahlen der Grade und deren Theile gefunden werden, warum die beſchriebene Einrichtung des Catalogus

T. III. F. 40. logus vorzüglich beliebt worden iſt, und was dieſelbe bequemes oder unbequemes an ſich hat. Der ſehr mangelhafte Begriff von der Ecliptic, welchen uns die bisherigen Anmerkungen beybringen konten, wird erſt durch die Betrachtung des Laufs der Sonne aufgekläret, und alsdann wird ſich ein Theil dieſer und anderer Fragen von ſelbſt auflöſen, die Auflöſung der übrigen aber faßlich werden. Inſonderheit werden wir einſehen, in welchem Verſtande kein Verzeichniß dieſer Art für alle Zeiten gelten könne, ſondern ein jeder auch übrigens noch ſo richtiger alter Catalogus einiger Veränderung bedarf, wenn er uns die Lage eines Sterns in Abſicht auf die Ecliptic ſo vorſtellen ſol, wie wir ſie gegenwärtig finden. Es können aber auch bey der Unvolkommenheit der Inſtrumente der vorigen Zeiten, und der Art zu obſerviren, welche dadurch veranlaſſet wurde, die ſehr alten Beobachtungen keinesweges als volkommen richtig angeſehen werden. Der Fixſterne, inſonderheit dererjenigen, welche durch gute Fernröhre geſehen werden, ſind ſo viele, daß die Menſchen ſie ſchwerlich jemals alle werden ausforſchen können: und ob ſchon überhaupt geſagt wird, daß die Ordnung derſelben immer dieſelbe bleibe, ſo ſind doch bey verſchiedenen einige Veränderungen vorgegangen, ſowol in Anſehung des Orts, als auch in dem Glanze, mit welchem ſie erſcheinen: welches keinen Zweifel läßt, daß auch gegenwärtig ſich dergleichen Veränderungen zutragen, und künftig zutragen werden. Alles dieſes machte die Erneuerung eines Verzeichniſſes der Fixſterne von Zeit zu Zeit nothwendig, und wird ſie auch im Zukünftigen nothwendig machen.

§. 243. Der älteſte Catalogus, welchen wir haben, iſt uns vom Ptolomäus hinterlaſſen worden, wiewol er bis auf etwas weniges, nicht aus den eigenen Beobachtungen dieſes Mannes, ſondern aus den viel ältern des Hipparchus, verfertiget ſeyn ſol. Er enthält in den beſchriebenen Sternbildern 1022 Sterne, deren 15 von ihm zu der erſten Gröſſe gerechnet werden, 45 zu der zweiten; 208 zu der dritten; 474 zu der vierten, 217 zu der fünften, und 49 zu der ſechſten, zu welchen noch 14 neblichte und dunkle kommen, welche die Zahl vollmachen. Dieſes Verzeichniß iſt bis zu den Zeiten gebraucht worden, in welchen die Wiſſenſchaften ſich wieder bey uns aufklärten. Die Araber, welche ſich unter andern auch mit der Aſtronomie beſchäftigten, als in Europa nichts als Aberglauben und Finſterniß herrſchte, haben demſelben wenig zuverläßiges beygefüget.

§. 244.

§. 244. Tycho von Brahe war der erſte unter den Neuern, welche T.III F.40.
ſich bemühet haben dieſes alte Verzeichniß zu verbeſſern, zu welchem Ende er die Fixſterne mit allem möglichen Fleiſſe beobachtete, und ſich dazu der beſten Werkzeuge bediente, die er zu der Zeit ausdenken konte. Denn er lebte in dem sechszehnten Jahrhunderte, vor Erfindung der Pendeluhren und der Fernröhre. Sein Verzeichniß der von ihm dergeſtalt berichtigten Fixſterne enthält deren 777, welche Kepler auf 1000 vermehret, und dieſen Catalogus ſeinen Rudolphiſchen Tafeln einverleibet hat.

§. 245. Gegen das Ende des ſiebenzehnten Jahrhunderts gab der berühmte Hevelius, oder wie ſein eigentlicher Geſchlechtsnahme lautet, Hevelke, ein Verzeichniß von 1888 Fixſternen heraus, deren 603 er ſelbſt beobachtet hatte. Die übrigen ſind aus andern, und die ſüdlichen insbeſondere aus den auf der Inſel Helena angeſtelten Beobachtungen des Halley genommen.

§. 246. Endlich iſt bald nach dem Anfange des gegenwärtigen Jahrhunderts Flamſteeds Brittiſcher Catalogus ans Licht getreten, welcher nicht weniger als 3000 Fixſterne enthält, deren Stellen dieſer Aſtronom ſelbſt vermittelſt der beſten, mit allem möglichen Fleiſſe gebrauchten Werkzeugen entdecket hat, welche Arbeit noch immer als die volkommenſte in ihrer Art angeſehen wird.

§. 247. Denn es wird die Beobachtung der Fixſterne noch immer fortgeſetzt, und es hat der unermüdete *la Caille* allein, auſſer 397 der ſcheinbareſten in allen Gegenden des Himmels, deren Stellen er mit einem auſſerordentlichen Fleiſſe aufs genauſte berichtiget hat, deren gegen 10000 um den Südpol beobachtet, und noch 600 in dem Thierkreiſe: was andere gethan haben zu geſchweigen. Bey dem allen läßt uns die groſſe Zahl aller, auch durch die Fernröhre, ſichtbaren Fixſterne, welche allem Anſehen nach tief in die Millionen lauft, ſchwerlich jemals einen volſtändigen Catalogus derſelben erwarten: zumalen da die oben (242) angeführten Urſachen von Zeit zu Zeit eine völlige Erneuerung der bereits geſchehenen Arbeit erfodern.

Veränderungen, die ſich bey den Fixſternen ereignen.

§. 248. Denn es ſind würklich die Veränderungen, die ſich bey den Fixſternen zutragen, an ſich viel und mannigfaltig. Auſſerdem, daß bey einigen derſelben eine beſondere Bewegung angemerket worden iſt, mit welcher ſie, wiewol ſehr langſam, ſich andern nähern oder von denſelben entfernen: ſo ſind auch

einige

T.III.F.40. einige, welche vor Alters geſehen worden ſind, verſchwunden, und zuweilen erſcheinen andere, die vorher nicht da waren, deren einige bleiben, andere aber ebenfalls wieder verſchwinden. Unter den letztern iſt der merkwürdigſte, ſo im November des Jahrs 1572 ſich an dem Stuhle der Caßiopea mit einem alle übrigen Fixſterne, und ſelbſt die meiſten Planeten übertreffenden Glanze gezeiget hat, welcher aber mit der Zeit immer abnahm, ſo daß er nach 18 Monathen ſeit ſeiner erſten Erſcheinung, gar nicht mehr zu ſehen war. In dem Schlangenmanne erſchien im October des Jahrs 1604 ein ebenfals ſehr heller Stern, welcher aber nicht länger als ein Jahr ſichtbar blieb. Andere verändern ihren Glanz, und werden aus Sternen der dritten oder vierten Gröſſe, Sterne der fünften oder ſechſten, und umgekehrt: und es ſollen derer, bey welchen eine dergleichen Veränderung gemerkt worden iſt, gegen hundert ſeyn. Ja es giebt einige wenige, welche in einer beſtimten Zeit beſtändig abzunehmen ſcheinen, und in einer andern wieder wachſen. Unter dieſen ſtehet ein Stern in dem Wallfiſche, welcher bey ſeinem helſten Lichte, bis zur dritten Gröſſe und darüber ſteiget, alsdann aber nach und nach abnimt, bis er endlich eine Zeitlang gar verſchwindet, ſo daß zwiſchen jeden zween Zeitpuncten, in welchen er das meiſte Licht hat, beynahe 334 Tage verflieſſen: wiewol es das Anſehen hat, daß ſich hiebey verſchiedene Abweichungen ereignen. In dem Schwane ſind drey dergleichen veränderliche Sterne, unter welchen der beträchtlichſte in 405 Tagen abnimt, verſchwindet und wieder zunimt, ſo daß er am Anfange und am Ende dieſer Zeit beynahe mit eben dem Glanze erſcheinet: wiewol auch dieſes nicht ohne Abweichungen. Auch erſcheinen einige Fixſterne, welche den bloſſen Augen als einfach vorkommen, durch ein gutes Fernrohr gedoppelt oder dreyfach, und dieſes entweder beſtändig, oder nur zu gewiſſen Zeiten.

Der

Aſtronomiſchen Vorleſungen

vierter Abſchnitt.

Von der Geſtalt und Gröſſe der Erde, der Refraction und Parallaxe.

Grundſätze.

§. 249.

Wir können uns nunmehro an die eigentliche Geſtalt und Gröſſe der Erde machen; müſſen aber zu dem Ende einige geometriſche Betrachtungen vorausſetzen, die ſich fürnehmlich auf die bekanten Eigenſchaften des Ausſchnittes eines Cirkels gründen. Es kan nehmlich eine jede zu unſerm gegenwärtigen Vorhaben dienſame krumlinichte Figur, aus dergleichen Ausſchnitten mit einer hinlänglichen Richtigkeit zuſammengeſetzt werden. Nur müſſen die Winkel dieſer Ausſchnitte klein ſeyn, und deſto kleiner, je mehr die Figur, die herausgebracht werden ſol, von einem Cirkel abweicht. Die Ausſchnitte werden ſo an einander geſetzt, wie ſie in der 41ſten Zeichnung erſcheinen, da *C* der Mittelpunct des Ausſchnittes *ACB* iſt, *E* der Mittelpunct des folgenden *BED*, *G* der Mittelpunct des dritten *DGF*, und *K* der Mittelpunct des vierten *FKH*, u. ſ. f. Dadurch entſtehet allerdings die aus den Bogen dieſer Ausſchnitte *AB*, *BD*, *DF*, *FH etc.* zuſammengeſetzte ungerade Linie *AP*, und man ſiehet leicht, daß wenn nur die Halbmeſſer der Ausſchnitte gehörig genommen werden, man dieſer *AP* eine jede Geſtalt geben könne, bey welcher ihre Hohlung durchaus nach eben der Seite gewendet iſt: ſo daß dieſe *AP* von einer jeden bereits beſchriebenen Linie dieſer Art, welche nehmlich durchaus nach eben der Seite hohl iſt, deſto weniger abweichen wird, je kleiner die Winkel *ACB*, *BED*, *DGF*, *FKH* und die folgenden, genommen werden. *T.III.F.41.*

T.III.F.41. §. 250. Man kan ſich alſo von einer jeden krummen Linie einen Begriff machen, der von der Wahrheit ſehr wenig abgehet, wenn man ſich nur die Ausſchnitte *ACB*, *BED*, *DGF*, *FKH*, *etc.* bekant macht, durch deren Zuſammenſetzung die von derſelben ſo wenig abweichende *AP* herausgebracht wird: das iſt, die Winkel dieſer Ausſchnitte, und ihre Halbmeſſer. Es wird aber der zweite Halbmeſſer *BE* bekant, wenn der erſte *AC* zuſamt der *CE* gegeben wird, weil $BE = BC + CE$, und $BC = AC$. Eben ſo iſt auch $DG = DE + EG = BE + EG$, und $FK = FG + GK = DG + GK$ u. ſ. f. Dadurch wird endlich alles auf den erſten Halbmeſſer *AC*, und auf den übrigen Theil der gebrochenen Linie *ACEGKR* zurück gebracht. Iſt dieſe *ACEGKR* gegeben, das iſt: ſind ihre Seiten und Winkel bekant, ſo, daß man ſie in einer Ebene beſchreiben kan, ſo werden durch die Verlängerung dieſer Seiten, oder einzelnen Theile derſelben, *EC*, *GE*, *KG*, *&c.* die Winkel der Ausſchnitte erhalten; und man darf hernach nur um *C* mit der Oeffnung *CA*, und um *E* mit der Oeffnung *EB*, die Bogen *AB*, *BD* beſchreiben, und ſo bis ans Ende fortfahren. Die Halbmeſſer bieten ſich von ſelbſt dar, und es wird $BE = AC + CE$, und $DG = AC + CE + EG$, und $FK = AC + CE + EG + GK = HK$, wie dieſes vermöge des eben gezeigten ſeyn muß. In ſo ferne kan man die krumme Linie *AP* als völlig bekant anſehen, ſobald *AC* gegeben, und *CEGKR* in einer ebenen Fläche beſchrieben iſt.

§. 251. Wenn *AHP* ein Cirkelbogen iſt, ſo fält der ganze Theil der gebrochenen Linie *CEGKR* in das Punct *C* zuſammen, und die Halbmeſſer *AC*, *BE*, *DG*, *FK*, *PR* werden einander ſämtlich gleich. Alsdenn verhält ſich auch ein jeder Bogen *AB* zu einem andern *DF*, wie der Winkel *ACB* zu welchem jener gehöret, zu dem Winkel dieſes andern *DGF*. Für alle übrige krumme Linien fallen die Puncte *C*, *E*, *G*, *K*, *R* mehr oder weniger aus einander, und die Halbmeſſer der Ausſchnitte bekommen verſchiedene Gröſſen. Es können alſo auch ihre Bogen nicht mehr gleich ſeyn, obſchon die Winkel gleich ſind, noch ſich wie die Winkel gegen einander verhalten, wenn dieſe verſchiedene Gröſſen haben.

§. 252. Was aber die Winkel *DeA*, *FgA*, *HkA* anlangt, welchen jeder Halbmeſſer mit dem erſten *AC* einſchlieſſet, wenn dieſer gehörig verlängert wird, ſo iſt, wenn man auf die Dreyecke *CEe*, *eGg*, *gKk* und die Verlänge-

rungen

tungen der Seiten derſelben acht hat, gar leicht zu ſchlieſſen, daß der Winkel *DeA* den beiden *DEB* + *BCA* gleich ſey, der Winkel *FgA* aber den zween *FGD* + *DeA*, und folgends den dreyen *FGD* + *DEB* + *BCA*, und *HkA* den zween *HKF* + *FgA*, das iſt den vieren *HKF* + *FGD* + *DEB* + *BCA*, u. ſ. f. Hieraus aber folget ferner, daß ſo viele Halbmeſſer man auch annehmen mag, immer der Winkel, welchen der lezte unter denſelben mit dem nach Nothdurft verlängerten erſten macht, der Summe aller derjenigen gleich ſeyn werde, welchen jeder nachfolgende Halbmeſſer mit dem unmittelbar vorhergehenden einſchlieſſet. T.III.F.41.

Anwendung dieſer Sätze.

§. 253. Werden nun ſo lang Ausſchnitte von gehöriger Gröſſe an einander geſezet, bis der Winkel *PQA*, welchen der Halbmeſſer des lezten *PR* mit dem verlängerten Halbmeſſer des erſten *AQ* einſchlieſſet, gerade wird: ſo kan *AP* den Theil eines Mittagskreiſes, von dem Punct des Gleichers *A* bis an den Pol der Erde *P*, vorſtellen, was dieſer Mittagskreis auch für eine Krümmung haben mag. Alsdenn aber muß *Q* als der Mittelpunct der Erde angeſehen, und alſo genant werden, weil er da lieget, wo die Axe derſelben von der Fläche des Gleichers durchſchnitten wird. Die Breite des Puncts der Erde *B* aber iſt der Winkel *BCA*, welchen die Linien *BC*, und *AC* mit einander einſchlieſſen, deren leztere in der Fläche des Gleichers liegt, indem beide auf dem Mittagskreiſe perpendicular ſtehen. Eben ſo wird die Breite des Orts *D* durch den Winkel *DeA* angegeben, die Breite des Orts *F* durch den Winkel *FgA* und ſo weiter: welche Winkel, ſo lang ſie ſpitzig ausfallen, immer gröſſer ſind als diejenigen, welche die von eben den Puncten *B*, *D*, *F* nach dem Mittelpuncte *Q* gezogene Linien mit der *AQ* einſchlieſſen würden.

§. 254. Sol alſo die Geſtalt des ganzen Theils des Mittagskreiſes *AP*, von dem Gleicher *A* bis an dem Pol *P* nach dieſen Gründen beſtimmet werden, ſo iſt nichts nöthig, als daß man zu der bekanten *AC* die gebrochene Linie *CEGKR* in den rechten Winkel *AQR* zu verzeichnen wiſſe (250). Iſt dieſes geſchehen, und dadurch *CQ* gefunden worden, ſo iſt *AQ* = *AC* + *CQ* der Durchmeſſer des Gleichers der Erde, und die zugleich gefundene *QR* giebt, von *PR* abgezogen, den zwiſchen dem Pol und dem Mittelpuncte enthaltenen Theil der

T.III.F.41. Axe *PQ*. Es iſt aber $PR = AC + CE + EG$ u. ſ. f. bis an *R*. Man kan auch aus einer ſolchen Zeichnung die Entfernungen der Puncte *E*, *G*, *K* von den geraden Linien *AQ* und *PR* genau genug vermittelſt des Maaßſtabes nehmen, nach welchen ſie verfertiget worden iſt: und was dergleichen Ausmeſſungen mehr ſind, die etwa vorkommen dürften.

Den Winkel zwoer in eben der Mittagsfläche liegenden Verticallinien zu finden.

§. 255. Dieſes alles nun auf einen Mittagskreis der Erde würklich anzuwenden, und dadurch die eigentliche Geſtalt deſſelben herauszubringen iſt vor T.II.F.37. allen Dingen nöthig, daß man einen jeden Winkel *BCD* (*T. II. Fig.* 37.) zu finden wiſſe, welchen zwo auf dieſem Mittagskreiſe ſenkrecht gezogene Linien *bB*, *dD* mit einander einſchlieſſen, es mag nun die Erde kugelrund, und das Punct *C*, bey welchem dieſe Linien zuſammen laufen, ihr Mittelpunct ſeyn, oder nicht. Es wird aber dieſer Winkel auch alsdenn, wenn die Erde nicht völlig kugelrund iſt, durch die Polhöhen der beiden Oerter *B* und *D* gegeben. Denn es iſt klar, daß bey einer jeden Geſtalt des Mittagskreiſes bey *B* die Abweichung des Pols vom Zenit dem Winkel *bBP*, und folgends auch dem *bEP*, gleich ſey; bey *D* aber dem Winkel *dDP* oder *EDC*. Nun iſt immer $bEP = EDC + ECD$, weil alle *PQ* einander parallel laufen, und alſo *ECD* oder $BCD = bEP - EDC = bBP - dDP$.

§. 256. Die Alten haben ſich dieſer Unterſchiede der Polhöhen bedienet, und, indem ſie zugleich die Länge des zwiſchen den beiden angenommenen Orten *B* und *D* enthaltenen Mittagbogens *BD* bald nur geſchätzet, bald mit mehrern oder wenigern Fleiſſe gemeſſen, die Länge eines Durchmeſſers der Erde, welche ſie kugelrund annahmen, heraus zu bringen geſucht. Gemeiniglich wird, dieſen Meſſungen zufolge, die Länge eines Grads des Gleichers oder eines Mittagskreiſes, auf 15 teutſche Meilen geſetzt, woraus folgt, daß der halbe Durchmeſſer derſelben beynahe 860, und der ganze Durchmeſſer beynahe 1720 dergleichen Meilen haben werde. Es wird aber dadurch die Gröſſe der Erde nur ohngefehr beſtimmt, ſo lang die eigentliche Länge einer ſolchen Meile nicht genau angegeben wird, wozu viel ſorgfältigere Meſſungen erfordert werden, bey welchen der Bogen *BD* nicht viel gröſſer, als ein Grad, oder 15 bis 20 gemeine teutſche Meilen, angenommen werden kan.

§. 257. Es iſt ſchwer die Polhöhen zweener Oerter *B* und *D* ſo genau zu meſſen, als zur Beſtimmung eines ſo kleinen Winkels *BCD* nöthig iſt: da ein gar geringer bey dieſen Höhen begangener Fehler denſelben um ſo viel vermehren oder vermindern kan, daß die Verhältniß des Bogens *BD* zu dem Halbmeſſer *BC*, welche der fehlerhafte Winkel angiebt, weit genug von der Wahrheit abweichet. Viel bequemer und zugleich viel richtiger iſt der nachfolgende Weg zu dieſem Winkel zu gelangen; inſonderheit wenn zween Beobachter einander behülflich ſind, deren einer ſich in *B*, der andere aber in *D* in eben dem Mittagskreiſe aufhält, welche Oerter ohngefehr zwanzig teutſche Meilen, von einander entfernt ſeyn können. Dieſe Beobachter vergleichen ſich um einen Fixſtern, welcher, in einer geringen Entfernung von dem Zenit eines jeden, durch die ihnen gemeinſchaftliche Mittagsfläche gehet, und indem dieſes geſchiehet, miſſet jeder an ſeinem Orte den Abſtand dieſes Sterns von ſeinem Zenit, ſo genau als es ihm möglich iſt. Wenn nun (*T. III. Fig.* 42. 43.) *bB* die Verticallinie des einen dieſer Oerter, und *dD* die Verticallinie des andern vorſtellet, welche verlängert einander bey *C* antreffen, und es werden von *B*, *C* und *D*, die Linien *BS*, *CS*, *DS* nach dem Fixſterne gezogen, ſo ſind dieſe drey Linien einander parallel (142), und *bBS* iſt die Entfernung des Sterns von dem Zenit des Orts *B*, *dDS* aber die bey *D*. Nun aber iſt $BCS = bBS$ und $DCS = dDS$. Es werden alſo dieſe Winkel bey *C* durch die Beobachtungen entdeckt, und man kan, indem man ſie zuſammen ſetzt, oder den kleinern von dem gröſſern abziehet, den geſuchten Winkel *DCB* herausbringen. *T. II. F.* 37 *T. III. F.* 42. 43.

§. 258. Die Strahlenbrechung hat in dieſe Arbeit keinen oder einen gar geringen Einfluß; und deſto richtiger können die Fehler derſelben gebeſſert werden, wenn ja eine Verbeſſerung nöthig iſt. Alsdenn aber iſt auch die Länge des in der Oberfläche der Erde liegenden Bogens *BD* durch die Mittel, welche die mit der Ausübung beſchäftigte Geometrie darbiethet, aufs genauſte zu meſſen. Eigentlich ſolte dieſer Bogen *BD* in die Oberfläche der See fallen, oder von derſelben wenig entfernet ſeyn. Will alſo dieſes die Beſchaffenheit des Bodens nicht zulaſſen, ſo iſt noch auszumachen, um wieviel der würklich gemeſſene über die Oberfläche der See erhöhte Bogen *BD* gröſſer ſey, als der in der Oberfläche derſelben, zwiſchen den Verticallinien *bC*, *dC* um *C* beſchriebene, ſeyn würde: welches geſchehen kan, wenn bekant iſt, um wieviel jener Bogen über die Ober-

 fläche

T.III.F.42. 43. fläche der See erhaben ſey, und dieſer Ueberſchuß iſt von dem gefundenen Maaſſe des Bogens *BD* abzuziehen. Es wäre zu weitläuftig, alle dieſe Kleinigkeiten umſtändlich aus einander zu ſetzen; und iſt deſto weniger nöthig, da es eben ſo gar ſchwer nicht iſt, dergleichen Rechnungen zu überſehen, bey welchen die Fehler, die ſich unſern Sinnen beſtändig entziehen, in keine Betrachtung kommen.

Längen der Grade eines Mittagkreiſes.

§. 259. Nun iſt es leicht aus dem Winkel *BCD* und dem dazugehörigen Bogen *BD* zu finden, wie lang der Bogen genommen werden müſſe, wenn der Winkel *BCD* bis zu einen Grad vermehret oder vermindert werden ſol, wenn man ſich nur erinnert, daß der Winkel mit ſeinem Bogen zugleich um gleiche Theile anwachſe. Es verhält ſich nehmlich das gefundene Maaß des Winkels *BCD*, zu einem Grade, oder 3600 Secunden: wie ſich die durch bekante Ruthen, Ellen, Schuhe oder etwas dergleichen, ausgedruckte Länge des Bogens *DB*, zu der Länge eines Grades dieſes um den Mittelpunct *C* mit dem Radius *CB* beſchriebenen Bogens verhält. Dieſes heißt **einen Grad des Mittagskreiſes meſſen**, welche Arbeit von verſchiedenen unternommen, und mit verſchiedenem Erfolge ausgeführet worden iſt. Wir wollen uns vornehmlich an die Meſſungen der Franzoſen halten, welche ſich dabey ihrer Toiſe von ſechs pariſer Schuhen bedienet und gefunden haben, daß unter dem Aequator in der Breite 0, ein Grad des Mittagkreiſes 56750 Toiſen halte; in einer Breite von 45 Graden aber 57028, in der Breite von $49\frac{1}{3}$ Graden, 57072, in der Breite $66\frac{1}{3}$ Graden, 57422, und denſelben nur noch eine andere in der Breite von drey und vierzig Graden ausgeführte Meſſung beyfügen, welche den Grad auf 56979 Toiſen ſetzet. Dieſe Maaſſe zeigen augenſcheinlich, daß die Mittagskreiſe keine Cirkel ſeyn, weil ſonſt in einer jeden Breite die Grade einander gleich ſeyn müßten: ſondern daß ſie, ſo wie eine Ellipſe, bey ihrer gröſſern Axe mehr gekrümmet und einwärts gebogen iſt, als bey der kleinern; bey dem Gleicher der Erde mehr, und bey den Polen derſelben weniger gekrümmet ſeyn: woraus folgt, daß der Durchmeſſer des Gleichers länger ſey, als die Axe der Erde.

§. 260. Weil aber auch die Winkel der Ausſchnitte, zu welchen die dergeſtalt gemeſſenen Bogen gehören, einander gleich und alſo die Ausſchnitte ähnlich ſind, ſo verhalten ſich die Halbmeſſer derſelben wie die Bogen, und können durch

eben

eben die Zahlen ausgedrückt werden, welche die Bogen angeben, obwol die T.III.F.42.
Einheiten dieſer Zahlen nothwendig viel gröſſer werden, als die bey der Ausmeſ- 43.
ſung der Bogen gebrauchte Toiſe. Hieraus folgt, daß wenn der Halbmeſſer bey dem Gleicher, mit welchem nehmlich daſelbſt ein Theil des Mittagkreiſes beſchrieben werden muß, in 56750 gleiche Theile getheilet, und dieſe Zahl der Kürze halben *a* genennet wird, der anſtatt deſſelben in der Breite 43° zu gebrauchende Halbmeſſer ſeyn werde $a + 229$; in der Breite 45°, $a + 278$; in der Breite $49°\frac{1}{3}$ $a + 322$; und endlich in der Breite $66°\frac{1}{3}$, $a + 672$.

§. 261. Es müſſen aber auch, wenn die gebrochene Linie *CR* (*T. III. Fig.* 41.) würklich beſchrieben werden ſol, die Halbmeſſer zu den übrigen Breiten von zehn zu zehn Graden, oder etwas dergleichen, bekant ſeyn. Dieſe mit aller der Richtigkeit zu erhalten, die ſo wenige Meſſungen geben können, kan nachfolgendes Mittel gebraucht werden, welches weder viele Geometrie, noch eine ſchwere Rechnung erfordert. Es wird eine gerade Linie von hinlänglicher Gröſſe *AB* (*T. III. Fig.* 44.) in neun gleiche Theile getheilt, deren jeder zehn Grade vorſtellen ſol, und nach Befinden in einzelne Grade und deren Theile zerfällt werden kan. Um nun einen der durch die Meſſung gefundenen Halbmeſſer, als zum Beyſpiel, den zu der Breite 45° gehörigen, $a + 278$ richtig aufzutragen, wird durch *F*, alwo ſich der 45ſte Grad endiget, *FD* der *AB* perpendicular gemacht, und es werden aus einem ſchicklichen Maaßſtabe *ST* auf dieſe Linie von *F* nach *D*, 278 Theile geſetzt. Auf eben die Art werden auch die Puncte *L*, *M*, *N* aus den Beobachtungen beſtimt, zu welchen *A* mit gehöret, weil bey dem Gleicher der Ueberſchuß des Halbmeſſers über *a* Nichts iſt. Durch alle dieſe Puncte *A*, *L*, *D*, *M*, *N* oder doch durch die meiſten derſelben, wird bis an die *HB*, welche der *AB* durch den neunzigſten Grad perpendicular iſt, die krumme Linie *AH* gezeichnet, und nach der gröſten Wahrſcheinlichkeit immer mehr ausgearbeitet, welche die Gröſſe des Grades für jedes Punct der Breite, und zugleich die Verhältniß des in dieſer Breite zu gebrauchenden Halbmeſſers zu einem jeden andern, mit einer Richtigkeit angeben wird, die uns in Ermangelung einer gröſſern befriedigen muß.

T.III.F.41. T.III.F.44.

§. 262. Wenn nehmlich, zum Beyſpiel, durch den vierzigſten der auf *AB* vorgeſtelten Grade eine Linie der *AB* perpendicular gezogen, und der Theil derſelben zwiſchen *AB* und *AH* gemeſſen wird; ſo wird die Zahl der Theile des

gebrauch-

T.III.F.44. gebrauchten Maaßſtabs 205 anzeigen, daß in der Breite 40° die Länge des Grades über $a = 56750$ noch 205, und alſo in allen 56955 Toiſen betrage, und daß daſelbſt die Länge des Halbmeſſers zu dem bey dem Gleicher, ſich wie $a +$ 205 zu a verhalte. Die übrigen dergeſtalt gezogenen Linien, geben, wenn ſie ſämtlich nach dem angenommenen Maaßſtabe ST gemeſſen werden, die Verhältniſſe der Halbmeſſer und Gröſſen der Grade, welche hier, neben jedem zehnten Grade der Breite, angezeiget ſtehen; und es iſt am Ende der Ueberſchuß jeder dieſer Zahlen über die zunächſt vorhergehende angefüget worden, deſſen wir uns ſogleich werden bedienen müſſen. Viel genauer aber werden dieſe Zahlen herausgebracht, wenn man ſich eines gröſſern Maaßſtabs bedienet, und überhaupt die Zeichnung ſo groß machet, als es das Papier leiden will.

0°	. . .	$a + 0$	$= 56750$	. . .	0
10°	. . .	$a + 10$	$= 56760$	. . .	10
20°	. . .	$a + 45$	$= 56795$	. . .	35
30°	. . .	$a + 112$	$= 56862$	. . .	67
40°	. . .	$a + 205$	$= 56955$	. . .	93
50°	. . .	$a + 348$	$= 57098$	. . .	143
60°	. . .	$a + 530$	$= 57280$	. . .	182
70°	. . .	$a + 780$	$= 57530$	. . .	250
80°	. . .	$a + 1070$	$= 57820$	. . .	290
90°	. . .	$a + 1470$	$= 58220$	. . .	400.

Verhältniß des Durchmeſſers des Gleichers zu der Erdaxe.

§. 263. Nach dieſen Maaſſen, und insbeſondere nach den zuletzt geſetzten Differenzen, iſt die gebrochene Linie $CEGKR$ beſchrieben worden. Jeder der Winkel QCb, bEd, dGf, fKh, u. ſ. w. hält zehn Grade: die Seite CE aber iſt gleich 10 Theilen des gebrauchten Maaßſtabs ST, die folgende EG hält deren 35, die daran ſtehende GK hält 67, und ſo bis an R, von welchem Puncte RQ auf die AQ perpendicular fällt. Und nun haben wir alles, ſo zur Beſchrei-

ſchreibung einer aus Cirkelbogen zuſammengeſetzten Linie erfordert wird, welche *T. III. F. 44.*
dem von der Mittellinie der Erde bis an den Nordpol derſelben reichenden Theil eines Mittagskreiſes ohne ſonderliche Abweichung ähnlich iſt, und alſo dieſen Theil genau genug vorſtellet; und es könte dieſe Linie würklich zu der Zeichnung *CQR* beſchrieben werden, wenn nicht die *A* alzugroß wäre, indem ſie 56750 Theile des Maaßſtabes *ST* enthalten müſte. In der That wird die gebrochene Linie *CEGKR* genauer, wenn man dem erſten Winkel *QCb* nicht zehn, ſondern nur fünf Grade giebt, jedem der folgenden aber, wie vorher, die Gröſſe von zehn Graden läßt, bis zu dem letzten, für welchen ebenfals nur 5 Grade übrig bleiben, mit welchen die gebrochene Linie an die *QR* anlauft. Die zu der alſo verfertigten *CEGKR* beſchriebene ungerade Linie, in welcher der erſte Bogen nur fünf Grade, jeder der folgenden 10, und der letzte wieder nur 5 Grade halten würde, und bey welcher auch die letzte Differenz 400 gebraucht werden müßte, würde in der That richtiger ſeyn. Es beſtehet aber dieſe gröſſere Richtigkeit blos in der Vorſtellung, und würde, wenn die Länge der *A* eine würkliche Ausführung zulieſſe, in dieſelbe keinen merklichen Einfluß haben. Und warum ſolten wir es hier ſo gar genau nehmen, da die übrigen Gründe unſerer Arbeit ohnfehlbar einer ſtarken Verbeſſerung bedürfen? Wir können uns ohne Bedenken an die Zeichnung *CQR* halten, und uns den angezeigten Theil des Mittagskreiſes, nach Maaßgebung derſelben, durchgängig aus Bogen von zehn Graden zuſammen geſetzt vorſtellen: da denn *Q* den Mittelpunct der Erde, und die von dieſem Puncte bis an den Mittagskreis verlängerte *QC*, den halben Durchmeſſer des Gleichers derſelben vorſtellen, die nach der Seite *Q*, ebenfals bis an den Mittagskreis verlängerte *RQ* aber dieſen Kreis in dem mitternächtigen Pole der Erde erreichen wird.

§. 264. Nun giebt die Meſſung $CQ = 487$ und $QR = 895$, die Entfernung des mitternächtigen Pols von dem Puncte *R* aber, iſt $= a + CEGKR = a + 1070$. Alſo iſt der halbe Durchmeſſer des Gleichers $a + CQ = 56750 + 487 = 57237$; der Theil der Axe zwiſchen dem Pole und *Q* aber wird $a + 1070 - QR = a + 175 = 56925$. Es verhält ſich alſo der halbe Durchmeſſer des Gleichers zu dem angezeigten Theile der Axe, wie 57237 zu 56925; und wenn angenommen wird, daß der andere Theil derſelben dieſem gleich ſey, ſo hat auch der ganze Durchmeſſer des Gleichers zu der Axe

T.III.F.44. der Erde eben die Verhältniß. Die kleinere dieſer Zahlen von der gröſſern abgezogen läſſet 312, welche in 57237 etwas über 183mal enthalten iſt: woraus folget, daß der Ueberſchuß des halben Durchmeſſers des Gleichers der Erde über die Hälfte ihrer Axe etwas weniger als den 183ſten Theil jenes Halbmeſſers betrage. Verſchiedene einſichtsvolle Männer erhöhen dieſen Unterſchied bis auf den 178ſten Theil, da ihn im Gegentheil andere faſt doppelt ſo klein machen, indem ſie ihn bis zu den 335ſten, oder etwas dergleichen, vermindern: und es kan wol ſeyn, daß die leztern mehr Recht haben, als die erſtern, welche bey ihren Schlüſſen der neuſten in Ungarn, Oeſterreich und Italien angeſtelten Meſſungen entbehren muſten. Indeſſen ſind auf den 178ſten Theil, um welchen der Halbmeſſer des Gleichers die halbe Axe der Erde übertreffen ſol, die meiſten Rechnungen gegründet; welches uns einigermaaſſen nöthiget, denſelben hier beyzubehalten, und alſo die halbe Axe der Erde, oder die Entfernung des Nordpols von ihrem Mittelpuncte, auf 56917 ſolcher Theile zu ſetzen, deren in dem Halbmeſſer des Gleichers 57237 enthalten ſind.

Gröſſe der Erde.

§. 265. Die dergeſtalt gefundenen Zahlen drücken den Durchmeſſer des Gleichers, die Axe der Erde, und andere ſolche Linien aus einer Einheit aus, um deren Gröſſe wir uns nicht zu bekümmern hatten, ſo lang wir blos auf die Verhältniſſe einiger dieſer Linien gegen andere ſahen. Wird dieſe Einheit, die wir gröſſerer Deutlichkeit wegen u nennen wollen, durch ein bekantes Maaß angegeben, ſo können alsdenn alle dieſe Linien durch eben das Maaß ausgedrückt werden. Nun iſt aber (260) die Gröſſe der Einheit u durch nichts anders beſtimmt worden, als daß ſie in dem Radius eines Cirkels ſo oft enthalten ſeyn ſolle, als oft eine Toiſe in einem Grade des Umkreiſes deſſelben enthalten iſt. Es verhält ſich alſo dieſe Einheit u zu der Toiſe, wie der Radius eines Cirkels zu einem Grade deſſelben. Dieſe Verhältniß iſt wie 206264,8 zu 3600 (80). Denn die leztere dieſer Zahlen zeigt die Menge der in einem Grade enthaltenen Secunden an, und die erſtere iſt die Zahl der Theile von eben der Gröſſe in dem Radius. Es kan alſo die Gröſſe der u gefunden werden, wenn gemacht wird $3600 : 206264{,}8 = 1 : u$. Dieſe Rechnung giebt $u = 57{,}29578$, und dieſes iſt die Zahl der in der Einheit u enthaltenen Toiſen.

§. 266. Wird nun die gefundene Zahl 57237, welche den halben Durchmeſſer des Gleichers der Erde vermittelſt der Einheit *u* ausdrücket, durch die eben herausgebrachte Zahl 57,29578 vervielfältiget, ſo komt 3279438, welche Zahl die Gröſſe dieſes halben Durchmeſſers in Toiſen angiebt. Auf eben die Art wird durch die Vervielfältigung der Zahl 56917, welche die halbe Axe durch *u* ausdrücket, die Zahl der in derſelben enthaltenen Toiſen 3261104 gefunden. Die Summe dieſer zwo Zahlen iſt 6540542, deren Hälfte 3270271 für den mittlern Halbmeſſer der Erde angenommen werden kan. Eben die Gröſſe wird auch dem halben Durchmeſſer der Erde zugeſchrieben, wenn dieſe als *eine* völlig runde Kugel betrachtet wird. T.III.F.44.

§. 267. Ein Grad des mit dieſem mittlern Halbmeſſer beſchriebenen Cirkelkreiſes beträgt 57077 Toiſen, wie aus der oben gebrauchten Verhältniß des Grades zu ſeinem Radius, oder auch aus dieſer 0,0174533 : 1 (78) berechnet werden kan. Und ſo groß iſt auch ein Grad des Mittagskreiſes in der Breite von ohngefähr $49\frac{1}{4}$ Graden. Wenigſtens folgt dieſes aus der zur Beſtimmung dieſer Grade gebrauchten krummen Linie. Wird nun dieſer mittlere Grad in funfzehn gleiche Theile getheilt, ſo komt die Länge einer teutſchen Meile, deren funfzehn auf einen ſolchen Grad gerechnet werden. Es iſt alſo dieſe Länge ſehr genau von 3805 Toiſen; und ſolcher Meilen ſind in dem mittlern Halbmeſſer der Erde 859,47 enthalten, wofür ohne Bedenken 860 geſetzt werden können, und alſo für den ganzen mittlern Durchmeſſer 1720. Der Ueberſchuß des halben Durchmeſſers des Gleichers über die Hälfte des mittlern Durchmeſſers der Erde, welcher 9167 Toiſen beträgt, wird alsdenn etwas weniger als 2,5 Meilen geben, und um eben ſo viel wird dieſer halbe Durchmeſſer die Hälfte der Axe übertreffen. Nach dem rheinländiſchen Maaſſe hält eine teutſche Meile von der berechneten Länge, 23630 Schuhe.

Maaſſe einiger andern Linien und Winkel.

§. 268. Dieſes ſind die Maaſſe, auf welche die Berichtigung der eigentlichen Geſtalt der Erde fürnehmlich zu gründen iſt. Sie ſind nicht völlig richtig, und können alſo die geſuchte Geſtalt nicht ſo genau geben, daß wir bey der Berechnung der übrigen Gröſſen, welche bey der Erde in Betrachtung kommen, mit völliger Zuverſicht darauf bauen konten. Bey ſo geſtalten Sachen

T.III.F.44 kan gar wol angenommen werden, daß jeder Mittagskreis der Erde eine genaue Ellipſe ſey. Denn da dieſe Kreiſe ſo wenig von Cirkeln abweichen, daß bey Zeichnungen von gewöhnlicher Gröſſe kaum einiger Unterſchied zu merken iſt: ſo können dieſelben ſich von einer Ellipſe, deren gröſſere Axe dem Durchmeſſer des Aequators, die kleinere aber der Axe der Erde gleich iſt, noch viel weniger entfernen: und wir können die Maaſſe der Linien und Winkel, deren Käntniß in der Aſtronomie von Nutzen iſt, aus dieſer angenommenen elliptiſchen Geſtalt ohne Furcht eines ſonderlichen Irthums herleiten.

T.III.F.45. §. 269. Es ſey (*T. III. Fig.* 45.) *PAQ* die Hälfte einer ſolchen Ellipſe, und in derſelben *PQ* die Axe der Erde, welche durch den Mittelpunct derſelben *C* gehet, und *AC* der halbe Durchmeſſer des Gleichers. Dieſe *AC*, welche die Hälfte der längern Axe der Ellipſe iſt, wollen wir, wie bisher *a*, und *PC*, die Hälfte der kürzern Axe derſelben, *c* nennen: anſtatt des Bruchs $\frac{cc}{aa}$ aber, deſſen Gröſſe durch die Verhältniß der halben Axe der Erde *c* zu dem Halbmeſſer ihres Gleichers *a* beſtimmt wird, der Kürze wegen *m* ſetzen. Wird nun von dem in dem Umkreiſe der Ellipſe nach Belieben angenommenen Puncte *D* die *DK* der *CA* perpendicular gezogen, und *y* genennet, indem auch nunmehro die durch dieſelbe von der *CA* abgeſchnitene *CK* durch *x* angedeutet wird; ſo wird die Gleichung (38.), welche wir für die Ellipſe immer hatten, $aayy = cc(aa - xx)$, oder $yy = \frac{cc}{aa}(aa - xx)$, in dieſe etwas kürzere, $yy = m(aa - xx)$ verwandelt. Man ziehe die *DE*, welche die Ellipſe bey dem angenommenen Puncte *D* berühre, ſo einen gewiſſen in dem Mittagskreiſe *PAQ* angenommenen Ort der Erde vorſtellet, und verlängere den halben Durchmeſſer des Gleichers *CA*, bis er dieſe *DE* in *E* erreichet. Man mache auch *DM* der *DE* perpendicular, und verlängere ſie, an der einen Seite bis an *AC*, an der andern aber nach Belieben bis in *N*. So fält *DE* in die Horizontfläche des angenommenen Orts *D*, und *NM* wird die Scheitellinie deſſelben. Ja, da *DE* zugleich in die durch die Fläche der Zeichnung vorgeſtelte Mittagsfläche des Orts *D* fält, ſo iſt dieſe *DE* eigentlich die Mittagslinie deſſelben Orts *D*, welche den verlängerten Halbmeſſer des Gleichers in *E* ſchneidet. Demnach iſt der Winkel *E* die Neigung des Gleichers gegen den Horizont dieſes Orts, oder kurz, die

Höhe

Höhe des Gleichers für D, und das Complement des Winkels E, das iſt, T.III.F.45.
der Winkel DMA, iſt die Breite des Orts D, oder die in demſelben erſcheinende Polhöhe. Wir können, weil hier keine andere Tangente vorkommen wird, die zu dem Winkel E gehörige durch den einzelnen Buchſtaben t andeuten: aus welchem t und $ſin\ E$ oder $cos\ E$ demnach die hier verlangten Gröſſen zu beſtimmen ſeyn werden.

§. 270. Die erſte dieſer Gröſſen iſt die Linie KC, oder die derſelben bis an PQ parallel gezogene DF, welche den Radius des durch D in der Oberfläche der Erde zu beſchreibenden Cirkelkreiſes angiebt, auf deſſen Fläche die Axe PQ ſenkrecht ſtehet. Dieſe Linie iſt jede x der Gleichung $yy = m(aa - xx)$. Wir haben aber auch gleich Anfangs (61) gehabt $KE = \frac{aayy}{ccx}$, und können alſo vermittelſt der gegenwärtigen Verkürzung ſchreiben, $KE = \frac{yy}{mx}$. Nun aber iſt in dem rechtwinklichten Dreyecke $EK : KD = 1 : t$, und alſo $\frac{yy}{mx} : y = 1 : t$, folgends $t = \frac{mx}{y}$, und $y = \frac{mx}{t}$. Wird nun dieſer Ausdruck der y in der Gleichung $yy = m(aa - xx)$ an die gehörige Stelle geſetzt, ſo komt $\frac{mmxx}{tt} = m(aa - xx)$, woraus ſogleich folgt, $mxx = ttaa - ttxx$, oder $mxx + ttxx = ttaa$. Dieſes aber giebt $xx = \frac{ttaa}{m+tt}$, und $x = \frac{ta}{\sqrt{(m+tt)}}$, für den geſuchten Halbmeſſer.

§. 271. Wil man die Linie $DK = y$ eben ſo beſtimmen, ſo darf man nur aus $y = \frac{mx}{t}$ machen $\frac{ty}{m} = x$, und dieſen Werth des Buchſtaben x in eben der Gleichung an die gehörige Stelle ſetzen. Dadurch entſtehet $yy = m(aa - \frac{ttyy}{mm})$, oder, wenn durchaus mit mm multipliciret wird, $myy = mmaa - ttyy$, woraus folget $myy + ttyy = mmaa$, oder $yy = \frac{mmaa}{m+tt}$, und

 $y =$

T.III.F.45. $y = \frac{ma}{\sqrt{(m+tt)}}$. Beide Werthe zuſammen geben DC, die Entfernung des Orts D von dem Mittelpuncte der Erde. Denn es iſt $DC^q = x^2 + y^2$, und alſo dieſes Quadrat der $DC = \frac{ttaa + mmaa}{m + tt} = \frac{aa(mm + tt)}{m + tt}$, folgends die Entfernung DC ſelbſt $= \frac{a\sqrt{(mm + tt)}}{\sqrt{(m + tt)}}$.

§. 272. Nun iſt noch der Winkel CDM zu ſuchen übrig, welchen MN, die Scheitellinie des Orts D, mit der nach demſelben aus dem Mittelpuncte der Erde gezogenen CD einſchlieſſet. Es kan aber dieſer Winkel aus dem bekanten DME alsbald gefunden werden, wenn nur in dem Dreyecke DMC, deſſen Seite DC als bekant angeſehen werden muß, nach dem wir geſehen haben, wie ſie zu finden ſey, noch eine Seite gegeben wird. Nun hatten wir unter den erſten geometriſchen Sätzen (62) auch dieſen $CM = \frac{aa - cc}{aa} x$, welcher durch m auch alſo ausgedrückt wird: $CM = (1 - m)\,x$. Wird nun auch hier für x der gefundene Werth deſſelben, $\frac{ta}{\sqrt{(m + tt)}}$ geſetzt, ſo komt $CM = \frac{(1 - m)\,ta}{\sqrt{(m + tt)}}$. Es iſt aber auch, weil der ſpitzige Winkel bey M mit dem E einen rechten Winkel ausmachet, $\sin DMC = \sin DME = \cos E$, und wenn der geſuchte Winkel CDM durch Q bedeutet wird, $DC : CM = \sin DMC : \sin Q$; demnach aus dem erwieſenen $\frac{a\sqrt{(mm+tt)}}{\sqrt{(m + tt)}} : \frac{(1-m)ta}{\sqrt{(m + tt)}} = \cos E : \sin Q$, oder wenn das Ueberflüßige weggelaſſen wird, $\sqrt{(mm + tt)} : (1 - m)\,t = \cos E : \sin Q$. Es iſt alſo $\sin Q = \frac{(1-m)\,t.\cos E}{\sqrt{(mm + tt)}}$, und weil, wie immer, $\tan E.\cos E = \sin E$, ſo kan auch geſetzt werden $\sin Q = \frac{(1 - m)\sin E}{\sqrt{(mm + tt)}}$.

§. 273. In allen dieſen Vorſchriften hat m ihre beſtändige Gröſſe, welche durch die Verhältniß $c : a$ gegeben wird; und wenn wir noch immer an-

neh-

nehmen $c = 56917$ und $a = 57237$, (264) und dadurch heraus- *T.III.F.45.* bringen $\frac{c}{a} = 0{,}994409$, ſo wird $m = \frac{cc}{aa} = 0{,}988849$ und $mm = 0{,}977822$, demnach $1 - m = 0{,}011150$. Die übrige Rechnung kan ſo ſchwer nicht ſeyn, wenn man ſich dabey der Logarithmen bedienet. Es wird aber der Winkel *Q* immer kleiner gefunden, als 20 Minuten: und daß *DC* von dem mittlern Radius der Erde (266) nie ſehr abweichen könne, iſt vor ſich klar.

Würkung der Luft auf die Lichtſtrahlen.

§. 274. Die mit einer ſo geringen Abweichung kugelförmige Erde nun iſt ringsherum mit Luft bedecket, welche die Lichtſtrahlen, vermittelſt welcher wir die himliſchen Körper ſehen, dergeſtalt bricht, wie gleich anfangs (126) angezeiget werden muſte. Nunmehro aber ſind wir im Stande dieſe Strahlenbrechung umſtändlicher zu betrachten. Es wird in der Naturlehre (*) gezeigt, daß die Höhe der Luft über der Erde zwiſchen zehen und zwanzig Meilen zu 20000 rheinl. Schuhen betrage. Wird alſo dieſe Höhe nach den gröſſern Meilen von 23630 Schuhen geſchätzt, ſo kan dieſelbe auf die runde Zahl von 10 Meilen geſetzt werden, welche faſt zwölfe der vorigen ausmachen. Wenigſtens kan die Luft über dieſer Höhe die Lichtſtrahlen nicht merklich brechen, und darum iſt es uns hier eigentlich zu thun. Die Luft, welche die Erde in dieſer Höhe ringsherum umgiebet, bildet mit derſelben einen Körper, der mit eben dem Rechte für eine Kugel gehalten werden kan, als die Erde ſelbſt. Da alſo der halbe Durchmeſſer der Erde allein 860 Meilen hält (267) ſo wird der halbe Durchmeſſer derſelben bis an die Gränze des Luftkreiſes gerechnet, deren 870 ausmachen.

§. 275. Hieraus kan die Länge des Weges berechnet werden, den ein Lichtſtrahl, vermittelſt welches wir einen himliſchen Körper ſelbſt in dem Horizonte ſehen, in der Luft nehmen muß. Wenn *AC* (*T. III. F.* 46.) den halben *T.III.F.46.* Durchmeſſer der Erde, und *BC* den halben Durchmeſſer des Luftkreiſes vorſtellet, *A* aber iſt der Ort der Beobachtung, bey welchem *DA* die Erde berühret: ſo iſt dieſe *DA* die Richtung, nach welcher der angenommene Strahl bey *A* in das Auge fält. Nun wird geſetzt, daß ſich *CB* oder *CD* zu *CA* wie 87 zu 86 verhalte, und dieſe iſt die Verhältniß des Radius zu dem Coſinus des Bogens *BD*. Es wird alſo dieſer Bogen *BD* beynahe $8\frac{1}{3}$ Grade halten. Iſt nun *EF* der einfallende

(*) In meiner Einleitung in dieſelbe vom Jahr 1770 im 259. §.

T. III. F. 46. fallende Strahl, welcher in der Luft dergeſtalt gebrochen wird, daß er bey *A* die Richtung *DA* bekomt, und man verlängert dieſen Strahl, bis er die *DA* in *G* antrift: ſo iſt *DGF* der Winkel, um welchen dieſer Strahl in der Luft gebrochen wird, und beträgt alſo beynahe 33 Minuten (130). Wird aber *DA* in *H* verlängert, und *FH* gezogen: ſo ſiehet man leicht, daß der Winkel *DHF* kleiner ausfallen müſſe, als die Hälfte des Winkels *DGF*, und daß alſo 2*DHF* kleiner ſeyn werde, als *DGF*. Nun iſt 2*DHF* = *DCF*, weil dieſe Winkel beide auf dem Bogen *FD* ſtehen, indem die Spitze des einen *H* in den Umkreis, die Spitze des andern *C* aber in den Mittelpunct des Cirkels fält. Es wird alſo auch *DCF* kleiner ſeyn als *DGF*, und alſo der Bogen *FB* noch nicht volle 9 Grade betragen. Unter dieſen Bogen muß der Strahl in der Luft hinſtreichen, welcher dem Auge bey *A* einen himliſchen Körper in dem Horizonte ſichtbar macht, und dieſer Weg iſt der längſte unter allen, welchen ein Strahl in der Luft bis an die Oberfläche der Erde zu machen hat.

§. 276. Es iſt alſo die Oberfläche, bey welcher nach unſerer Vorſtellung die Luft aufhöret, in der die von den himliſchen Körpern nach *A* gehenden Lichtſtrahlen gebrochen werden, gar nicht ſehr gekrümmet, und deſto geringer iſt die Verſchiedenheit, welche in dieſer Krümmung davon herrühret, daß weder die Erde, noch die dieſelbe umgebende Luft, die Geſtalt einer genauen Kugel hat. Man kan dem ohngeachtet einen jeden Theil der Luft, in welchem alle Strahlen ſo gebrochen werden, daß ſie ſämtlich nach eben dem Puncte der Oberfläche der Erde lauffen, als den Abſchnitt einer Kugel anſehen, und annehmen, daß alle dieſe Abſchnitte einander gleich und ähnlich ſind. Hieraus aber folgt, daß, ſo lang die innere Beſchaffenheit der Luft überal einerley bleibt, auch alle Strahlen, welche nach irgend einem Puncte der Oberfläche der Erde dergeſtalt zu laufen, daß ſie mit der Verticallinie deſſelben gleiche Winkel einſchlieſſen, auch gleich ſtark gebrochen werden: und daß die Verſchiedenheit, die ſich hiebey ereignet, faſt gänzlich davon herrühre, daß die Luft bald dichter, bald dünner; bald wärmer oder kälter, und mehr oder weniger mit Dünſten beſchweret iſt.

Die Gröſſe der Refraction zu finden.

§. 277. Nun kan an einem Beobachtungsplatze, von welchem die Himmelskugel geradeſtehend erſcheinet: die Gröſſe der Refraction bey einer jeden Höhe eines Sterns leicht genug gefunden werden. Denn da bey dieſem Stande der

Sphäre

Sphäre die Fläche des Gleichers zugleich eine Verticalfläche iſt (208): und T.III.F.48.
alſo ein jeder Fixſtern, der ſich in dieſer Fläche befindet, in einer Sternſtunde ſeine Höhe um 15 Grade verändern muß: ſo darf nur der Augenblick der Zeit angemerkt werden, in welchem ein ſolcher Stern dieſe oder jene Höhe gehabt hat. Denn wenn dieſer mit dem Zeitpuncte verglichen wird, in welcher eben der Stern, bey eben dem Umlauſe durch die Mittagsfläche gegangen iſt: ſo kan aus der zwiſchen dieſen zween Puncten verfloſſenen Zeit, die wahre Höhe des Sterns, welche er in dem Zeitpuncte der Beobachtung hatte, gar leicht berechnet werden. Dieſe wahre Höhe wird kleiner ſeyn als die beobachtete, weil der Stern durch die Refraction gehoben wird, und der Unterſchied der beyden Höhen wird die Gröſſe derſelben richtig angeben.

§. 278. Die genau beobachtete Amplitudo ortiva oder occidua eines Sterns kan zu eben den Zweck führen. Denn da dieſelbe bey dem geraden Stande der Himmelskugel der Strahlenbrechung nicht unterworfen, und der Abweichung eines jeden Sterns gleich iſt: ſo kan durch dieſe Amplitudo die wahre Mittagshöhe deſſelben immer gefunden werden. Wird nun auch die ſcheinbare Mittagshöhe eben dieſes nach Belieben gewählten Sterns vermittelſt eines Winkelmeſſers genommen, ſo giebt der Ueberſchuß dieſer Höhe über die wahre, den Winkel, um welchen der Stern durch die Strahlenbrechung gehoben worden iſt.

§. 279. Bey einem ſchiefen Stande der Himmelskugel aber iſt es nicht ſo leicht, die Gröſſe der Refraction für eine jede Höhe auszumachen. Zwar iſt (197) gewieſen worden, wie aus der Polhöhe eines Orts, und der Entfernung eines Sterns von dem Pole, ſeine wahre Höhe für jeden Zeitpunct gefunden werden könne, wenn man auch den Zeitpunct hat, in welchem er das nächſtemal durch die Mittagsfläche gegangen iſt: und die dergeſtalt berechnete wahre Höhe, von der durch die Beobachtung gefundenen ſcheinbaren abgezogen, muß hier die Gröſſe der Refraction ebenfals geben. Es kan aber die Polhöhe eines Orts nicht für richtig angenommen werden, bevor ſie von den Fehlern befreyet wird, welche die Strahlenbrechung nothwendig darein bringen muß: obwol, wenn dieſe Höhe mit einer volkommenen Richtigkeit beſtimmet iſt, ein neuer Fehler bey der Abweichung eines Sterns, und der daraus berechneten Entfernung deſſelben von dem Pole, gar wol vermieden werden kan. Denn man darf nur einen von denje-

T.III.F.46. nigen Sternen annehmen, welche in gar keiner, oder in einer ſehr geringen Entfernung von dem Zenit, durch die Mittagsfläche gehen; weil die Mittagshöhe eines ſolchen Sterns von der Strahlenbrechung frey iſt, und alſo bey völlig berichtigter Polhöhe, auch die Abweichung deſſelben richtig angeben wird (127). Da alſo endlich alles auf die Richtigkeit der Polhöhe ankömt: ſo iſt kein Mittel übrig, als daß man die aus den Beobachtungen geſchloſſene, und nach aller Wahrſcheinlichkeit von den Fehlern der Strahlenbrechung befreite Polhöhe, als völlig richtig annehme, und nachdem man einen Stern gewählet, deſſen Stand die eben angezeigten Vortheile hat, die Höhe deſſelben für den Augenblick der Zeit, in welchem dieſelbe vermittelſt eines guten Winkelmeſſers genommen worden iſt, aus den angezeigten Bogen und Winkeln berechne: alsdenn aber mit der dergeſtalt gefundenen Höhe, als ob ſie völlig richtig wäre, verfahre. Die dadurch herausgebrachte Gröſſe der Refraction kan zwar nicht für völlig genau gehalten werden; ſie iſt aber gar wohl zu einer weitern Verbeſſerung dieſer Höhe zu gebrauchen, und es kan überhaupt, durch eine wiederholte Arbeit, alles der Wahrheit immer näher gebracht werden, bis endlich eine hinlängliche Uebereinſtimmung der Schlüſſe zeiget, daß man Urſache habe zufrieden zu ſeyn.

§. 280. Iſt einmal die Polhöhe zuverläßig ausgemacht, ſo wird zwar die Arbeit viel leichter: ſie bleibt aber dem ohngeachtet weitläuftig genug, weil faſt für jeden Grad der Höhe die Refraction beſonders gefunden werden muß, wenn etwas volſtändiges herauskommen ſoll. Viel geſchwinder kan eine auf die Geſetze der Strahlenbrechung gegründete Regel, welche aus einer einzigen oder etlichen wenigen Refractionen die übrigen zu finden lehret, zu den Zweck führen, und dergleichen Regeln ſind von verſchiedenen gegeben worden. Wir wollen uns an diejenige halten, die unter allen am meiſten geſchäzt wird, und dieſelbe, ſo weit es ſich hier thun läßt, aus völlig ausgemachten Grundſätzen herleiten.

Algemeines Geſetz der Strahlenbrechung.

T.III.F.47. §. 281. Es ſey *A* (*T. III. F.* 47.) ein Punct in der Oberfläche der Erde, *B* ein anderes in der äuſerſten Gränze der Luft, *C* aber der Mittelpunct der Erde, nach welchem durch *A* und *B* gerade Linien laufen, die ganz in die durch *A*, *C*, *B* gelegte Fläche fallen werden. Komt nun in eben dieſer Fläche ein Strahl nach der geraden Linie *SB* an *B*, welcher erſtlich bey *B*, und ſodann in ſeinem ganzen übrigen Wege durch die Luft dergeſtalt gebrochen wird, daß er

endlich

endlich bey *A* anlanget, und daſelbſt in ein Auge würket: ſo liegt der ganze Weg T. III. F. 47.
dieſes Strahls von *B* bis in *A*, ſeiner übrigen Krümmung ohngeachtet, ganz in eben der Fläche *ACB*, es kann in dieſer Fläche eine gerade Linie *BE* gezogen werden, welche denſelben bey *B* berühret, und dieſe *BE* iſt nichts anders, als die verlängerte Richtung des Strahls *SB*. In eben der Fläche kan auch durch *A* eine gerade Linie gezogen werden, welche den gekrümten Strahl bey dieſem Puncte berühret, und die Richtung angiebt, nach welcher er daſelbſt in das Auge fält. Dieſe *AE* wird die vorige *SE* bey irgend einem Puncte *E* antreffen, und mit derſelben einen Winkel *BEA* einſchlieſſen, deſſen Oeffnung gegen die Erde gekehret iſt. Wird aber die gerade Linie *SBE* in *H* verlängert, ſo ſtellet *HEA* den Winkel vor, um welchen der Strahl in der Luft von ſeinem Wege abgebracht worden iſt: und *EAZ* iſt der Winkel, welchen der nach *EA* in das Auge bey *A* einfallende Strahl mit der Verticallinie *ZA* einſchlieſſet, und alſo die ſcheinbare Entfernung des vermittelſt dieſes Strahls geſehenen Sterns von dem Zenit. Wird nun auch durch *A* die *AD* der *HS* parallel gezogen, ſo iſt *DA* der Strahl, in deſſen Richtung das Auge *A* eben den Stern ſehen würde, wenn weder die Luft noch ſonſt etwas da wäre, ſo die Strahlen brechen könte, und alſo *DAZ* die Ergänzung der wahren Höhe dieſes Sterns, und ſein wahrer Abſtand vom dem Zenit. Demnach iſt *EAD* der Unterſchied beider Höhen, der wahren und der ſcheinbaren, oder der Ueberſchuß der wahren Abweichung des Sterns vom Zenit über die ſcheinbare: und dieſer Winkel *EAD*, oder der ihm gleiche *HEA* iſt zu dem Winkel *EAZ* zu beſtimmen.

§. 282. Zu dem Ende wird *EC* gezogen, und in derſelben das Punct *D* bemerket, in welchem ſie von der *AD* geſchnitten wird; der Winkel *ACX* aber dem Winkel *AEH* gleich gemacht, und *XA* verbunden. Weil nun auch der Winkel *EHC* den beiden Dreyecken *EAH*, *CXH* gemeinſchäftlich iſt, ſo werden dieſe Dreyecke einander ähnlich, und $AE : HE = XC : HC$. Demnach ſind die vier nachſtehenden Proportionen richtig:

$$\text{ſin } EBC : \text{ſin } EHC = HC : BC$$

$$\text{ſin } EHC : \text{ſin } EAC = XC : HC = (AE : HE)$$

$$\text{ſin } EAC : \text{ſin } AEC = EC : AC$$

$$\text{ſin } BEC : \text{ſin } EBC = BC : EC,$$ woraus durch die Zuſammenſetzung der gleichen Verhältniſſe geſchloſſen wird,

$$\text{ſin } BEC : \text{ſin } AEC = XC : AC.$$

T.III.F.47. Nun iſt aber auch $ADE = DEB$, und alſo in dem Dreyecke AED, $\sin BEC : \sin AEC = AE : AD$, demnach $AE : AD = XC : AC$. Dadurch werden die Dreyecke AED, CXA, in welchen die gleichen Winkel bey C und A von dieſen Seiten eingeſchloſſen werden, ebenfals ähnlich, und die Seiten derſelben AE, CX werden von den Linien DF, AV, welche aus den Spitzen der gleichen Winkel D und A ſenkrecht darauf fallen, in einerley Verhältniß getheilet; ſo nehmlich, daß wird $CV : VX = AF : FE$. Wird nun aber AG der EC parallel gemacht, und DF, welche mit der AE einen rechten Winkel einſchlieſſet, bis an dieſelbe fortgezogen, ſo wird auch $AF : FE = FG : FD$, und demnach $CV : VX = FG : FD$. Nun verhält ſich $FG : FD$ wie $\tan GAE$ zur $\tan EAD$. Es iſt demnach $CV : VX = \tan GAE : \tan EAD$, welche Proportion zu erweiſen war, und nun etwas umſtändlicher zu betrachten iſt.

§. 283. Da der Winkel ACX dem EAD gleich gemacht werden muß, ſo kan er die gröſte Refraction, welche auf 33 Minuten geſetzt wird, nie übertreffen, und iſt, wenn ZAE ſehr ſpitzig iſt, viel kleiner (130). Es iſt alſo auch XV immer dem Puncte A ſehr nahe, und VC kaum kleiner als AC, obwol, bey jedem Wachsthume des Winkels ACV, dieſe VC abnimt. Wird nun der Winkel ZAE vergröſſert, zum Beyſpiel, um einen Grad, indem vors erſte HEA ſeine Gröſſe behält, und XC in ihrer Lage bleibt; ſo wird XV nothwendig kleiner, aber, wegen ihrer geringen Entfernung von A, nur um etwas geringes. Nun wird aber, indem ZAE vergröſſert wird, auch der dazu gehörige Refractionswinkel HEA vergröſſert; und obwol bey der angenommenen Vergröſſerung des Winkels ZAE, der Zuwachs des Winkels HEA gar gering iſt: ſo hat derſelbe doch auf die Vergröſſerung der XV einen deſto gröſſern Einfluß, je weiter E von X entfernet iſt. Auſſer dem aber wird eben dadurch, daß HEA zunimt, auch der Winkel ACX vergröſſert, wodurch CX noch gröſſer, und CV kleiner wird. Der Schluß aus dieſen allen iſt, daß bey dieſer, und ſo bey jeder andern Veränderung des Winkels ZAE, doch die Verhältniß $CV : VX$ ohngefehr die vorige bleiben werde, und daß man, ohne alzuweit von der ſtrengen Wahrheit abzuweichen, dieſe $CV : VX$ einer gewiſſen beſtändigen Verhältniß $n : r$ werde gleich ſetzen können: woraus folget, daß auch die Verhältniß der Tangente eines jeden Winkels GAE, zu der Tangente des dazu gehörigen Refractionswinkels

EAD,

EAD, immer dieſelbe bleiben, und der Verhältniß $n : r$ gleich ſeyn werde; ſo daß, wenn dieſe Verhältniß durch genaue Beobachtungen für eine einzige Höhe ausgemacht wird, ſie auch für eine jede andere gelten kan. T.III.F.47.

§. 284. Es kan aber die Verhältniß $n : r$ aus keiner Beobachtung geſchloſſen werden, bevor der Winkel *GAE*, deſſen Tangente das dritte Glied der Proportion $n : r = tan\ GAE : tan\ EAD$ ausmacht, zu dem Winkel *ZAE* richtig beſtimmet iſt. Es iſt aber dieſer Winkel *GAE* der Unterſchied der beiden *ZAE* und *ZAG*, und da $ZAG = ACE$, ſo iſt auch $GAE = ZAE - ACE$, und es wird *GAE* zu einem jeden *ZAG* gegeben, ſobald *ACE* gegeben wird. Nun iſt dieſer *ACE* in dem Falle, wenn *ZAE* klein genug iſt, ſo klein, daß er ohne Bedenken weggelaſſen, und geſetzt werden kan $GAE = ZAE$. Wird alſo dieſe kleine ſcheinbare Entfernung des Sterns vom Zenit *d* genant, indem *D* eine jede andere dergleichen Entfernung bedeutet, und *e* den zu der kleinen *d* gehörigen Refractionswinkel, *E* aber den zu der gröſſern *D* gehörigen *EAD*, und *V* den *ACE*, indem der zur kleinern *d* gehörige Winkel dieſer Art als Nichts betrachtet wird: ſo wird $n : r = tan\ d : tan\ e$, und $n : r = tan\ (D - V) : tan\ E$, alſo $tan\ d : tan\ e = tan\ (D - V) : tan\ E$, oder $tan\ e : tan\ E = tan\ d : tan\ (D - V)$. Sind nun zu zwo verſchiedenen Höhen, derer erſtere groß, und die zweite klein genug iſt, die Winkel *D*, *E*, *d*, *e* gefunden worden, ſo ſind die drey erſtern Glieder dieſer Proportion bekant, und man kan das vierte finden, wodurch der Winkel $D - V$ gegeben wird, welcher von *D* abgezogen, den geſuchten *V* übrig läßt.

§. 285. Die ſorgfältigſten der heutigen Sternforſcher ſetzen $V = 3E$, und machen alſo: $n : r = tan (D - 3E) : tan\ E$, und folgends auch $n : r = tan (d - 3e) : tan\ e$; woraus flieſſet: $tan (D - 3E) : tan\ E = tan (d - 3e) : tan\ e$, oder $tan (D - 3E) : tan (d - 3e) = E : e$. Denn weil dieſe Winkel immer ſehr klein ſind, ſo kan anſtatt der Verhältniß $tan\ E : tan\ e$ die Verhältniß der Winkel ſelbſt gebraucht werden. Hiedurch wird es gar leicht die Verhältniß $n : r$ zu finden, welche immer eben dieſelbe bleibt. Wenn ein Stern im Horizonte erſcheinet, ſo iſt $D = 90°$, und $E = 33'$, alſo $3E = 1°, 39'$, und $D - 3E = 88°, 21'$. Die Tangente zu $88°, 21'$ iſt 347151,15, und die zu 33 Minuten 95,996, alſo die Verhältniß $n : r = 347151{,}15 : 95{,}996 = 3616{,}3 : 1$.

§. 286.

T.III.F.47. §. 286. Soll alſo zu einer ſcheinbaren Entfernung vom Zenit, als 50°, der Fehler der Refraction gefunden werden, ſo iſt nur zu machen, 3616,3 : 1 $= tan(50° - 3E) : tan\ E$. Es iſt andem, daß das dritte Glied dieſer Proportion dem geſuchten Winkel *E* bereits in ſich faſſet, welcher dadurch als bekant vorausgeſetzt wird. Es iſt aber auch dieſer Winkel *E* aus den ältern Tafeln immer ohngefehr bekant, und ein kleiner bey demſelben begangener Fehler hat in das vierte Glied der Proportion einen ſo geringen Einfluß, daß dieſes dem ohngeachtet, ſehr genau beſtimmet wird. Ja es kan, wenn *D* kleiner iſt als 45°, *E* aus dem dritten Gliede gar weggelaſſen und geſetzt werden, $n : r = tan\ D : tan\ E$; wie auch, weil alsdenn *d* noch kleiner iſt, $tan\ D : tan\ d = E : e$.

Abweichungen von der Regel.

§. 287. Es kan aber die nach einer algemeinen Regel berechnete Refraction nie bey jeder Beſchaffenheit der Luft gelten, weil die Strahlen in einer dichtern Luft ſtärker gebrochen werden, als in einer dünnern. Da uns nun vornehmlich zwo Urſachen bekant ſind, ſo die Luft über einem Orte des Erdbodens dichter oder dünner machen, nehmlich der vermehrte oder verminderte Druck, welchen das Barometer anzeiget, und der veränderte Grad der Wärme, den das Thermometer ſichtbar macht: ſo werden dieſe zwey Inſtrumente billig bey den Beobachtungen mit zu Rathe gezogen: und es wird vermittelſt derſelben die Refraction berechnet, welche die Strahlen bey einer gewiſſen Beſchaffenheit der Luft haben würden; wozu diejenige, bey welcher das Queckſilber im Barometer 28 Zoll hoch, und das im Thermometer auf dem Frierungspuncte ſtehet, die bequemſten ſcheinet. Es verhalten ſich aber bey eben dem Abſtande des Sterns vom Zenit, und bey einerley Wärme, die Gröſſen der Refractionswinkel wie die Barometerhöhen: und für jede zehn Grade, um welche das Queckſilber in dem farenheitiſchen Thermometer fält, wird die Refraction um den ſechzigſten Theil vermehret. Nach dieſen zwo Regeln, die gröſtentheils auf der Erfahrung beruhen, kan die Rechnung leicht genug verrichtet werden. Und es hat das Anſehen, daß eine dergeſtalt verfertigte Refractionstafel, in welcher nehmlich zu jeder ſcheinbaren Höhe eines Sterns die Gröſſe des Refractionswinkels angegeben wird, um den ihn die Luft bey der angenommenen Beſchaffenheit hebet, für alle Orte des Erdbodens gelten werde: auſſer daß in einer gröſſern Höhe über demſelben, oder der Ober-

fläche

fläche des Meeres, die Refraction immer geringer ſeyn muß, als in einer kleinern, weil dieſes aus der Krümmung der Strahlen nothwendig folget. Die angenommene Beſchaffenheit der Luft kan die oben angezeigte ſeyn, bey welcher das Queckſilber im Barometer 28 Zoll hoch, und das in dem Thermometer an dem Frierungspuncte ſtehet. T. III. F. 47.

§. 288. Bey dem allen bleibt die Refraction in einer geringen Höhe, unter 10 bis 12 Graden, ſehr ungewiß: weil in dem langen Wege, welcher alsdann ein Strahl in der Luft, gar nahe an der Oberfläche der Erde, zu machen hat (275), er nothwendig viele Dünſte antreffen muß, die ſehr veränderlich ſind, und die Strahlen bald ſo bald anders brechen, ohne daß dieſe Veränderungen der Refraction unter gewiſſe Geſetze gebracht werden könten.

Von der Parallaxe.

§. 289. Durch die Verbeſſerung der von der Strahlenbrechung verurſachten Fehler, werden die Strahlen, vermittelſt welcher wir die himliſchen Körper ſehen, zu volkommen geraden Linien; und ſo werden wir ſie nunmehro anſehen, indem wir die Luftkugel, welche dieſelbe von den geraden Wegen abbringt, die ſie auſſer dieſer Kugel beſchreiben, in unſern Gedanken gänzlich vernichten. Alsdenn aber iſt bey den Höhen, in welchen uns die Fixſterne zu jeder Zeit erſcheinen, keine weitere Verbeſſerung nöthig. Denn da die Linien *SA*, *SB* (*T. III. Fig.* 48. 49.) welche nach eben dem Fixſterne von zween verſchiedenen Puncten der Erde *A* und *B* laufen, als völlig parallel angeſehen werden müſſen (142), ſo iſt, wenn *CD* durch dieſe Puncte *A*, *B* hindurch gehet, bey den Winkeln *CAS*, *CBS*, oder *DBS*, *DAS* nicht der geringſte Unterſchied zu merken: und wir werden hernach ſehen, daß die Sache ſich eben ſo verhalten würde, wenn auch *AB* vielmal gröſſer wäre, als der ganze Durchmeſſer der Erde. Iſt aber *CD* die zu irgend einem Orte der Erde gehörige Verticallinie, oder nur derſelben parallel, ſo ſind die Winkel *CAS*, *CBS* die aus den verſchiedenen Puncten *A* und *B* genommene Abweichungen des Sterns von dem Zenit deſſelben Orts, welche demnach immer einerley bleiben, man mag das Auge in einer ſolchen Linie ſetzen wohin man will. Demnach erſcheinen uns, die wir uns von der Oberfläche der Erde ſehr wenig entfernen können, alle dieſe Abweichungen nicht gröſſer oder kleiner, als ſie einem Auge erſcheinen würden, das ſich in dem T. III. F. 48. 49.

T. III. F. 48 49. dem Mittelpuncte derſelben befände; wenn nur die durch den Mittelpunct der Erde gelegte Linie, von welcher die Abweichungen genommen werden, immer der Verticallinie des Beobachtungsplatzes parallel iſt.

§. 290. Mit andern himliſchen Körpern aber, die uns ungemein näher ſind als die Fixſterne, verhält ſich die Sache ganz anders. Wenn *L* ein Punct eines dieſer Körper vorſtellet, von welchem nach *A* und *B* die Strahlen *LA*, *LB* laufen, ſo iſt der Winkel *ALB* nicht immer unbeträchtlich; und da dieſer Winkel dem Ueberſchuſſe des äuſſern Winkels *CAL* über den innern *CBL*, oder *DBL* über *DAL*, gleich iſt, ſo können dieſe Winkel keineswegs als ſolche angeſehen werden, die einerley Grösse haben. Dieſes iſt bey eben der Entfernung des Puncts *L* von *A* oder *B* noch vielmehr richtig, wenn eins dieſer Puncte auſſer der Erde genommen wird, ſo daß *AB* gröſſer wird als der Durchmeſſer derſelben.

§. 291. Wenn *AS*, *BS* nach eben dem Fixſterne oder ſonſt in der Fläche *ALB* einander parallel gezogen werden, und man ſtellet ſich auch durch *L* die *LM* vor, die in eben der Fläche der *AS* oder *BS* parallel läuft: ſo wird der Winkel *ALM* gleich dem *SAL*, und *BLM* gleich dem *SBL*, alſo $ALM - BLM = SAL - SBL$, und $ALM + BLM = SAL + SBL$. Nun iſt in dem Falle, welchen die acht und vierzigſte Figur vorſtellet, $ALM - BLM = ALB$, in dem Falle der neun und vierzigſten aber iſt, $ALM + BLM = ALB$: demnach in jenem $ALB = SAL - SBL$, und in dieſem $ALB = SAL + SBL$. Es wird alſo durch zween der drey Winkel *ALB*, *SAL*, *SBL*, der dritte in beiden Fällen gegeben, und es iſt, wenn die Linien *AS* und *BS* beide nach eben dem Fixſterne gezogen ſind, *SAL* die Entfernung des Körpers *L* von dieſem Fixſterne, wie ſie einem Auge in *A* erſcheinet; und *SBL* diejenige, welche ein Auge in *B* demſelben zuſchreibt: alſo *ALB* der Unterſchied oder die Summe dieſer ſcheinbaren Entfernungen. Iſt aber *AS* die zu dem Ort *A* gehörige Scheitellinie, welcher durch *B*, ſo den Mittelpunct der Erde vorſtellen mag, die *BS* parallel lauft: ſo iſt *SAL* die Abweichung des Körpers *L* von dem Zenit des Orts *A*, oder die Ergänzung ſeiner Höhe, wie ſie aus *A* geſehen wird, und *SBL* ſeine Abweichung von eben dem Zenit, als nach welchem *BS* eben ſowol zulauft, wie ſie dem Auge in *B* erſcheinet, oder erſcheinen würde. Demnach

nach *ALB* der Unterſchied der beiden Abweichungen von eben dem Zenit, oder der Unterſchied der beiden aus *A* und *B* beobachteten Höhen. T.III.F.48. 49.

§. 292. Der auf dieſe oder eine andere Art beſtimte Abſtand des Orts an dem Sternhimmel, in welchem ein Körper *L* von dem Auge *A* geſehen wird, von demjenigen, welchen ihm das Auge *B* zuſchreibt, wie ſehr und nach welcher Seite auch *B* von *A* entfernet ſeyn mag, wird die Parallaxe dieſes Körpers *L* genant. Sie iſt mancherley nachdem *A* da oder dort lieget, und *B* ſo oder anders genommen wird, und nachdem man den Ort des Körpers *L* an dem Sternhimmel auf dieſe oder jene Weiſe beſtimmet; und es werden die verſchiedene Arten der Parallaxen durch Beywörte von einander unterſchieden, die aus der Sache ſelbſt flieſſen.

§. 293. Der leichteſte Fall iſt der, welchen wir vor uns haben, da die Winkel *SAL*, *SBL* in eben die Fläche fallen, in welcher ſich die drey Puncte *A*, *B* und *L* befinden; oder, wenn anſtatt der Parallelen *AS*, *BS*, welche auch auſſer der Fläche *ABL* gezogen werden können, die *CD* gebraucht wird, die nothwendig in dieſe Fläche fallen muß. Alsdenn erſcheinet *L* immer in eben der Fläche, und die Parallaxe würket nicht mehr, als was wir geſehen haben. Sie wird auch durch die Winkel *CAL*, *CBL* immer auf einerley Art beſtimmet, weil *ALB* immer dem Unterſchiede dieſer Winkel *CAL* — *CBL* gleich iſt.

§. 294. Und da in dem Dreyecke *LAB*, wie in einem jeden andern, die Proportion $ſin\,CAL : ſin\,ALB = LB : AB$ ſtatt hat, ſo kan, wenn die Verhältniß $BL : AB$, ſamt dem Winkel *CAL* oder *LAB* gegeben iſt, die Parallaxe *ALB* immer gefunden werden: und es wird dieſelbe deſto gröſſer, je kleiner *BL* in Anſehung der *AB* iſt, und je weniger *CAL* von einem rechten Winkel abweichet, weil der Sinus eines rechten Winkels unter allen der gröſte iſt. Wenn *ALB* ſehr klein iſt, ſo kan hier, wie überal, anſtatt des Sinus, der Bogen ſelbſt genommen werden, zu welchem der Sinus gehöret.

Parallaxe der Höhen.

§. 295. Liegt nun *A* (*T. III. F.* 50.) in der Oberfläche der Erde, und iſt *DB* die Scheitellinie dieſes Orts, welche bey dem Mittelpuncte der Erde *C* vorbeygehet, wie dieſes, da die Erde keine volkommene Kugel iſt, allerdings T.III.F.50.

 geſchehen

T. III. F. 50. geſchehen kan: und man ziehet von *A* und *C* nach dem Puncte *L* gerade Linien, deren leztere die *DB* ſchneiden wird, wenn *L* in der durch *DB* und *C* gehenden Fläche liegt, welches wir hier annehmen: ſo iſt *DAL* die Ergänzung der ſcheinbaren Höhe des Körpers *L*, oder ſeine Abweichung von dem Zenit, wie ſie bey *A* durch die Beobachtung gefunden wird. Soll aber die Abweichung eben des Puncts *L* von dem Zenit des Orts vorgeſtellet werden, wie ſie einem Auge in dem Mittelpuncte der Erde erſcheinen würde, ſo muß *CE* der *DB* parallel gezogen werden, welche nach eben dem Zenit laufen, und überhaupt von der *DB* ſehr wenig entfernet ſeyn wird. Alsdenn iſt *ECL* die verlangte Abweichung: und da der Winkel *DBL* dem *ECL* gleich iſt, ſo wird auch *DBL* dieſe Abweichung, oder die Ergänzung der Höhe des Körpers *L* angeben. Die durch *DB* und *C* gelegte Fläche iſt die Mittagsfläche des Orts *A*, welche die Erde durch ihre Axe *PQ* ſchneidet, ſo daß die verlängerte *DB* ebenfalls an dieſe *PQ* anlaufen muß. Dadurch entſtehet der Winkel *PFA*, welcher die Höhe des Aequators für den Ort *A* angiebt. Es kan alſo für dieſen Ort *A* die Länge des Radius *AC*, ſamt der Gröſſe des Winkels *CAB*, welchen die von *A* nach dem Mittelpuncte der Erde gezogene *AC* mit *AB* der Scheitellinie des Orts *A*, einſchlieſſet, wie (271. 272) gewieſen worden iſt, aus der Geſtalt der Erde geſchloſſen werden. Dadurch wird der Winkel *CAL* ebenfals bekant, ſobald der *DAL* durch die Beobachtung gefunden iſt; *CL* aber iſt die Entfernung des Puncts *L* von *C*. Iſt demnach auch dieſe gegeben, ſo wird aus $CL : CA = \sin CAL : \sin ALC$ die Parallaxe *ALC*, von welcher hier die Rede iſt, für jede ſcheinbare Mittagshöhe gefunden, aber für keine andere.

§. 296. Es iſt aber nur alsdenn nöthig mit der angezeigten Strenge zu verfahren, wenn *CL* in Anſehung der *CA* etwas klein iſt, und alles ſehr genau genommen werden muß. Auſſerdem kan erſtlich für *CA* der mittlere Halbmeſſer der Erde (266) angenommen werden, von welchem dieſe veränderliche *CA* niemals vielmehr, als um ſeinen 360ſten Theil abweichet, welches keinen gröſſern Fehler in die Parallaxe bringen kan, als der den eben ſo vielſten Theil des Ganzen beträget: und zweitens kan man auch den Mittelpunct *C* ſelbſt in die Verticallinie *AB* ſetzen, dadurch der Winkel *CAB* vernichtet, und *CAL* dem *BAL* gleich gemacht wird. Denn der Winkel *CAB* iſt nie ſehr beträchtlich (273), wiewol der von der Vernichtung deſſelben herrührende Fehler gröſſer ſeyn

mag

mag, als der vorige. Es heiſſet aber, der *AC* eine beſtändige Gröſſe geben, und den Mittelpunct *C* in die Verticallinie *DB* bringen, in der That nichts anders, als der Erde die Geſtalt einer völlig runden Kugel zuſchreiben, denn es werden dadurch alle Mittagskreiſe derſelben zu Cirkeln gemacht. T. III. F. 50.

§. 297. Wird nun, wie bey den angezeigten Umſtänden immer geſchehen kan, die Erde als eine richtige Kugel betrachtet, ſo kan (*T. III. F.* 51.) *LAC* eine jede Verticalfläche vorſtellen, in welcher ſich der Punct *L* befindet, und der Winkel *ALC* die Parallaxe einer jeden Höhe, in welcher Verticalfläche dieſe auch genommen ſeyn mag. Demnach wird nunmehro vermittelſt der Proportion $CL : AC = \text{ſin } DAL : \text{ſin } ALC$ die Parallaxe der Höhe genau genug gefunden, und deſto genauer, je gröſſer *CL* in Anſehung der *AC* iſt. Es bleibt aber in dieſer Proportion die Verhältniß $CL : AC$ einerley, ſo lange der Abſtand des Körpers *L* von *C* nicht geändert wird. Und alsdenn komt es bey der Beſtimmung der Gröſſe der Parallaxe blos auf den Winkel *DAL* an, mit welchem dieſelbe zugleich wächſet und abnimt (294). Befindet ſich der Körper in der Verticallinie *DA*, ſo verſchwindet der Winkel *DAL* ganz und gar. Es kan alſo kein Körper, der ſich irgendwo in dieſer *DA* aufhält, einige Parallaxe haben, wie auch vor ſich leicht zu ſehen iſt. Entfernet ſich der Körper von *D*, nach *L*, *H*; ſo wird ſeine Parallaxe immer gröſſer, indem, wenn ſie klein genug iſt, die Parallaxe der Höhe ſelbſt, ſonſt aber ihr Sinus, in eben der Verhältniß zunimt, in welcher der Sinus des Winkels *DAL* wächſet. T. III. F. 51.

Die Horizontparallaxe.

§. 298. Es kan aber dieſer Winkel *DAL* nicht gröſſer werden, als der rechte Winkel *DAH*; weil *AH* in die Horizontfläche des Orts *A* fällt, die den ſichtbaren Theil des Himmels von dem unſichtbaren abſondert. Befindet ſich alſo ein Körper in *AH*, ſo iſt die Parallaxe ſeiner Höhe die gröſte unter allen, die er haben kan, und weil alsdenn $\text{ſin } DAH = 1$, ſo iſt $CH : AC = 1 : \text{ſin } AHC$. Dieſe gröſte Parallaxe wird die Horizontparallaxe des Körpers oder Puncts *H* genennet. Eben dieſe Horizontparallaxe des Puncts *H* iſt auch der Winkel, unter welchen der halbe Durchmeſſer der Erde *AC* aus *H* geſehen wird, ſo daß dieſer ſcheinbare Halbmeſſer, wie die Horizontparallaxe, aus der Entfernung *CH*, und aus dem Halbmeſſer *AC* ſelbſt, gefunden werden kan, und wenn *CH* nicht zu klein iſt, durch die Verdoppelung derſelben der Winkel

 in

T. III. F. 51. in welchem eben das Auge den ganzen Durchmeſſer der Erde ſehen würde, ohne merklichen Fehler herausgebracht wird. Man ſiehet leicht, daß dieſes auch bey einem jeden andern kugelrunden Körper gelten müſſe, deſſen Mittelpunt in C lieget. Die Horizontparallaxe des Puncts H aus A betrachtet, giebt immer zugleich den Winkel, in welchem der halbe Durchmeſſer AC einem Auge in H erſcheinet.

§. 299. Wenn wir der Kürze wegen den Winkel LAH, welcher die ſcheinbare Höhe des Puncts L über den Horizont angiebt, A nennen, die dazu gehörige Parallaxe ALC aber mit P, die Entfernung CH, mit D, und AC mit R bezeichnen; ſo wird die Proportion $CH : AC = ſin\, DAL : ſin\, ALC$ auch alſo ausgedruckt: $D : R = cos\, A : ſin\, P$. Denn es iſt $ſin\, DAL = cos\, LAH = cos\, A$. Nimt man aber anſtatt der Erde einen andern Körper, deſſen Halbmeſſer r gröſſer oder kleiner iſt als R, und anſtatt der Entfernung D, eine andere d, indem a die ſcheinbare Höhe dieſes andern Körpers, und p ſeine Parallaxe in dieſer Höhe bedeutet, ſo wird auch $d : r = cos\, a : ſin\, p$. Aus dieſen zwo Proportionen folgen, nachdem einige Glieder der einen dieſen oder jenen Gliedern der andern gleich ſind, oder ſonſt durch dieſelbe beſtimmt werden, verſchiedene nicht unerhebliche Schlüſſe, bey welchen wir uns deſto weniger aufzuhalten haben, je leichter es iſt, ſie herauszubringen. Das einzige wollen wir anmerken, daß wenn die Verhältniß $D : R$ immer einerley bleibt, und alſo der $d : r$ gleich iſt, die Parallaxen aber nicht viel über einen Grad betragen, ſeyn werde $cos\, A : cos\, a = P : p$. Iſt nun P die Parallaxe im Horizonte, ſo iſt $cos\, A = 1$, und es wird eine jede andere Parallaxe aus derſelben nach der leichten Vorſchrift $p = P.\, cos\, a$ berechnet.

§. 300. Nach dieſer Vorſchrift wird immer zu der ſcheinbaren Höhe a die Parallaxe p gefunden, welche von der a abgezogen, die wahre Höhe $a - p$ geben wird. Iſt aber dieſe wahre Höhe $a - p$ gegeben, und man ſol aus derſelben die Parallaxe, und vermittelſt derſelben die ſcheinbare Höhe a finden; ſo kan immer zu der Höhe $a - p$, als ob ſie die ſcheinbare wäre, die Parallaxe genommen werden. Dieſe wird von der p gar wenig verſchieden ſeyn, und wenn man ſie zu $a - p$ hinzuſetzet, a ſo genau geben, daß die zu dieſer Höhe, als ob ſie in der That die ſcheinbare wäre, gehörige Parallaxe als volkommen richtig angeſehen werden kan. Will man aber völlig genau verfahren,

fahren, ſo kan immer zu der durch die erſte Rechnung entdeckten a, als ob ſie volkommen richtig wäre, und die ſcheinbare Höhe ohne Fehler angäbe, die Parallaxe p noch einmal geſucht, und, anſtatt der vorigen, dieſe letztere p zu der wahren Höhe $a - p$ geſezt werden. *T.III.F.51.*

§. 301. Durch die Parallaxen der Höhen werden bey den himliſchen Körpern, die derſelben unterworfen ſind, die Mittagshöhen, die Abweichungen von dem Gleicher, die Entfernungen von der Mittagsfläche, und überhaupt alle Erſcheinungen geändert, in welche die Höhe einen Einfluß hat, und zu deren Beſtimmung ſie etwas beyträgt. Und dieſe Abweichungen betragen bey jedem dieſer Körper mehr oder weniger, nachdem ſeine Parallaxe in einer gewiſſen Höhe gröſſer oder kleiner iſt. Sie hat aber auch in der Sternkunde einen gar groſſen Nutzen, und dienet vornehmlich zu finden, wie weit ein Körper, deſſen Parallaxe nicht alzu klein iſt, von dem Mittelpuncte der Erde entfernet ſey. Man gebrauchet dazu vorzüglich die Horizontparallaxen, als die gröſten, die ein Körper haben kan. Wenn auch hier P dieſe Parallaxe, D die Entfernung des Körpers, und R den halben Durchmeſſer der Erde bedeutet, ſo giebt die Proportion $D : R = 1 : \sin P$, die Verhältniß $D : R$, ſo bald nur P gefunden iſt, und man hat die Entfernung D, weil R als bekant angeſehen wird.

§. 302. Es iſt andem, daß dieſes nur in dem Falle richtig ſey, wenn die Erde als volkommen rund betrachtet werden kan, und es verhält ſich die Sache etwas anders, wenn auf die Abweichung derſelben von der Geſtalt einer Kugel mit geſehen wird. Wenn hier (*T. III. F.* 50.) der Winkel DAL gerade iſt, und alſo L im Horizonte erſcheinet, ſo iſt $CAL = LAB + CAB = 90° + CAB$, und alſo $\sin CAL = \cos CAB$; wodurch aus der Proportion $CL : CA = \sin CAL : \sin ALC$ dieſe andere wird, $CL : CA = \cos CAB : \sin P$, in welcher P die Horizontparallaxe in der Mittagsfläche bedeutet; die nehmlich der Körper L haben würde, wenn er aus A genau in dem Puncte des Horizonts erſchiene, welches die Schiffer Süd nennen. Es wird aber, ſobald P bekant iſt, durch dieſe Proportion die Verhältniß $CL : CA$ ebenfals gegeben, weil man den Winkel CAB, für den Ort A, deſſen Breite bekant iſt, aus der Geſtalt der Erde herleiten kan (272): und es kan alsdann auch die Verhältniß der Entfernung CL zu einem jeden andern Radius der Erde gefunden werden, nachdem (271.) gewieſen worden iſt, wie jede zwo dergleichen *T.III.F.50.*

 chen

T.III.F.50. chen zu zween in der Oberfläche der Erde angenommenen Oertern gehörige Entfernungen durch die Breiten dieſer Oerter beſtimmt, und alſo mit einander verglichen werden können.

§. 303. Es werden aber auch, wenn alles ſo genau genommen, und die Abweichung der Geſtalt der Erde von einer Kugel mit in Betrachtung gezogen wird, ſelbſt die in den Mittagsflächen genommene Horizontparallaxen eines Körpers, an Oertern von verſchiedener Polhöhe oder Breite, von einander verſchieden. Denn wenn wir wieder *CL* durch *D*, den Radius der Erde für den Ort *A* durch *R*, und ſeine Horizontparallaxe in der Mittagsfläche durch *P* ausdrucken, und die Buchſtaben *d*, *r*, *p*, für einen andern Ort des Erdbodens eben dieſe Dinge bedeuten laſſen, anſtatt *cos CAB* aber, oder eines jeden andern dergleichen Winkels, die Einheit ſetzen, welches, da dieſe Winkel ſehr klein ſind, immer geſchehen kan, ſo wird $D : R = 1 : \mathit{ſin}\, P$, und $d : r = 1 : \mathit{ſin}\, p$. Da nun $D = d$, ſo flieſſet hieraus $R : r = \mathit{ſin}\, P : \mathit{ſin}\, p = P : p$. Es kan aber vermittelſt dieſer Proportion aus einer der *P*, *p* die andere geſchloſſen werden, wenn nur die Verhältniß der zu den beiden Oertern gehörigen *R*, *r* bekant iſt.

Die Horizontparallaxe eines himliſchen Körpers zu finden.

§. 304. Zu der würklichen Berichtigung der Horizontparallaxe eines himliſchen Körpers aber giebt es verſchiedene Wege, deren jeder ſeine Schwierigkeit hat, welche vornehmlich davon herrühren, daß dieſe Parallaxen überhaupt klein, und wenn wir den Mond ausnehmen, gar ſehr klein ſind, und alſo mit der äuſſerſten Sorgfalt beſtimmet ſeyn wollen. Es kan aber hier nur ein einziger dieſer Wege erkläret werden, weil die übrigen verſchiedenes vorausſetzen, ſo erſt in dem nachfolgenden beygebracht werden wird. Die Erde wird genommen, wie ſie iſt, und nicht als kugelrund betrachtet, ob wol die meiſten himliſchen Körper dieſes gar wohl erlauben.

T.III.F.52. §. 305. Es ſey (*T. III. F. 52.*) *PAEQ* einer der Mittagskreiſe der Erde, und in demſelben *A*, *E* zween Beobachtungsplätze, einer an dieſer Seite der Linie, der andere an der andern. Denn dieſes iſt beſſer, als wenn ſie beide an eben der Seite des Gleichers genommen werden; und überhaupt wird die Parallaxe deſto zuverläßiger herausgebracht, je weiter dieſe Plätze *A*, *E* von einander entfernet ſind.

ſind. Werden nun, indem ſich der Punct L, deſſen Parallaxe geſucht wird, in der Mittagsfläche eben dieſer Oerter A und E befindet, nach denſelben die zwo Linien AL und EL gezogen, ſo iſt (291) gewieſen worden, wie der Winkel ALE zu finden ſey, und wir können alſo dieſen Winkel hier als bekant annehmen. Die von L nach dem Mittelpuncte der Erde C gezogene LC theilet dieſen Winkel in zween Theile, ſo daß $ALC + CLE = ALE$; und weil dieſe Winkel ſehr klein ſind, ſo kan auch geſetzt werden $\sin ALC + \sin CLE = \sin ALE$. Werden nun auch zu den Stellen A und E, deren Breiten bekant ſeyn müſſen, die Scheitellinien DB, GF, und nach dem Mittelpuncte der Erde C die AC, EC gezogen: ſo ſind die Winkel CAB, CEF ſamt den Entfernungen AC und EC aus der Geſtalt der Erde bekant: die Winkel DAL aber und GEL können gemeſſen werden, worauf BAL und FEL, wie auch $CAL = CAB + BAL$ und $CEL = CEF + FEL$ ſich ebenfals darbieten Nun iſt $AC : CL = \sin ALC : \sin CAL$, und $EC : CL = \sin CLE : \sin CEL$; folgends $AC . \sin CAL = CL . \sin ALC$, und $EC . \sin CEL = CL . \sin CLE$. Wird nun gleiches zu gleichen geſetzt, ſo kömt $AC . \sin CAL + EC . \sin CEL = CL . \sin ALC + CL . \sin CLE = CL (\sin ALC + \sin CLE) = CL \sin ALE$; und wenn beiderſeits durch $\sin P$ multipliciret wird $(AC . \sin CAL + EC . \sin CEL) \sin P = CL . \sin P . \sin ALE$. Es ſol hier P wieder die in der Mittagsfläche genommene Horizontparallaxe des Orts A bedeuten, wodurch wird $CL : AC = 1 : \sin P$, und alſo $CL . \sin P = AC$, welches an den gehörigen Ort geſetzt, giebt: $(AC . \sin CAL + EC . \sin CEL) \sin P = AC . \sin ALE$, oder $(AC . \sin CAL + EC . \sin CEL) : AC = \sin ALE : \sin P = ALE : P$. T.III.F.52.

§. 306. Dieſe Proportion beſtimt allerdings die Parallaxe P aus dem Winkel ALE durch hinlänglich bekante Dinge. Es muß aber in derſelben in dem Falle, da E an eben der Seite des Gleichers liegt, an welcher ſich A befindet, zum erſten Gliede, anſtatt der Summe, der Unterſchied $AC . \sin CAL - EC . \sin CEL$ genommen werden, wie gar leicht zu ſehen iſt. Iſt $CE = CA$, welches immer geſetzt werden muß, wenn man der Erde die richtige Geſtalt einer Kugel zuſchreibet, ſo kömt für den erſten Fall $\sin CAL + \sin CEL : 1 = ALE : P$ und für den zweiten $\sin CAL - \sin CLE : 1 = ALE : P$, welches ſich ſogleich zeiget, wenn in dem erſten Gliede der Proportion AC anſtatt EC geſchrieben wird.

Zuſam-

Zuſammengeſetzte Parallaxe.

T.III.F.52. §. 307. Die bisher betrachtete Parallaxe können wir die Einfache nennen, weil ſie durch den einzigen Winkel *ALC* gegeben wird. Sie hat in dem Falle ſtatt, wenn die drey Puncte *A*, *C* und *L* ſämtlich in eben der Fläche liegen, in welcher alſo *L* ſowol aus *A* als aus *C* geſehen wird, ſo daß von der Lage dieſer Fläche keine Frage iſt. Nun kan zwar durch die drey Puncte *A*, *C* und *L* immer eine Fläche gelegt werden: es bekomt aber dieſe Fläche nicht immer eine ſchickliche Lage, welche in der Aſtronomie mit Bequemlichkeit könte ge-
T.IV.F.53. braucht werden. In ſolchen Fällen wird (*T. IV. Fig.* 53.) nur durch den einen Standpunct *A*, und durch den Gegenſtand *L* eine Fläche *DM* gelegt, welche ſich zu den übrigen Abſichten ſchicket, durch den Punct *C* und *L* aber eine andere von eben der Art *EM*, welche die vorige ſchneiden wird. Geſchiehet dieſes in *LM*, ſo wird erſtlich die Gröſſe des Winkels *CMN* ausgemacht, welchen die Flächen *DM* und *EM* mit einander einſchlieſſen; und zweitens der Unterſchied der beiden Winkel *ALM* und *CLM* erforſchet, welchen die in dieſen Flächen gezogene *AL* und *CL* mit der Schneidungslinie *LM* einſchlieſſen. Dieſes giebt eine zuſammengeſetzte Parallaxe, weil dabey zween Winkel gebraucht werden, deren jeder ſeine beſondere Benennung bekommen kan.

§. 308. Sie komt fürnehmlich bey der Erde vor, wenn dieſe nicht als
T.IV.F.54. eine volkommen runde Kugel betrachtet werden kan. Es ſey (*T. IV. F.* 54. 55.)
55. *A* ein Punct in der Oberfläche der Erde, und *DAG* ſey die Verticallinie deſſelben, *L* der aus *A* betrachtete Gegenſtand, und durch dieſen *LM* der *DG* parallel, welche folgends in eine der Verticalflächen des Orts *A* fallen, und *ALM* dem Winkel *DAL* gleich machen wird. Es wird nun nicht angenommen, daß dieſe Verticalfläche *AGML* die Mittagsfläche des Orts *A* ſey. Sie würde es aber ſeyn, wenn ſie zugleich durch den Mittelpunct der Erde *C* hindurch gienge, welchen man ſich demnach auſſerhalb derſelben *AGML*, an dieſer oder jener Seite vorſtellen muß. Es ſey aber durch dieſen Mittelpunct *C* eine andere Fläche *CME* dergeſtalt gelegt, daß *DG* auf dieſelbe perpendicular falle, welche Fläche *CMG* demnach dem Horizonte des Orts *A* parallel ſeyn, und die Fläche *AGML* dergeſtalt ſchneiden wird, daß auch *AGM* und *GML* rechte Winkel werden. Wird aber auch von dem Mittelpuncte der Erde *C* nach *L* die *CL* gezogen, und *CM* verknüpft, ſo wird das Dreyeck *CML* ebenfalls

falls bey *M* rechtwinklicht, und in demſelben der Winkel *LCM* die wahre Hö- T. IV. F. 54.
he, in welcher *L* einem Auge in *C* erſcheinen würde, folgends *CLM* die Ergänzung die- 55.
ſer Höhe. Der Winkel *CMG* aber iſt derjenige, welchen die durch *C* gelegte Fläche *CML* mit der durch *A* gelegten *DGML* einſchlieſſet, und wird zuerſt geſucht.

§. 309. Zu dem Ende wird in der Fläche *CMG*, aus dem Mittelpuncte der Erde *C* durch das Punct *G*, in welchem die verlängerte Verticallinie *DA* dieſe Fläche erreichet, die *CG* gezogen, und nach Belieben in *H* verlängert, welche *CGH* eben die Linie ſeyn wird, ſo in der 50ſten Figur mit den nehmlichen Buchſtaben bezeichnet iſt. Es wird alſo dieſe *CGH* der Mittagslinie des Orts *A* parallel laufen: und weil *C* uns, die wir die mitternächtige Hälfte des Erdbodens bewohnen, von dem Puncte *G* gegen Norden liegt, ſo wird der Winkel *HGM* das Azimuth des Körpers *L*, wie dieſes einem Beobachter in *A* erſcheinet, und einem Auge in *G* erſcheinen würde, vorſtellen. Es iſt nehmlich die durch *ACH* zu legende Fläche die Mittagsfläche des Orts *A*, welche mit der durch *L* gehenden Verticalfläche den Winkel *HGM* einſchlieſſet, der immer von der Südſeite, durch Oſt oder Weſt, nach der Nordſeite zu gerechnet wird, und alſo, wie in der 54ſten Zeichnung, kleiner, oder wie in der 55ſten, gröſſer ſeyn kan, als ein rechter Winkel. Wird nun dieſes Azimuth Z genennet, der Winkel *CLM* aber *B*, indem *CL* noch immer durch *D*, die Entfernung des Puncts *A* von dem Mittelpuncte der Erde, oder der Radius *AC* durch *R*, und der Winkel *CAG* durch *a*, die in der Mittagsfläche *ACH* genommene Horizontparallaxe aber durch *P* bedeutet wird, ſo iſt

$$CG : R = \sin a : 1$$
$$R : D = \sin P : 1$$
$$D : CM = 1 : \sin B$$
$$CM : CG = \sin Z : \sin CMG.$$

Alſo $\sin B . \sin CMG = \sin a . \sin P . \sin Z$, und $\sin B : \sin a . \sin Z = \sin P : \sin CMG = P : CMG$. Der vermittelſt dieſer Proportion zu findende Winkel *CMG*, kan die Parallaxe des Azimuths genennet werden.

§. 310. Um nun auch die Parallaxe der Höhe, oder den Unterſchied der Winkel *ALM* und *CLM* zu finden, drehe man die Fläche *CLM* ſo lange um *LM*, bis ſie durch *DG* hindurch gehet. Bey dieſer Bewegung beſchreibet *CM* den Cirkelbogen *CE* um den Mittelpunct *M*, und es wird *EM* = *CM*, indem auch *EL* der *CL*, und der Winkel *ELM* dem *CLM* gleich bleiben.

T.IV.F.54. 55. Alſo iſt *ALE*, der Unterſchied der beiden Winkel *ALM* und *ELM*, die verlangte Parallaxe. Nun iſt aber der Bogen *CE* ſo klein, daß er für eine gerade Linie angenommen werden kan, welche auf *EM* perpendicular fällt, und das bey *E* rechtwinklichte Dreyeck *CEG* ſchlieſſet, zu welchem *HGM* = Z, und alſo *ſin CGE* = *ſin HGM* = *ſin* Z, folgends *ſin GCE* = *cos* Z. Es iſt demnach *GC* : *GE* = 1 : *cos CGE* = 1 : *cos* Z, und alſo *GE* = *GC*. *cos* Z. Wird nun auch *AE* gezogen, ſo kan aus dieſer *GE*, und der ebenfalls bekanten *AG* der Winkel *EAG* gefunden werden, welcher zu dem aus der Beobachtung bekanten *LAG* hinzugeſetzt, oder davon abgezogen, nach dem *HGM* ſpitzig oder ſtumpf iſt, den Winkel *EAL* giebet. Alsdenn beſtimmet die Proportion *EL* : *EA* oder auch *D* : *R* = *ſin EAL* : *ſin ALE* die geſuchte Parallaxe. Es wird aber die Linie *AG* als bekant angeſehen, weil ſie aus dem bekanten Winkel *CAG*, welchen die Verticallinie *DG* mit dem Radius *AC* einſchlieſſet, und aus dieſem Radius *AC* leicht zu finden iſt, wenn man ſie als eine Seite des Dreyecks *AGC* anſiehet. Eben ſo leicht wird auch die dritte Seite *GC* dieſes bey *G* rechtwinklichten Dreyecks *AGC* gefunden, aus welcher *GC* und dem Winkel *CGE* alsdenn auch die *GE*, wie eben geſagt worden iſt, zu berechnen ſtehet.

§. 311. Eben dieſe Parallaxe kan auch gefunden werden, wenn man *GL* ziehet, und annimt daß ſie der *EL* gleich ſey, welches wegen des geringen Unterſchiedes dieſer Linien gar wol geſchehen kan. Alsdenn iſt *ALG* die Parallaxe zu den Standpuncten *A* und *G*, deren letzteres in den Mittelpunct der Erde fält, wenn man dieſe als kugelrund anſiehet, und *AG* für ihren Halbmeſſer nimt. Dieſe Parallaxe *ALG* wird alſo, wie (297) gewieſen worden iſt, gefunden, und vermittelſt derſelben der Winkel *DGL*, ſamt deſſen Ergänzung *LGM*. Aus dieſem Winkel wird ferner vermittelſt der Proportion *EL* : *EG* = *ſin LGM* : *ſin ELG*, der Winkel *ELG* geſchloſſen, welcher, wenn *HGM* ſpitzig iſt, von *ALG* abgezogen, iſt er aber ſtumpf, zu *ALG* hinzugeſetzt, die verlangte Parallaxe *ALE* geben wird.

§. 312. In der erſten dieſer Proportionen *ſin B* : *ſin a*. *ſin* Z = *P* : *CMG*, da *CMG* die Parallaxe des Azimuths vorſtellet, iſt *a* immer ſehr klein, wodurch auch das zweite Glied derſelben *ſin a*. *ſin* Z viel kleiner wird als das erſte. Alſo

iſt immer CMG viel kleiner, als die in der Mittagsfläche genommene Horizont- T. IV. F. 54. 55.
parallaxe P, und beträgt auch bey der allergröſten P, die wir an dem Himmel wahrnehmen, etwas gar geringes. Dadurch wird unnöthig, es mit den Winkeln B und Z ſo genau zu nehmen, weil dieſe Winkel weit genug von der Wahrheit abweichen können, ohne daß deswegen CMG um eine Secunde zu groß oder zu klein komme. Eben dieſes iſt auch richtig, wenn zur Erfindung der Parallaxe der Höhe GE geſucht wird. Da der Winkel EAG immer ſehr klein iſt, ſo kan ein geringer Fehler bey dieſer Linie, welcher davon herrühret, daß in $GE = GE. \cos Z$, das Azimuth Z etwas zu groß oder zu klein genommen worden, den Winkel EAG nicht ſo ſehr ändern, daß dadurch des vermittelſt der Proportion $D : R = \text{ſin}\, EAL : \text{ſin}\, ALE$ geſuchten Winkels ALE Abweichung von der ſtrengſten Wahrheit beträchtlich würde. Und überal kan AG dem zu dem Orte A gehörigen Radius der Erde AC gleich genommen werden. Aber vorzüglich klein iſt der Winkel GLE, und es kan faſt gar nichts betragen, wenn bey der Berechnung deſſelben anſtatt EG die CG genommen wird. Dieſe und andere dergleichen Kunſtgriffe können die Berechnungen der Parallaxen, bey welchen auf die eigentliche Geſtalt der Erde mit geſehen werden muß, merklich erleichtern. So lang aber dieſe Geſtalt, und vornehmlich die Verhältniß des Durchmeſſers des Gleichers der Erde zu der Länge ihrer Axe, nicht mit völliger Zuverläßigkeit beſtimmet wird, bleiben die Parallaxen des Mondes immer zweifelhaft; wiewol dieſe Zweifel gröſtentheils nur faſt unmerkliche Kleinigkeiten betreffen können, wenn die Geſtalt der Erde von einer vollkommen runden Kugel viel weniger abweichet, als gemeiniglich angenommen wird. Die übrigen himliſchen Körper ſind ſo weit von der Erde entfernet, und ihre Parallaxen, ſo klein, daß die Fehler, welche bey denſelben entſtehen, wenn man, wieder die ſtrengſte Wahrheit, der Erde die Geſtalt einer genauen Kugel zuſchreibt, kaum jemals in Betrachtung kommen.

Der
Aſtronomiſchen Vorleſungen
fünfter Abſchnitt.
Von der Fläche der Sonnenbahn.

Gröſſe und Entfernung der Sonne.

§. 313.

Nach den Fixſternen, welche die Sternforſcher auch aus der Urſache betrachten und in Ordnung bringen muſten, damit ſie ſich in den Stand ſetzten, auf eine leichte Art von den Stellen und Bewegungen der übrigen himliſchen Körper richtige Begriffe zu erlangen, biethet ſich unſerer nächſten Betrachtung die Sonne vorzüglich dar. Dieſe erſcheinet uns nicht als ein bloſſer Punct, wie uns die Fixſterne erſcheinen, wenn wir ſie durch Fernröhre anſehen (139); die ſie von den Nebenſtrahlen befreyen, welche die von denſelben erleuchtete Lufttheilchen in das Auge bringen. Denn dieſe machen, daß die mit den bloſſen Augen betrachteten Fixſterne blinken, und gröſſer erſcheinen, als ſie ſolten, weil wir die Nebenſtrahlen von denen, die unmittelbar von dem Körper des Sterns kommen, nicht zu unterſcheiden wiſſen. Die Sonne erſcheinet uns als eine Scheibe von beträchtlicher Gröſſe, deren Theile gemeiniglich gleich ſtark leuchten, ſie mögen in der Mitte der Scheibe, oder bey ihrem Rande liegen, wenn ſie nur einander gleich genommen werden. Bey dem allen zweifelt niemand, daß die Sonne die Geſtalt einer Kugel habe; und wer dieſes leugnen wolte, könte gar leicht durch die von Zeit zu Zeit in derſelben zum Vorſchein kommende dunkle Flecken überführet werden. Denn dieſe zeigen durch ihre Bewegung, daß die Sonne nicht immer eben die Seite gegen uns kehre, ſondern ſich, wiewol langſam, um ihren Mittelpunct herumdrehe. Es kan aber kein ſich drehender Körper uns immer als eine Scheibe erſcheinen, wenn er nicht die Geſtalt einer Kugel hat.

§. 314. Der halbe Durchmeſſer der Sonnenſcheibe zeiget ſich uns nie unter einem Winkel, der kleiner wäre als 15 Minuten und 47 Secunden, und wächſet bis zu 16 Minuten und 19 Secunden, zwiſchen welchen zwo Zahlen 16 Minuten und 3 Secunden in der Mitte ſtehen. Bey einem ſo kleinen Winkel kan der halbe Durchmeſſer dieſer Scheibe von dem halben Durchmeſſer der Sonne ſelbſt, nicht merklich verſchieden ſeyn, wie jederman leicht ſehen wird, der nur die Augen auf (*T. IV. Fig.* 56.) wirft, in welcher *S* den Mittelpunct der von der Erde unter dem Winkel *ATB* geſehenen Sonne, *AS* oder *SB* ihren halben Durchmeſſer, *AB* den Durchmeſſer der Scheibe, die wir zu ſehen vermeinen, und *AC* ſeine Hälfte vorſtellt. Denn der Winkel *SAC* iſt weder gröſſer noch kleiner als *ATS*. Es verhält ſich alſo der halbe Durchmeſſer der Sonne *AS* zu *AC* dem Halbmeſſer der Scheibe, wie der Radius zu dem Coſinus eines Winkels, welcher aufs höchſte $16\frac{1}{3}$ Minuten ausmachet. Woraus folgt, daß der Unterſchied dieſer zwo Linien *AS*, *AC* kaum 112 ſolcher Theile betrage, deren zehen Millionen die *AS* ausmachen. Bey ſo geſtalten Sachen giebt jede der angegebenen Zahlen, wenn ſie verdoppelt wird, den ſcheinbaren Durchmeſſer der Sonne, welcher demnach veränderlich, und zu einer Zeit gröſſer iſt, als zu einer andern. Dieſe Veränderung zeigt, daß die Sonne bald der Erde näher ſey, bald ſich mehr von derſelben entferne. Denn wovon ſolte ſie ſonſt herrühren? *T. IV. F.* 56.

§. 315. Die Parallaxe der Sonne, ſelbſt diejenige, mit welcher ſie uns in dem Horizonte erſcheinet, iſt ſchwer auszumachen; wenigſtens wollen die erklärten Mittel nicht hinlangen, dieſelbe mit einer zuverläßigen Richtigkeit zu beſtimmen. Dieſes zeigt, daß ſie ſehr geringe ſeyn müſſe, und überführet uns von einer gar groſſen Entfernung der Sonne von unſerer Erde. Durch andere Wege, welche eine nähere Käntniß des Himmels darbiethet, iſt man endlich dahin kommen, daß dieſe Horizontparallaxe mit einiger Zuverläßigkeit auf $8\frac{1}{2}$ Secunden geſezt werden kan: etwas darüber oder darunter. Und vermittelſt dieſer Parallaxe iſt es leicht den Abſtand der Sonne von uns, mit dem halben Durchmeſſer der Erde zu vergleichen. Denn wenn (*T. IV. Fig.* 57.) *T* den Mittelpunct der Erde und *S* der Mittelpunct der Sonne iſt, und der Winkel *AST*, als die Horizontparallaxe des Puncts *S*, auf 8,6 Secunden geſezt wird: So muß *TS* 206264,8 Theilchen enthalten, deren 8,6 auf *TA* gehen (80): weil die erſte dieſer Zahlen die Menge der in *TS* enthaltenen Secunden des Bogens *TA* ausdrücket, (299. 294), und *T. IV. F.* 57.

 alſo

T.IV.F.57. alſo *TA* ſich zu *TS* wie 86 zu 2062648, oder wie 1 zu 23984 verhalten. Es iſt alſo der Mittelpunct der Sonne beynahe um 23984 halbe Durchmeſſer der Erde von dieſer entfernet, welche Zahl 860 mal genommen (267), die Zahl der in dieſer Entfernung enthaltenen Meilen 20626240 giebt. Wir können 20 Millionen von Meilen ſetzen, welche Zahl von der wahren gar wenig abweichet.

§. 316. Was aber die Verhältniß des halben Durchmeſſers der Sonne *SB* zu dem halben Durchmeſſer der Erde *TA* anlangt: ſo iſt auch ohne Beyhülfe der oben beygebrachten Anmerkungen blos aus der gegenwärtigen Zeichnung zu ſchlieſſen, daß dieſe Verhältniß *SB* : *TA* der Verhältniß des Winkels *BTS* zu dem Winkel *AST*, das iſt, der Verhältniß des ſcheinbaren Halbmeſſers der Sonne, zu der Horizontparallaxe derſelben, gleich ſeyn werde. Da alſo die mittlere Gröſſe von *BTS*, 16 Minuten und 3 Secunden oder 963 Secunden beträgt (314), ſo iſt $SB : AT = 963 : 8,6 = 112 : 1$, und der halbe Durchmeſſer der Sonne iſt 112 mal ſo groß, als der Halbmeſſer der Erde.

§. 317. Bey dieſer Gröſſe der Sonne, welche macht, daß bey ihrer ungeheuren Entfernung ſie uns dennoch unter einem Winkel erſcheinet, deſſen Bogen gröſſer iſt als die Hälfte eines Grades, iſt die von der Erde gezogene Linie, welche ihren Ort an dem Himmel beſtimmen ſoll, immer durch den Mittelpunct derſelben zu ziehen, welches einige Schwierigkeit macht, da dieſer Punct nicht beſonders bezeichnet iſt. Doch da eben die gerade Linie, welche nach dem Mittelpuncte der Sonnenſcheibe gehet, verlängert, auch durch den Mittelpunct ihres Körpers gehen muß: ſo kan die Höhe dieſes Puncts aus der Höhe des obern oder untern Randes der Scheibe geſchloſſen werden, wenn man von jener, den durch eine beſondere Beobachtung oder ſonſt bekanten ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne, abziehet, oder zu dieſer zuſetzet. Und wenn der Zeitpunct geſucht wird, in welchem der Mittelpunct der Sonne, durch die Mittagsfläche gehet: ſo können die zween Zeitpuncte angemerket werden, in deren erſten der vorhergehende, und in dem zweiten der nachfolgende Rand der Sonne, dieſe Fläche berühret. Denn der geſuchte Zeitpunct ſtehet zwiſchen dieſen zween genau in der Mitte. Geſchickte Beobachter wiſſen noch andere Wege, zu dieſem Zwecke zu gelangen.

Von

Von dem Schatten der Sonne.

§. 318. Es kan zur Beſtimmung des Standes der Sonne auch der Schatten gebraucht werden, welchen ein jeder von derſelben erleuchteter Körper hinter ſich wirft, oder ein vermittelſt eines Lochs von den übrigen abgeſonderter Strahl derſelben, wenn nur dabey mit der gehörigen Vorſicht verfahren wird. Denn es komt auch hier auf die gerade Linie an, welche von dem Beobachtungsplatze nach dem Mittelpuncte der Sonne gehet. Wenn nun die Sonnenſtrahlen ſich ſämtlich von dieſem Mittelpuncte nach allen Seiten erſtreckten; ſo wäre es gar leicht dieſe Linie zu ziehen: und in der That würde alsdenn der Mittelpunct das einzige ſeyn, ſo wir an der Sonne ſehen konten. Wir wollen zuerſt ſetzen, daß ſich die Sache ſo verhalte. Sie verhält ſich auch würklich ſo; nur iſt der Mittelpunct nicht der einzige Punct der Sonne, von welchem die Lichtſtrahlen nach allen Seiten fortgehen: ſondern es iſt von einem jeden andern Puncte ihrer Oberfläche eben das zu ſagen. *T.IV.F.57.*

§. 319. Iſt nun *S* (*T. IV. Fig.* 58.) der Punct, von welchem die Lichtſtrahlen dergeſtalt ausflieſſen, ſo muß ein jeder demſelben entgegengeſetzte Körper einen Schatten werfen, der ins unendliche läuft, ſonſt aber eine abgekürzte Pyramide, einen abgekürzten Kegel oder andern dergleichen Körper bildet, in deſſen Oberfläche man gerade Linien ziehen kan, die ſämtlich nach *S* laufen; und eine eben dergleichen Geſtalt muß auch der durch ein Loch erleuchtete Raum eines ſonſt finſtern Behältniſſes bekommen. Wenn nehmlich in der Fläche *ASB* zweener von *S* ausflieſſenden Strahlen *SA* und *SB*, von einem derſelben bis an den andern, ein Körper reichet, in welchem die Linie *CD* gezogen werden kan; ſo läuft der von dieſer *CD* beſchattete Raum, zwiſchen *CA* und *DB* ohne Ende fort, indem er immer breiter und breiter wird: und eben die Bewantniß hat es auch mit dem von den Strahlen zwiſchen *SA* und *SB* erleuchteten Raume, wenn *CD* eine Ritze iſt, die das Licht durchläſſet. Hieraus aber iſt die Geſtalt des Schattens, welchen der daſelbſt angebrachte Körper wirft, oder des Raums, welcher durch ein an eben dem Orte gebohrtes Loch erleuchtet wird, leicht zu beurtheilen. *T.IV.F.58*

§. 320. Der Winkel *ASB*, welchen die zween äuſſerſten Strahlen *AS*, *BS* einſchlieſſen, zwiſchen welchen die von der Linie *CD* beſchattete, oder durch dieſelbe erleuchtete ebene Fläche *CADB* enthalten iſt, iſt derjenige, in welchem ein

Auge

T. IV. F. 58. Auge in *S* die *CD* ſehen würde; oder die Parallaxe des aus den zween Puncten *C* und *D* beobachteten Mittelpuncts der Sonne *S* (292). Wird alſo *CD* bey der Oberfläche der Erde angenommen, ſo kan ſie groß genug ſeyn, ohne daß dieſer Winkel *ASB* im geringſten zu merken wäre. Alsdenn aber erſcheinen uns die Strahlen *CA*, *DB* ſo, als ob ſie aufs genauſte parallel wären; und der Ort der Sonne, welchen einer dieſer Strahlen angiebt, iſt von dem durch den andern angegebenen, nicht verſchieden. Der Schatte eines nicht allzugroſſen Körpers aber, wie auch der durch ein Loch von mäßiger Gröſſe erleuchtete Raum, durch zwo einander parallel liegende Flächen geſchnitten, geben Priſmen oder Cylinder, deren einander entgegengeſetzte Grundflächen gleich ſind, und gleiche einander parallel laufende Seiten haben, die gleiche Winkel einſchlieſſen. Woraus die Geſtalt des Schattens, den eine Platte, deren Umkreis überal gleichweit von einer ebenen Fläche entfernet iſt, auf dieſe Fläche wirft, und die Geſtalt des, durch ein auf eben die Art gebohrtes Loch erleuchteten Theils derſelben, gar leicht zu ſchlieſſen iſt.

§. 321. Da aber, was wir angenommen haben, die Wahrheit nicht iſt; indem die Sonnenſtrahlen nicht von einem Puncte derſelben allein ausflieſſen, ſondern ein jedes Punct ihrer Oberfläche uns die ſeinigen zuſendet: ſo kan auch alles
T. IV. F. 59. dieſes den Erſcheinungen nicht völlig gemäß ſeyn. Wenn *MN* (*T. IV. Fig.* 59.) eine Fläche vorſtellt, welcher die körperliche Linie *CD* parallel iſt, und auf dieſe, vermittelſt der ſich von dem Mittelpuncte der Sonne *S* nach *MN* erſtreckenden Strahlen, den Schatten *AB* wirft: ſo iſt es zwar, bey den angezeigten Umſtänden, nicht möglich das Viereck *CABD* von einem Parallelogram zu unterſcheiden. Es erſtrecken ſich aber auch, von den an der Seite *R* liegenden Theilen der Sonne, Strahlen nach *MN*, deren äuſſerſter, welcher bey *C* nicht gehemmet wird, nach *E* gehet, und durch dieſe Strahlen wird der Raum *AE* erleuchtet. An der andern Seite des Schattens leiſten die Theile der Sonne bey *T* eben dieſes. Sie erleuchten *FB*, und durch beides wird der Raum *EF*, auf welchen gar kein Licht fallen kan, kleiner als *AB*, und deſto kleiner, je weiter *CD* von der Fläche *MN* entfernet iſt. Ja es kan, wenn *CD* immer mehr und mehr von der *MN* entfernet wird, der Raum *EF* endlich zu einem Puncte werden, und bey einer noch gröſſern Entfernung gar verſchwinden.

§. 322. Iſt aber *CD* eine Ritze, durch welche die ſich von dem Mittelpuncte der Sonne nach *MN* erſtreckende Strahlen auf *AB* fallen, und dieſen

Raum

Raum erleuchten: ſo fallen von der Seite *T* noch andere Strahlen auſſer *A* nach *T.IV.F.*59.
M zu, und der letzte derſelben iſt *TG*, welcher dergeſtalt durch *C* gehet, daß er die Sonne bey *T* berühret. Von der andern Seite *R* iſt eben das zu ſagen, allwo *RH* den äuſerſten der Strahlen nach *N* vorſtellt, die durch die Oeffnung *CD* kommen können. Es wird alſo nunmehr der ganze Raum *GH* erleuchtet, welcher den vorigen *AB* deſto mehr übertrifft, je weiter man die Ritze *CD* von der Fläche *MN* entfernet.

§. 323. Die Winkel *ACE*, *ACG* ſind den Winkeln *SCR*, *SCT* gleich, in welchen die halben Durchmeſſer der Sonne aus *C* geſehen werden; und eben die Bewandniß hat es auch mit den Winkeln *BDF*, *BDH*, wenn das Auge in *D* geſetzt wird. Iſt alſo $CS = DS$, und folgends auch $AS = BS$, ſo ſind die Winkel *ACE*, *ACG*; *BDF*, *BDH* einander ſämtlich gleich, welches immer der Fall iſt, wenn *CD* bey der Oberfläche der Erde genommen wird. Dieſes öfnet einen ſehr leichten Weg, den Winkel *CAN*, oder *DBN*, welchen der von dem Mittelpuncte der Sonne *S* auf *A* oder *B* einfallende Strahl mit der *MN* einſchlieſſet, aus den Winkeln *CEN* und *DFN*, oder *CGN* und *DHN* zu finden. Denn es iſt $CAN = CEN - ACE$, und $DBN = DFN + BDF$, welches letztere giebt $CAN = DFN + ACE$, alſo $2CAN = CEN + DFN$: und ſo auch $CAN = CGN + ACG$, und $DBN = DHN - BDH$, das iſt: $CAN = DHN - ACG$, alſo $2CAN = CGN + DHN$.

§. 324. Es höret aber der Schatten des Körpers *CD* bey *E* oder *F* nicht mit einemmal auf, ſondern er wird von dieſen Puncten nach *G* und *H* zu immer ſchwächer und ſchwächer, weil immer mehr Sonnenſtrahlen, bey *C* und *D* vorbey, auf ein jedes Punct der *EG* und *FH* fallen, je mehr ſich daſſelbe von *E* gegen *G*, oder von *F* gegen *H* entfernet: und wenn *CD* eine Ritze iſt, ſo nimt aus eben der Urſache das Licht von *G* gegen *E*, und von *H* gegen *F* immer zu. Es iſt alſo nicht möglich die Puncte *E*, *F*, oder *G*, *H* mit der Richtigkeit anzugeben, die zu einer recht genauen Beſtimmung der Winkel *CEN*, *DFN*, oder *CGN*, *DHN* erfordert wird. Da aber, wenn man nur auf die Stärke des Lichts acht hat, dadurch, daß anſtatt der *E*, *F*, oder *G*, *H* Puncte angenommen werden, die den *A*, *B* näher liegen als die wahren, der eine der beiden Winkel *CEN*, *DFN*, oder *CGN*, *DHN*, faſt um eben ſo viel gröſſer wird, als der andere abnimt, ſo können die dadurch in die Summen $CEN + DFN$,

T.IV.F.59. und *CGN* + *DHN* gebrachten Fehler ſo groß nicht ſeyn, und es wird dem ohngeachtet der Winkel *CAN* gar richtig gefunden. Gemeiniglich wird *EF* oder *GH* bey *K*, und *CD* bey *I*, in gleiche Theile getheilet, und angenommen, daß die durch die Theilungspuncte gezogene *KI* nach dem Mittelpuncte der Sonne *S* gehen werde. Dieſes iſt ebenfalls nicht völlig richtig, weil *AE* der *BF* und *GA* der *BH* nicht immer gleich ſind, und alſo *K* die *AB* nicht nothwendig in zwey gleiche Theile theilet, welches doch geſchehen muß, wenn *KI* der *AC* oder *DB* parallel werden ſoll. Es iſt aber auch, wenn der Winkel *DHN* nicht gar ſehr ſpitzig iſt, dieſer Fehler ſehr gering.

Ein Mittagsweiſer.

§. 325. Dieſe Sätze ſind überhaupt von beträchtlichen Nutzen: gegenwärtig aber ſollen ſie nur dienen einen deſto deutlichern Begriff von einem Gnomon zu erhalten, welchen wir einen Mittagsweiſer nennen können. Dieſer beſtehet aus einer in der Fläche des Horizonts gezogenen in gleiche Theile getheilten Mittagslinie, und aus einem über dieſe Fläche ſchicklich erhabenen Körper, welcher ſeinen Schatten auf die Mittagslinie wirft, oder einen Sonnenſtrahl durch eine zu dem Ende angebrachte Oeffnung auf dieſelbe fallen läßt. Er dienet ſowol den Augenblick der Zeit anzugeben, in welchem der Mittelpunct der Sonne durch die Mittagsfläche gehet, als auch zu dieſem Zeitpuncte die Höhe der Sonne zu finden.
T.IV.F.60. Die ſechzigſte Zeichnung ſtellet einen zu dieſem Endzwecke beſtimten Weiſer ſo ungekünſtelt vor, als er nur kan gemacht werden. In demſelben iſt *AB* die getheilte Mittagslinie, und *CB* auf dieſe perpendicular, alſo *ABC* die Mittagsfläche. Man begreifet ohne Schwierigkeit, wie der auf dieſe Linie *AB* geworfene Schatten des Puncts *C* den Zeitpunct angeben könne, in welchem der Mittelpunct der Sonne durch die Fläche *ABC* gehet. Fällt nun alsdenn der Schatten dieſes Puncts *C* in *D*, ſo wird die Höhe der Sonne durch die Verhältniß der *DB* zur *CB* alsbald gegeben, welche *CB* alſo ein vor allemal durch die Theile der *AB* genau gemeſſen werden muß. Denn es verhält ſich *DB* zur *CB*, wie der Radius zur Tangente der Höhe *CDB*.

§. 326. Bey der ungekünſtelten Einrichtung des Gnomon, welche die Zeichnung vorſtellet, wird *BD* immer zu kurz, und alſo *CDB* zu groß gefunden. Doch giebt es Fälle, in welchen man mit der Länge des Schattens, wie ſie auf *AB* erſchei-

erſcheinet, und mit der dadurch beſtimten Höhe der Sonne, zufrieden ſeyn kan: T.IV.F.60.
obwol dieſe durch die Länge *DB* beſtimte Höhe dadurch, daß man von derſelben die Hälfte des ſcheinbaren Durchmeſſers der Sonne (314) abziehet, immer der Wahrheit näher zu bringen iſt. Es wird aber, inſonderheit bey einer kurzen *CB*, dieſe Verbeſſerung für überflüßig gehalten, weil alsdenn es ohnedem nicht möglich iſt die Höhe *CDB* ſo genau auszumachen. Hat aber *CD* eine beträchtliche Länge von zehen, zwanzig oder mehrern Schuhen, ſo iſt wol das beſte bey *C* eine von den Einrichtungen anzubringen, deren Gründe in den (323. 324) angeführten Sätzen liegen, vermittelſt welcher die Höhe des Mittelpuncts der Sonne mit einer hinlänglichen Richtigkeit gefunden werden kan.

Beſondere Bewegung der Sonne.

§. 327. Wird nun nach einer guten Uhr, von welcher noch immer geſetzt wird, daß ſie nach einem Firſterne gerichtet ſey, ſo daß in der Zeit, in welcher der Stern aus dem ſichtbaren Theile der Mittagsfläche bis wieder in denſelben kömt, genau vier und zwanzig Stunden verflieſſen: wird ſage ich nach einer ſolchen Uhr täglich der Zeitpunct angemerkt, in welchem der Mittelpunct der Sonne durch die Mittagsfläche gehet, ſo wird die Zeit zwiſchen zween dergleichen Puncten, die zunächſt auf einander folgen, immer gröſſer gefunden als vier und zwanzig Stunden. Der Ueberſchuß iſt nicht immer völlig von einerley Länge: im Durchſchnitte aber beträgt derſelbe 3 Minuten 56,5 Secunden. Hieraus folgt, daß der Vorſprung eines jeden Firſterns vor der Sonne, oder der gerade Aufgang der Sonne von dieſem Firſterne an gerechnet, täglich zunehme; daß aber der Zuwachs, welchen er in vier und zwanzig Sternſtunden erhält, nicht immer genau von eben der Gröſſe ſey, und wenn auch hier das Mittel genommen wird, auf 56 Minuten 8,3 Secunden eines Grads geſetzt werden müſſe. Denn weil ein Grad des Gleichers vier Minuten Zeit braucht durch die Mittagsfläche zu gehen, ſo gehen in 3 Minuten 56,5 Secunden beynahe 56 Minuten und 8,3 Secunden deſſelben durch dieſe Fläche.

§. 328. Da alſo dieſer Vorſprung des Firſterns vor der Sonne täglich ſtark zunimt, ſo muß er bald ſo beträchtlich werden, daß wir ihn auch ohne andere Beyhülfe mit den bloſſen Augen merken können. Zwar können wir nie einen Firſtern mit der Sonne zugleich ſehen. Dieſe erleuchtet, ſobald ſie aufgehet, un-

T.IV.F.60 ſere Luft viel zu ſehr, als daß wir das ſchwache Licht der Firſterne von dem, ſo uns die Theile der Luft zuſenden, ſolten unterſcheiden können; alſo erſcheinet uns nichts, als ein überal gleich ſtark erleuchteter Himmel. Halten wir uns aber an eines der Sternbilder, die uns kurz vor dem Aufgange der Sonne bey dem Horizonte im Morgen erſcheinen, ſo finden wir nach wenigen Tagen, daß daſſelbe um eben die Zeit merklich höher, und mehr gegen Abend ſtehe, und von dannen rücket es immer weiter und weiter nach dieſer Seite fort, bis wir es endlich, indem die Sonne aufgehen will, ganz nahe an dem Horizonte an der Abendſeite erblicken. Dieſes beweget uns, ſo lang wir blos auf die Erſcheinungen acht haben, der Sonne eine beſondere Bewegung rings um uns herum zuzuſchreiben, die dieſen Vorſprung verurſachet. Dieſe ſcheinbare Bewegung der Sonne vermindert diejenige, mit welcher ſie ſonſt mit den Firſternen zugleich herumkommen würde, und macht, daß die Sonne etwas mehr als 24 Sternſtunden Zeit braucht, ihren Umlauf von Morgen gegen Abend um die Erde herum zu verrichten. Eine mittelmäßige Achtſamkeit konte zeigen, daß eben dieſe ſcheinbare Bewegung der Sonne an dem Sternhimmel, bey jedem Umlaufe, faſt nach allen Umſtänden immer einerley ſey; und daß insbeſondere die Zeit, in welcher vermittelſt derſelben ihr Mittelpunct ganz herumkomt, immer beynahe eben die Länge habe. Dieſe Zeit wird ein **Jahr** genennet, deſſen eigentliche Währung in dem folgenden genau zu beſtimmen ſeyn wird, und davon heiſſet die Bewegung der Sonne, von welcher hier die Rede iſt, die **jährliche Bewegung**, zum Unterſchiede der **täglichen**, welche, mit dem übrigen Heere des Himmels zugleich, von Morgen gegen Abend geſchiehet. Es iſt nothwendig, daß wir dieſe Bewegung nach allen Umſtänden betrachten.

§. 329. Der Augenblick des ſichtbaren Durchgangs des Mittelpuncts der Sonne durch die Mittagsfläche iſt die Zeit des wahren Mittags. Wird nun in dieſem Zeitpuncte, ſo oft es ſich thun läßt, auch die Mittagshöhe der Sonne genommen, und daraus die Abweichung derſelben von dem Gleicher berechnet, (181), ſo zeiget ſich, daß auch dieſe ſehr veränderlich ſey. Bald nach dem Anfange unſers Frühlings iſt ſie mitternächtig, aber ſehr klein: ſie wächſt aber täglich, und dieſes Wachsthum iſt um dieſe Zeit gar beträchtlich, wird aber nach und nach immer ſchwächer, bis endlich gegen das Ende des Frühlings die Abweichung kaum mehr gröſſer wird, als ſie den Tag vorher war. Mit dem Anfange des Sommers nimt ſie wieder ab, und die Sonne nähert ſich dem Gleicher

anfäng-

anfänglich in vier und zwanzig Stunden gar wenig, hernach aber immer mehr T.IV.F.60.
und mehr, bis ſie am Ende des Sommers, ihn völlig erreichet, oder doch demſelben ſehr nahe kömt. Nach dieſer Zeit wird die Abweichung ſüdlich, ſie wächſt im Herbſte, und nimt im Winter wieder ab, wie an der nördlichen Seite, bis ſie endlich beym Ende des Winters gar klein, und bald darauf wieder nördlich wird. Die Rede iſt hier blos von dem, ſo die Beobachtungen unmittelbar geben, welche, da ſie blos in der Zeit des wahren Mittags gemacht werden, die Abweichung der Sonne in den Zwiſchenzeiten nicht entdecken können.

Die Bahn der Sonne an dem Sternhimmel.

§. 330. Durch beides, den von einem beliebigen Puncte des Gleichers gerechneten geraden Aufgang der Sonne, und ihre dazu gehörige Abweichung, wird eine Menge der Stellen, welche dieſelbe nach und nach an dem Himmel eingenommen hat, richtig angegeben. Wolte man dieſe Stellen auf eine Kugel tragen, an welcher der Gleicher gezeichnet und richtig getheilet iſt, und alle dieſe Puncte vermittelſt einer in der Oberfläche dieſer Kugel beſchriebenen krummen Linie mit einander verknüpfen, ſo würde dadurch die ganze Bahn, welche die Sonne in der Zeit der Beobachtungen an dem Himmel beſchrieben hat, genau genug beſtimmet werden: und es wird geſetzt daß ſie in dieſer Zeit ganz herum gekommen ſey. Es würde ſich aber zeigen, daß dieſe ſcheinbare Bahn ein Cirkel ſey, und zwar, weil er den Gleicher in zwo genaue Hälften theilet, einer der gröſten Cirkel der Kugel: woraus zu ſchlieſſen iſt, daß ſein Mittelpunct in den Mittelpunct derſelben falle, welcher mit dem Mittelpuncte der Erde einerley iſt: und daß die würkliche Bahn der Sonne, was ſie auch übrigens für eine Geſtalt haben mag, ganz in der Fläche dieſes Cirkels liegen müſſe. Alles dieſes wird durch unzählige Beobachtungen beſtätiget, welche zugleich darthun, daß, eins in das andere gerechnet, die Sonne in dieſem Cirkel in vier und zwanzig Sternſtunden beynahe um 59 Minuten, das iſt: faſt um einen Grad, fortrücke.

§. 331. Es iſt aber auch das übrige, ſo eben geſagt worden iſt, nicht nach der äuſſerſten Strenge zu erklären. Wird alles auf das genauſte genommen, ſo iſt es nicht möglich eine ebene Fläche anzugeben, und die Lage derſelben vermittelſt gewiſſer Fixſterne, durch welche ſie hindurch gehet, zu beſtimmen, von welcher der Mittelpunct der Sonne niemals im geringſten abwiche. Man begnüget ſich

T.IV.F.60. alſo dieſe Fläche ſo zu legen, daß dieſe Abweichungen geringe werden, bald nach dieſer bald nach der andern Seite geſchehen, und erſt nach geraumer Zeit zu einer Gröſſe anwachſen, die in Betrachtung gezogen werden muß. Alsdenn wird die Lage dieſer Fläche geändert, und dieſelbe in der Einbildung etwas verrücket, damit ſie wieder eine Zeitlang mit eben ſo geringen Fehlern dienen könne. In dieſem Verſtande hat die Fläche der Sonnenbahn eine beſtändige Lage, und die Fixſterne liegen in Abſicht auf dieſelbe noch eben ſo, wie ſie von den Alten beobachtet worden ſind. Sie wird die Fläche der Ecliptic genennet, da der in dieſer Fläche um den Mittelpunct der Erde beſchriebene Cirkelkreis, welchen der Mittelpunct der Sonne bey deren Bewegung von Abend gegen Morgen an dem Sternhimmel zu beſchreiben ſcheinet, die Ecliptic oder die Sonnenbahn heißt. Dieſer Cirkel, iſt derjenige, welcher den Thierkreis in zween einander gleiche Streifen zerſchneidet, und bey der Beſchreibung deſſelben in einige Betrachtung kommen mußte.

§. 332. Die Fläche der Ecliptic wird von der Fläche des Gleichers nothwendig in einer geraden Linie geſchnitten, die durch den Mittelpunct der Erde gehet; da dieſer Mittelpunct ſowol in der einen als in der andern dieſer Flächen
T.IV.F.61. liegt. Es ſey (*T. IV. Fig. 61.*) *ABC* ein Theil der Fläche des Gleichers, und *DBC* ein Theil der Fläche der Ecliptic, welche beide durch den Mittelpunct der Erde *C* gehen, und einander in der geraden Linie *BC* ſchneiden. Wird nun noch eine dritte Fläche *ACF* dergeſtalt durch *C* gelegt, daß die Schneidungslinie *BC* perpendicular auf dieſelbe zu ſtehen komme, ſo wird dieſe Fläche *ACF*, auch den vorigen *ABC* und *DBC* beiden perpendicular: und gleichwie die Axe des Gleichers *CP*, welche durch *C* ſeiner Fläche *ACB* perpendicular iſt, nothwendig in die Fläche *ACF* fält; ſo fält auch die durch eben das Punct *C* der Fläche der Ecliptic *DBC* perpendicular zu ſtellende *CF* in eben die Fläche *ACF* und man kan dieſe *CF* die Axe der Ecliptic, das Punct *F* aber, in welcher dieſe die Himmelskugel erreichet, den einen Pol derſelben nennen, gleichwie *P* ein Pol des Gleichers heiſſet. Wird
T.IV.F.62. nun, wie in der 62ſten Zeichnung würklich geſchehen iſt, die Himmelskugel, mit der daran gezeichneten Ecliptic, in der Fläche *ACF* orthographiſch entworfen: ſo wird die in *B* verlängerte *AC* der Entwurf des Gleichers, und die in *E* verlängerte *DC* der Entwurf der Ecliptic. Der Winkel *ACD* aber iſt derjenige, welcher die Neigung der Fläche der Sonnenbahn gegen die Fläche des Gleichers angiebt; und man ſiehet leicht, daß dieſem *ACD* der Winkel *PCF* gleich ſeyn werde, welchen die

in

in die Fläche des Entwurfs fallende Axe der Ecliptic *FCG* mit der Axe des Gleichers *PCQ* einſchlieſſet. T.IV. F.62.

§. 333. Man kan ſich aber auch eine andere Fläche auf die *PAQB* perpendicular vorſtellen, welche jene in der Axe *PQ* ſchneidet. Dieſe zwo Flächen *PAQB*, und die ihr durch *PQ* perpendicular geſetzte, werden ſowol dem Gleicher als die Ecliptic, und zwar jeden dieſer Cirkel in vier gleiche Theile, theilen. Die Umkreiſe der Cirkel nun, in welchen eben die zwo Flächen die Himmelskugel ſchneiden, deren einer durch die Pole *P*, *F* an der einen, und *Q*, *G* an der andern Seite gehet, der andere aber durch die Pole des Gleichers *P*, *Q*, und durch die Puncte, in welchen der Gleicher von der Ecliptic am Himmel geſchnitten wird, heiſſen die beiden **Coluren**.

Wie ſich die Sonne eigentlich zu bewegen ſcheine.

§. 334. Da die Sonne in einem Jahre die in *ED* entworfene Ecliptic ganz durchläuft, ſo muß ſich ihr Mittelpunct nach und nach in jedem Puncte derſelben befinden. Stünde ſie bey einem dieſer Puncte, demjenigen zum Beyſpiel, das durch *H* vorgeſtellet wird, ſtille, ſo würde ſie, indem ſich der Himmel um ſeine Axe *PQ* drehet, wie ein jeder anderer Punct deſſelben, den Umkreis eines Cirkels beſchreiben, der durch die der *AB* parallel gezogene *IK* vorgeſtellet werden kan, weil ſeine Fläche der Fläche des Gleichers parallel iſt. Es rücket aber die Sonne in der Ecliptic beſtändig fort; und wenn *Hb* den Theil dieſes Cirkels vorſtellt, um welchen der Mittelpunct der Sonne, in der Zeit des täglichen Umlaufs des Himmels, ſich nach dieſer oder jener Seite von *H* entfernet hat: ſo beſchreibet zwar der Punct der Ecliptic *b* einen eben dergleichen Cirkel, als *H* beſchreibet: der Weg der Sonne aber, auf welchem ſie in dieſer Zeit würklich fortgegangen zu ſeyn ſcheinet, iſt weder der eine noch der andere dieſer Kreiſe, ſondern eine Art eines Schraubengangs, welcher ſich nach und nach von dem durch *H* beſchriebenen Kreis gegen *b* entfernet, und ſich in dieſem leztern Puncte endet.

§. 335. Der Bogen *AI* mißt die Abweichung des Puncts *H* von dem Gleicher, wie ein jeder anderer, der, wenn man ihn fortſezet, durch den Pol *P* gehet: und eben ſo mißt *AD* die Abweichung des Puncts der Ecliptic *D*, das am allerweiteſten von dem Gleicher entfernet iſt. Eben der Bogen *AD* iſt auch das

T.IV.F.62. das Maaß des Winkels *ACD*, welchen die Fläche der Ecliptic mit der Fläche des Gleichers einſchlieſſet, und alſo die Abweichung der Ecliptic, oder die Schiefe derſelben. Wenn alſo *Hb* den Bogen vorſtellt, um welchen die Sonne in vier und zwanzig Stunden an dem Himmel fortrücket, ſo wird *Ii* der Zuwachs, welchen ihre Abweichung von dem Gleicher in dieſer Zeit bekommen, oder den Abgang, welchen ſie gelitten hat: mit einem Worte, der Unterſchied der Abweichung des vorhergehenden Tags, von der Abweichung des gegenwärtigen. Wir haben (329) geſehen, daß dieſer Unterſchied immer deſto kleiner werde, je mehr ſich die Sonne von dem Gleicher gegen *E* oder *D* entfernet: und eben die Beobachtungen zeigen, daß derſelbe ganz nahe an *E* oder *D* ſo klein ſey, daß er ſchwerlich zu merken iſt. Es iſt leicht zu ſehen, wovon alles dieſes herrühre. Wenn *Hb* einen Grad der Ecliptic vorſtellt, ſo wird, nach den Geſetzen des orthographiſchen Entwurfs, dieſe *Hb* deſto kleiner, je näher der vorzuſtellende Grad bey *D* oder *E* genommen wird: ſo daß die Vorſtellung des letzten Grades an *D* oder *E* faſt gar keine Gröſſe bekömt. Wie groß kan alſo die *Ii* ſeyn, welche zu einer ſo kleinen *Hb* gehöret, beſonders da auch der Winkel *ACD* ſpitzig genug iſt?

§. 336. Wenn alſo ſelbſt durch die äuſerſten Puncte der Ecliptic *D* und *E*, in welchen ſie den Colur *PAQB* ſchneidet, die durch *DM*, *EN* vorgeſtelte Cirkel dem Gleicher parallel beſchrieben werden, ſo kan der Weg der Sonne an dem Tage, an welchem ihr Mittelpunct durch das Punct *D* gehet, von dem Cirkel *DM* kaum abweichen, und an demjenigen, in welchem ihr Mittelpunct das Punct *E* erreichet, ſich um nicht mehr von dem *EN* entfernen. Eigentlich erreicht der Mittelpunct der Sonne jeden dieſer Cirkel nur in einem Augenblicke, und entfernet ſich alsbald wieder von demſelben, aber ſo wenig, daß dieſe Abweichung in etlichen Stunden gar nicht zu merken iſt. In dieſem Verſtande wird die Sonnenbahn von dieſen Cirkeln *DM* und *EN* eingeſchloſſen, deren jeder ein **Wendecirkel**, *Tropicus*, genennt wird; weil die Sonne, ſobald ſie einen derſelben erreicht hat, wieder anfängt ſich dem Gleicher zu nähern, von welchem ſie ſich vorher entfernete. Aus eben der Urſache bekommen die Puncte der Ecliptic *D* und *E*, deren Abweichung von dem Gleicher unter allen die gröſte iſt, die Benennung der **Wendpuncte**, der Cirkel *PAQB* aber, ſo durch dieſe Puncte *D*, *E* und durch die Pole *P*, *Q* hindurch gehet, heiſſet der **Colur der Wendpuncte**.

Schiefe

Schiefe der Sonnenbahn.

§. 337. Die durch den Bogen *AD* gegebene Abweichung des Wendekreiſes *DM* von dem Gleicher *AB*, oder die durch eben den Bogen *AD* gemeſſene Schiefe der Sonnenbahn *ACD* zu finden, darf man nur die gröſte Abweichung der Sonne aus ihrer gröſten Mittagshöhe ſchlieſſen. Denn bey dieſer gröſten Abweichung befindet ſich ihr Mittelpunct gewiß in dem Wendecirkel *DM*. Und wenn man verſichert ſeyn könte, daß die Sonne in eben dem Zeitpuncte, in welchem ihre gröſte Mittagshöhe beobachtet worden iſt, auch die gröſte Abweichung von dem Gleicher gehabt habe, ſo würde hiebey kein weiterer Zweifel ſtatt finden. Nun kan aber die gröſte Abweichung ſich aufs höchſte zwölf Stunden vor oder nach dieſer Zeit der Beobachtung zugetragen haben. Alſo iſt die Entfernung des Mittelpuncts der Sonne von dem Wendekreis *DM* unmerklich. Man kan ſich der ſüdlichen Abweichung der Sonne von dem Gleicher *BE* zu eben dem Zwecke bedienen, welche aus der kleinſten Mittagshöhe derſelben geſchloſſen wird. Für das beſte aber wird gehalten, daß man ſowol die gröſte als die kleinſte Mittagshöhe auf das genauſte ſuche, und dieſe von jener abziehe. Was übrig bleibt, iſt der Bogen *ND*, und dieſer iſt doppelt ſo groß als *AD* oder $AN = BE$. Es darf alſo, wenn die Schiefe der Ecliptic auf dieſem Wege geſucht wird, nicht einmal die Polhöhe bekant ſeyn. T.IV. F.62.

§. 338. Wenn es nicht nöthig iſt die Sache ſo genau zu nehmen, wird die Schiefe der Ecliptic auf drey und zwanzig und einen halben Grad geſezt. Sie wird aber gegenwärtig etwas kleiner gefunden, indem die mittlere Gröſſe derſelben die 23 Grade nur um 28 Minuten und 20 Secunden übertrift. Und überhaupt läſſet die Vergleichung der ältern Beobachtungen mit den neuern kaum einigen Zweifel übrig, daß dieſe Schiefe, und mit derſelben die Entfernung der Wendekreiſe von dem Gleicher, beſtändig abnehme, und zwar um 44 Secunden in einem Jahrhunderte. Sie iſt auſſer dieſer noch andern kleinen Veränderungen unterworfen, welche ſie bald gröſſer bald kleiner machen, und dadurch von Zeit zu Zeit wieder zu der angezeigten mittlern Gröſſe zurückbringen.

Eintheilung der Ecliptic.

§. 339. Da die Ecliptic den Gleicher in den zween Puncten ſchneidet, deren orthographiſcher Entwurf *C* iſt, ſo muß der Mittelpunct der Sonne in jedem

T. IV. F. 62. Jahre zweymal in den Gleicher kommen. Könte ſich nun die Sonne an dieſer Stelle aufhalten, oder gieng ſie ohne Abweichung ſelbſt in dem Gleicher fort, ſo würde ſie auch bey ihrem täglichen Umlaufe um die Erde den Gleicher beſchreiben, und alſo ſo lange über dem Horizonte ſichtbar ſeyn, als ſie unter demſelben verdeckt iſt. Wir haben geſehen, daß, da die Sonne an dem Sternhimmel ſich nicht in dem Gleicher, ſondern in der Ecliptic beweget, dieſes nicht ſeyn könne. Und eine kurze Betrachtung der Zeichnung kan uns weiſen, daß wenn die Sonne in dieſer ihrer ſcheinbaren Bahn bey *C* um einen Grad fortgehet, ihre Abweichung mehr verändert werde, als bey irgend einem andern Puncte derſelben; weil bey *C* der Entwurf eines Grades *Hh*, durch welchen der Zuwachs oder die Abnahme der Abweichung *Ii* beſtimmet wird, ſo groß iſt als er nur werden kan, nehmlich kaum kleiner, als der Bogen ſelbſt. Bey dem allen werden die in *C* entworfenen Puncte, in welchen der Gleicher von der Ecliptic geſchnitten wird, die Aequinoctialpuncte, oder die Puncte der Nachtgleichen genant, und der durch dieſelbe und den Pol *P* oder *Q* beſchriebene Colur, heißt der Colur der Nachtgleichen.

§. 340. Wird nun auch durch die zween Puncte der Nachtgleichen, und durch die Pole der Ecliptic in der Oberfläche der Kugel ein Kreis beſchrieben, ſo theilet auch dieſer, mit dem durch die Wendpuncte gehenden Colur, die Ecliptic in vier gleiche Theile, deren jeder ſich, dem ſcheinbaren Laufe der Sonne gemäß, von der Abendſeite gegen die nach Morgen erſtrecket. Der erſte dieſer Quadranten hat ſeinen Anfang in dem Gleicher, und gehet von dannen bis an den mitternächtigen Wendekreis. Der zweite fängt in dieſem Kreiſe bey dem Wendpuncte an, und erſtreckt ſich bis an den Gleicher. Eben die Bewantniß hat es auch mit den zween übrigen Quadranten, die dieſen entgegen liegen. Der Anfang des erſten jener Theile, desjenigen nehmlich, welcher ſich von dem Gleicher bis an den mitternächtigen Wendekreis erſtrecket, iſt zugleich der Anfang der Ecliptic ſelbſt, und von eben dieſem Puncte, das iſt von dem Puncte der Nachtgleiche, bey welchem die Sonne anfängt nach Mitternacht abzuweichen, werden auch die Grade des Gleichers nach Morgen zu bis zu 360 in einem fort gezählet.

§. 341. Durch die Zahl der Grade und Minuten der Ecliptic, welche in jedem Zeitpuncte zwiſchen dem Anfange derſelben, und dem Mittelpuncte der

Sonne

Sonne enthalten ſind, wird der Ort der Sonne in dieſer ihren ſcheinbaren Bahne *T.IV.F.62.* angegeben; und von eben dem Anfange wird auch der gerade Aufgang derſelben auf dem Gleicher genommen, indem man, wie bey einem jeden andern Puncte des Himmels geſchehen muß, durch den Mittelpunct der Sonne, und durch die beiden Pole *P*, *Q* ſich einen Abweichungskreis vorſtellet, der den Gleicher in dem Puncte ſchneiden wird, welches mit dem Mittelpuncte zugleich durch jede Mittagsfläche, und in der gerade ſtehenden Sphäre auch zugleich durch den Horizont gehet.

§. 342. Es wird aber die Ecliptic, demjenigen gemäß, ſo oben (229) von der Eintheilung des Thierkreiſes gezeigt worden iſt, auch etwas anders getheilt als der Gleicher. Man zerſchneidet nehmlich jeden Quadranten derſelben in drey gleiche Theile, jeden von 30 Graden, und nennet dieſe Theile **Zeichen**, welche von dem Anfange der Ecliptic nach der Morgenſeite gezählet werden. Eben dieſe Theile bekommen auch andere Nahmen, von den Sternbildern des Thierkreiſes, welche damals, als dieſe Eintheilung zuerſt gemacht worden iſt, bey denſelben geſtanden ſind, ob ſie wol nun nicht mehr daſelbſt ſtehen; und eben davon haben ſie auch die Benennung der Zeichen. Die Bilder ſelbſt ſind bereits (231) angezeiget worden, und es ſind deren in jedem Viertheile der Ecliptic drey; in dem erſten, der **Widder**, **Stier**, die **Zwillinge**; in dem zweiten, der **Krebs**, der **Löwe**, die **Jungfer**; in dem dritten, die **Wage**, der **Scorpion**, der **Schütze**; und in dem vierten, der **Steinbock**, **Waſſermann**, die **Fiſche**. Nach dieſen Zeichen heiſſet der mitternächtige Wendekreis auch der **Wendekreis des Krebſes**, und der mittägige, der **Wendekreis des Steinbocks**. Die Puncte der Nachtgleichen aber ſind, der Anfang des Widders, und der Anfang der Wage, gleichwie die Wendpuncte, der Anfang des Krebſes und der Anfang des Steinbocks; indem die Ecliptic ſelbſt ihren Anfang bey dem Anfange des Widders nimmt.

Den geraden Aufgang eines Fixſterns zu finden.

§. 343. Nachdem die Schiefe der Ecliptic gefunden worden (338), kan aus der Abweichung des Mittelpuncts der Sonne von dem Gleicher, immer ſowol ihre Länge, als auch ihr gerader Aufgang berechnet werden. Denn wenn (*T. IV. Fig.* 63.) *RC* einen Theil des Gleichers, und *CH* einen Theil der *T.IV.F.63* Ecliptic vorſtellet, in welcher ſich die Sonne bey *H* befindet, *HR* aber iſt der

 durch

T.IV.F.63. durch dieſes Punct gehende Abweichungsbogen: ſo iſt in dem Dreyecke, welches dieſe Bogen auf der Oberfläche der Kugel bilden, der Winkel *R* gerade, *C* aber iſt die bekante Schiefe der Ecliptic. Iſt alſo auch der Bogen *HR* bekant, welcher die Abweichung der Sonne angiebt, ſo werden aus den drey bekanten Dingen *R*, *C* und *HR*, die Bogen *HC*, *RC* allerdings gefunden. Eben die Regeln, welche dazu dienen, geben auch den Winkel *H*, welchen der Abweichungsbogen mit der Ecliptic einſchlieſſet, und können überhaupt gebraucht werden, wenn auſſer den zween bekanten Winkeln *R* und *C* noch eins von den vier übrigen Theilen des Dreyecks *CHR* bekant iſt, *H* nehmlich oder *HC* oder *RC*, alle übrigen herauszubringen. Sind aber die Bogen *CH*, *CR* bekant, ſo iſt es leicht die Länge der Sonne ſamt ihren geraden Aufgang anzugeben: denn *C* iſt entweder der Anfang der Ecliptic und des Gleichers, oder von demſelben um 180 Grade entfernet.

§. 344. Wenn alſo, durch die fleißig beobachteten Mittagshöhen der Sonne, eine hinlängliche Zahl ihrer Abweichungen von dem Gleicher gefunden wird, ſo kan daraus die Geſchwindigkeit berechnet werden, mit welcher ſich dieſelbe bey jedem Puncte der Ecliptic zu bewegen ſcheinet, daß iſt, der Weg, welchen ſie in einer gewiſſen Zeit zurück leget, indem ſie ſich in ihrer Bahn dort oder da befindet. Denn es wird zur Beſtimmung dieſes Weges nicht mehr erfordert, als daß man die Länge des Mittelpuncts der Sonne, welche er im Anfange der angenommenen Zeit hatte, von ſeiner Länge am Ende dieſer Zeit, abziehe. Dieſe Geſchwindigkeit iſt allerdings bey verſchiedenen Puncten der Ecliptic verſchieden. Es iſt aber die Veränderung derſelben ſo groß nicht, daß ſie in den verſchiedenen Stunden eines Tages, oder zween auf einander folgender Täge, merklich wäre, weil, wenn ſie am gröſten iſt, die Sonne in einer Stunde nur um 2 Minuten und 33 Secunden in ihrer Bahn fortrücket, da ſie mit ihrer kleinſten Geſchwindigkeit in eben der Zeit nicht weniger als 2 Minuten und 22 Secunden beſchreibt, welches einen Unterſchied von nicht mehr als 10 Secunden ausmachet. Eben die Gründe können auch die Geſchwindigkeit angeben, mit welcher die Sonne in Abſicht auf den Gleicher fortrücket, und dadurch ihren geraden Aufgang in einer gewiſſen Zeit vermehret, indem ſie würklich dieſen oder jenen Theil ihrer ſcheinbaren Bahn beſchreibt. Und es iſt bereits oben angemerket worden, daß, was dergeſtalt für einen Umlauf der Sonne gefunden wird, auch für gar viele andere, die unmittelbar auf einander folgen, gelten werde.

§. 345.

§. 345. Nunmehro iſt nur noch der Ort des Anfangs der Ecliptic, oder eines jeden andern Puncts derſelben, an dem Sternhimmel auszumachen. Denn nachdem der Winkel gefunden iſt, welchen die Fläche dieſes Cirkels mit der Fläche des Gleichers einſchlieſſet, ſo bleibt zur völligen Beſtimmung der Lage derſelben nichts übrig, als daß auch die Puncte des Himmels angegeben werden, nach welchen ſich die Linie erſtrecket, in welcher dieſe zwo Flächen einander ſchneiden. Dieſe zween Puncte aber ſind keine andern als der Anfang des Widders und der Wage, deren jeder durch den andern, wie auch durch ein jedes drittes Punct der Ecliptic oder des Gleichers gegeben wird, deſſen ſcheinbare Entfernung von demſelben bekant iſt. Dazu aber iſt der Vorſprung eines ſolchen Puncts vor einem Fixſterne, deſſen Stelle völlig bekant iſt, das bequemſte Mittel. Es wird in der That der gerade Aufgang nicht nur der Sonne, ſondern auch eines jeden andern himliſchen Körpers, von dem Anfange des Gleichers nach Morgen zu gerechnet; und man verſtehet nichts anders, als den Vorſprung dieſes Punctes vor einem Sterne, wenn der gerade Aufgang des Sterns ſchlechtweg angegeben wird. Der Anfang des Gleichers gehet immer zuerſt durch die Mittagsfläche, alsdenn folgt innerhalb 24 Sternſtunden der andere Körper. *T. IV. F. 63.*

§. 346. Es wird aber der gerade Aufgang eines Sterns alſo gefunden. Man bemerket an einer mit den Fixſternen laufenden guten Uhr den Zeitpunct, in welchem der Mittelpunct der Sonne durch die Mittagsfläche gehet, und zugleich die Mittagshöhe derſelben, um daraus die Abweichung, welche ſie in eben dem Zeitpuncte gehabt hat, hernehmen zu können. Alsdenn bemerket man auch die Zeit des Durchgangs des Sterns durch die Mittagsfläche, nach eben der Uhr. Die erſte dieſer Zeiten von der letzten abgezogen, giebt den Vorſprung der Sonne vor dem Sterne in Stunden und deren Theilen, da es denn leicht iſt, eben den Vorſprung in Graden und Theilen der Grade anzugeben. Aus der Abweichung der Sonne aber wird der gerade Aufgang derſelben, wie (343) gewieſen worden iſt, geſchloſſen, welcher zu dem gefundenen Vorſprunge hinzugethan, den geſuchten geraden Aufgang des Sterns geben wird. Denn dadurch, daß der gerade Aufgang ſowol als der Vorſprung der Sonne vor dem Sterne immer nach Morgen zu gerechnet wird, wird die Subtraction vermieden: und wenn durch die Addition der gerade Aufgang gröſſer gefunden wird als der ganze Cirkelkreis, ſo iſt es leicht von der Zahl, durch welche er ausgedruckt wird, 360 Grade wegzulaſſen.

T.IV.F.63. §. 347. Dieſe Anweiſung den geraden Aufgang eines Fixſterns zu finden ſetzt die Höhe des Gleichers als bekant voraus, und wird durch einen jeden in dieſer, oder der Mittagshöhe begangenen Irthum fehlerhaft. Es giebt einen viel richtigern Weg zu dieſem Zwecke zu gelangen, der ſich darauf gründet, daß, indem die Sonne die Hälfte ihrer Bahn, von dem Gleicher bis wieder an denſelben beſchreibt, einer jeden Abweichung, die ſie an der einen Seite des Colurs der Wendpuncte hat, eine andere an der andern Seite deſſelben gleich ſeyn muß, ſo daß der Colur, zwiſchen den Bogen, die dieſe Abweichungen angeben, genau in der Mitte liegt, und den von dem einen bis an den andern reichenden Theil des Gleichers in zwo Hälften theilet. Dieſer Umſtand wird alſo gebraucht. Man bemerket, indem die Sonne ſich von dem Gleicher entfernet, ihren Vorſprung vor dem angenommenen Fixſtern, und zugleich ihre Abweichung von dem Gleicher, auf das genauſte. Einige Monathe darauf, wenn ſich die Sonne dem Gleicher wieder nähert, ſuchet man für den Zeitpunct, in welchem die Abweichung der Sonne ſo groß iſt als die vorige, den Vorſprung derſelben vor eben dem Fixſterne.
T.IV.F.64. Wenn nun (*T. IV. Fig. 64.*) *AB* einen Theil des Gleichers, und *CDE* einen Theil der Ecliptic vorſtellet, in welchem ſich der Wendpunct *D* befindet, durch welchen der Theil des Colurs *DF* gehet: die Puncte *C* und *E* aber ſind diejenigen, bey welchen die Abweichungen der Sonne einander gleich waren, indem *CE* der *AB* parallel lauft; und es wird der Vorſprung der Sonne bey *C* durch *c*, der bey *E* aber durch *e* ausgedrucket, ſo iſt wenn der Fixſtern ſich an der Seite *B* auſſer *EH* befindet: $GH = c - e$, und alſo $GF = FH = \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}e$. Wird alſo dieſe *FH* zu dem kleinern Vorſprunge *e* hinzugeſetzt, ſo komt $e + \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}e = \frac{1}{2}c + \frac{1}{2}e$. Dieſes iſt der Vorſprung des Wendpuncts *D* vor dem angenommenen Fixſterne, aus welchem der gerade Aufgang deſſelben leicht zu ſchlieſſen iſt: und nicht ſchwerer iſt die Rechnung, wenn der Fixſtern zwiſchen den Abweichungskreiſen *CG*, *EH* liegen ſolte.

§. 348. Die Abweichungen der Sonne von dem Gleicher werden aus den Mittagshöhen derſelben geſchloſſen, und ſind einander gleich, wenn dieſe gleich ſind. Nun können zwar, bey einem Uebergange der Sonne von dem Gleicher bis wieder an denſelben, nur ſehr ſelten zwo Mittagshöhen einander völlig gleich werden; beſonders da dieſe Höhen bey einer geringen Abweichung der Sonne genommen werden müſſen; weil ſich daſelbſt die Abweichung, und mit derſelben die Höhe,

von einem Mittage bis zu dem nächſten, ſtark ändert (329), wodurch der zu jeder Abweichung gehörige gerade Aufgang der Sonne deſto richtiger beſtimmet wird. Es iſt alſo gemeiniglich die Abweichung bey *E*, welche durch die Beobachtung erhalten wird, etwas gröſſer oder kleiner als die bey *C*. Es kan aber alsdenn der Vorſprung *e*, zu der Höhe *EH*, die der *GC* volkommen gleich iſt, durch die Rechnung gefunden werden, indem man ſich auf die hier beobachtete Abweichung gründet, und annimt, daß in einem Zeitraume, der immer kleiner iſt als 12 Stunden, der gerade Aufgang der Sonne, in eben der Verhältniß wachſe oder abnehme, in welcher ſich die Abweichung ſelbſt verändert. T.IV.F.64.

Veränderung des Anfangs der Ecliptic.

§. 349. Iſt nun der gerade Aufgang eines Firſterns gefunden worden, ſo wird dadurch zugleich der gerade Aufgang eines jeden andern gegeben, deſſen Vorſprung vor demſelben bekant iſt. Es bleibt aber der gerade Aufgang der Firſterne nicht immer einerley, ſondern wächſt beſtändig, indem ſich der Anfang des Gleichers, welcher zugleich der Anfang der Ecliptic iſt, nach der Abendſeite von denſelben entfernet. Zwar geſchiehet dieſes langſam genug: es wird aber doch dadurch der gerade Aufgang der Firſterne in Jahresfriſt merklich gröſſer, und nimt mit der Zeit beſtändig zu. Man ſiehet leicht, daß dieſe Veränderung von nichts andern herrühren könne, als daß die Linie, in welcher die Fläche der ſcheinbaren Sonnenbahn von der Fläche des Gleichers geſchnitten wird, in jener von Morgen gegen Abend, und alſo in Abſicht auf die Sonne zurückgehet, welches augenſcheinlich zeiget, daß in der Lage der einen oder der andern dieſer Flächen, wo nicht in beiden, eine anhaltende Veränderung, in Abſicht auf die Firſterne, vorgehen müſſe. Nun verändert die Fläche der Ecliptic ihre Lage nur ſehr wenig, und die Firſterne, durch welche ſie gegenwärtig gehet, ſind beynahe eben diejenigen, welche die Alten in derſelben gefunden haben. Es muß alſo die Sache vornehmlich auf eine beſtändige Veränderung der Fläche des Gleichers ankommen.

Eine Bewegung der Axe des Sternhimmels.

§. 350. Es ſey *ABDE* (*T.IV. Fig.* 65.) die in ihrer Fläche, deren Veränderung hier in keine Betrachtung gezogen wird, um den Mittelpunct der Erde *C* beſchriebene ſcheinbare Sonnenbahn, und *FC* dieſer Fläche perpendicular; welche alſo durch den Pol der Ecliptic gehen, und dieſen in der Oberfläche der T.IV.F.65.

T.IV.F.65. der Himmelskugel angeben wird, in welcher man ſich die Ecliptic *ABDE* gezeichnet vorſtellt. *AGDH* ſey der Gleicher, deſſen Fläche mit der vorigen den Winkel *HAE* von der (338) angezeigten Gröſſe einſchlieſſet, indem ſie dieſelbe in der geraden Linie *ACD* ſchneidet. Auf dieſe Fläche *AGDH* ſey die *PC* perpendicular, welche demnach die Axe des Himmels vorſtellen, und durch die Pole deſſelben gehen wird, ſo daß ein Punct derſelben *P* den mitternächtigen Pol angeben kan. Alsdenn iſt *A* der Anfang der Ecliptic, und zugleich der Anfang des Gleichers, die Sonne beweget ſich von *A* durch *B*, *D* nach *E*, in welcher Ordnung auch die Zeichen der Ecliptic auf einander folgen, und der gerade Aufgang wird von *A* nach *G*, *D*, *H* gerechnet. Da nun *AC*, und mit derſelben ihre Verlängerung *CD* ſich um *C*, dem Lauf der Sonne entgegen, und alſo von *A* gegen *E*, und von *D* gegen *B* drehet: ſo muß ſich auch die an die Fläche *AGDH* unbeweglich angeſetzte *PC* um die unbewegliche *FC* drehen, und um dieſe, ſo lang der Winkel *FCP* einerley Gröſſe behält, die Oberfläche eines geraden Kegels beſchreiben, deſſen Axe *FC* iſt. Der Pol *P* ſelbſt beſchreibet bey dieſer Bewegung, in der Oberfläche des Himmels, an welcher er von *P* in *I*, und von dannen in *K* fortgehet, den Cirkel *PIK*, deſſen Halbmeſſer aus *C* unter dem Winkel *FCP* geſehen wird, welcher *FCP* der Schiefe der Ecliptic gleich (332), und alſo eben den Veränderungen unterworfen iſt, welche dieſe Schiefe leidet.

§. 351. Da alſo in dem Cirkel *PIK* der Nordpol des Himmels, und in einem dieſen entgegengeſetzten, deſſen Südpol, wiewol ſehr langſam, fortgehen: ſo muß auch die Lage der Fixſterne, welche in Abſicht auf die Fläche der Ecliptic und deren Axe beynahe immer die vorige bleibt, in Abſicht auf die Pole des Gleichers, beſtändig geändert werden, ſo daß bey einigen Fixſternen ihre Entfernung von dieſen Polen nach und nach gröſſer, bey andern aber kleiner wird. Es iſt alſo die Abweichung eines jeden Fixſterns von dem Gleicher einer beſtändigen Veränderung unterworfen; gleichwie auch der gerade Aufgang deſſelben dadurch, daß der Anfang des Gleichers aus ſeiner Stelle rücket, in jedem Augenblicke, wiewol nur ungemein wenig, geändert wird.

§. 352. Bey ſo geſtalten Sachen kan eine Himmelskugel, auf welcher, auſſer den Sternbildern und dem Gleicher ſamt deſſen Polen, auch die Ecliptic und die Pole derſelben, richtig verzeichnet ſind, zwar die Abweichung eines jeden Fixſterns

ſterns von dem Gleicher, und ſeinen geraden Aufgang für einen gewiſſen Zeitpunct richtig vorſtellen, aber nicht für einen jeden andern; und muß mit der Zeit von dem wahren Stande, die dieſe Dinge an dem Himmel haben, immer mehr abweichen. In den Sternbildern ſelbſt gehet keine Veränderung vor, die hier in Betrachtung zu ziehen wäre: und, wenn man ſich eine durch die Axe der Ecliptic *FC* und einen Fixſtern *S* gelegte Fläche verſtellet, die den Sternhimmel in einen Bogen *FSL* ſchneiden wird, welcher die Gröſſe eines Quadranten hat, und bey *L* mit der Ecliptic einen geraden Winkel einſchlieſſet: ſo wird dieſer Bogen *FL* von dem Sterne *S* immer auf einerley Art getheilet, und die Zahl der Grade in *SL* oder *FS* wird in vielen Jahren kaum merklich geändert. Was aber den Bogen *AL*, das iſt die Entfernung des Puncts *L* von dem Anfange der Ecliptic *A* anlangt, ſo muß dieſe nothwendig wachſen, indem *A* gegen *E* zurück weichet. T.IV.F.65.

Die Länge und Breite am Himmel.

§. 353. Es iſt aber das Wachsthum dieſes Bogens *AL* ziemlich gleichförmig, indem derſelbe in jedem Jahre beynahe um 50,3 Secunden zunimt. Dieſes wird aus der Vergleichung der ältern Beobachtungen mit den neuern geſchloſſen, und iſt die Urſache, warum die Stelle eines Fixſterns oder andern himliſchen Körpers, welche für alle Zeiten zu beſtimmen iſt, durch die Bogen *AL* und *LS* angegeben wird, und nicht durch die Abweichung und den geraden Aufgang deſſelben, deren Veränderungen bey weiten nicht ſo leicht zu überſehen ſind. Es haben derowegen dieſe Bogen *AL* und *LS* auch ihre beſondere Nahmen bekommen; und es heiſſet der von dem Anfange *A* bis an den durch den Stern *S* gelegten Quadranten *FL* reichende Theil der Ecliptic, die Länge dieſes Sterns *S*, welche ſich immer gegen Morgen erſtrecket, und alſo bis zu zwölf Zeichen, oder 360 Grade anwachſen kan. Der von der Ecliptic bis an den Stern *S* reichende Theil des Quadranten *LS* aber heiſſet die Breite des Sterns, und iſt nördlich oder ſüdlich, aber nie gröſſer als 90 Grade. Wird der Bogen *SL* fortgeſetzt, ſo gehet er auch durch den zweiten dem *F* entgegengeſetzten Pol der Ecliptic, und wird zu einen ſogenanten Cirkel der Breite.

§. 354. Es iſt ſchwer die Länge und Breite eines Sterns durch unmittelbare Beobachtungen mit der gehörigen Zuverläßigkeit auszumachen. Sie wird aber aus dem geraden Aufgange deſſelben und aus ſeiner Abweichung von dem

T.IV.F.66. Gleicher durch eine Rechnung herausgebracht, die leicht zu überſehen iſt, und zugleich zeiget, wie hinwiederum aus der bekanten Länge und Breite der gerade Aufgang ſamt der Abweichung zu finden ſey. Es ſey (*T. IV. Fig. 66.*) *F* der Pol der Ecliptic, *P* der Pol des Gleichers, und *FP* der zwiſchen denſelben liegende Theil des Colurs der Wendpuncte, welcher Bogen eben ſo viele Grade und Theile der Grade enthält, als die Schiefe der Ecliptic. *S* ſey ein Fixſtern, oder anderes Punct des Himmels, nach welcher in der Oberfläche der Kugel die Bogen *PS* und *FS* laufen, die ihren Mittelpunct in dem Mittelpuncte der Kugel haben. Alsdenn iſt *PS* die Ergänzung der Abweichung des Sterns *S* von dem Gleicher, und *FS* die Ergänzung ſeiner Breite. Der Winkel *FPS* aber, welchen der durch den Stern *S* gelegte Abweichungskreis *PS* mit dem Colur der Wendpuncte einſchlieſſet, iſt aus dem geraden Aufgange deſſelben leicht zu haben. Und eben ſo leicht wird die Länge aus dem Winkel *SFP* geſchloſſen, welchen der Cirkel der Breite *FS* mit eben dem Colur *FP* einſchlieſſet, oder der Winkel *PFS* aus der Länge. Iſt alſo der gerade Aufgang ſamt der Abweichung des Puncts *S* bekant, ſo ſind in dem Dreyecke *FPS* die Seiten *FP*, *PS* und der Winkel *P* gegeben, und man kan daraus ſowol die Seite *FS* als den Winkel *F*, und aus dieſen ferner die Länge und Breite ſchlieſſen. Umgekehrt aber wird durch die Länge und Breite des Puncts *S* der Winkel *F* und der Bogen *FS* gegeben, ſo daß in eben dem Dreyecke *FPS* nunmehro, auſſer dem Winkel *F*, die Seiten *FP* und *FS* bekant ſind, aus welchen der Winkel *P* und die Seite *PS* auf eben die Art geſchloſſen werden. In beiderley Umſtänden iſt auch der Winkel *S*, welchen der Abweichungskreis mit dem Kreiſe der Breite einſchlieſſet, durch die Regeln zu erhalten, welche aus jeden drey Theilen eines ſphäriſchen Dreyecks die drey übrigen zu finden lehren.

Vollendung einer Himmelskugel.

§. 355. Nach den dergeſtalt gefundenen Längen und Breiten, werden die Verzeichniſſe der Fixſterne gemacht, welche an ihrem Orte (243 — 246) beſchrieben worden ſind. Und nunmehro können wir uns einen vollſtändigern Begriff von den gemeinen Himmelskugeln machen, welche nicht nur die Fixſterne in ihrer wahren Lage, ſamt den Kreiſen, welche wir uns zwiſchen denſelben einbilden, richtig vorſtellen, ſondern uns auch in den Stand ſetzen ſollen, den Ort der Sonne für jeden Tag des Jahres in ihrer Oberfläche gehörig anzugeben. Die erſten, welche dergleichen Kugeln verfertiget

haben,

haben, nahmen in der Oberfläche derſelben zween Puncte an, deren einer den Pol des Gleichers, und der andere den Pol der Ecliptic vorſtellen ſolte. Dieſe Pole muſten um $23\frac{1}{2}$ Grade eines mit dem Radius der Kugel beſchriebenen Cirkels von einander entfernet ſeyn: denn genauer kan man es in dergleichen Dingen ſchwerlich nehmen. Um dieſe Pole wurden alsdenn in der Oberfläche der Kugel zween Cirkel von eben dem Halbmeſſer würklich beſchrieben, deren jeder die Kugel in zwo einander gleiche Hälften theilte; aus welchen ſodann auch die den zuerſt angenommenen entgegengeſetzten Pole der beiden Cirkel gefunden werden konten. Sie nahmen alsdenn einen dieſer Cirkel für den Gleicher und den andern für die Ecliptic an, und gaben denen an einer Seite derſelben liegenden Polen die Nahmen der nordlichen, wodurch die ihnen entgegengeſetzten die ſüdlichen Pole wurden. Die dergeſtalt beſchriebene Ecliptic muſte nothwendig den Gleicher in zwo Hälften theilen, und es muſte ſich die Ecliptic von dem einen Puncte dieſer Theilung nach den nordlichen Polen zu von dem Gleicher entfernen, wenn man die Theile derſelben von der Abendſeite nach der gegen Morgen erſtreckte. Dieſer Punct wurde nun für den Anfang ſowol des Gleichers als auch der Ecliptic angenommen, und jeder dieſer Kreiſe getheilet, jener in ſeine 360 Grade, und dieſe erſtlich in ihre zwölf Zeichen, deren Nahmen bereits wiederhohlet worden ſind, und jedes dieſer Zeichen ferner in 30 Grade. Nun konten ferner die beiden Coluren, durch die Pole des Gleichers beſchrieben werden, ſamt den zween Wendekreiſen, deren Pole in eben die Pole des Gleichers fallen. T.IV.F.66.

§. 356. Es muſte ferner vor eine Einrichtung geſorgt werden, vermittelſt welcher durch jeden Punct der Ecliptic und durch die beiden Pole derſelben ein Breitencirkel (353) gezogen, und auf dieſen eine beliebige Zahl von Graden angegeben werden konte: welches vermittelſt eines ganzen oder halben Rings von Meſſing oder Holz am leichteſten zu erhalten war. Alsdann konte jeder Stern, deſſen Länge und Breite zu einem gewiſſen Zeitpuncte bekant war, auf die Kugel gebracht, und nachdem dieſes mit allen, in einem zu eben dem Zeitpuncte berechneten mehr oder weniger vollſtändigen Catalogus enthaltenen Sternen geſchehen, die Kugel durch die Zeichnung der Sternbilder vollendet werden. Nach dieſen Gründen werden die gewöhnlichen Himmelskugeln würklich verfertiget, wiewol bey der Ausführung man ſich ſolcher Mittel bedienet, durch welche dieſelbe vervielfältiget werden, indem man die Sternbilder, ſamt den Theilen der Kreiſe, welche auf die Kugel

T.IV.F.66. gebracht werden ſollen, vermittelſt zu dem Ende geſtochener Kupferplatten, auf Papier abdrücket, und mit dieſen hernach die in der gehörigen Gröſſe aus Gyps gebildete Kugel überziehet; welches obwol nicht mit der volkommenſten, jedoch mit einer hinlänglichen Richtigkeit geſchehen kan.

§. 357. Es kan aber eine dergeſtalt verfertigte Kugel nur eigentlich für den angenommenen Zeitpunct (352), und weil es dabey auf die äuſerſte Strenge nicht ankomt, etwa fünf und zwanzig bis dreiſſig Jahr vorher und hernach dienen. Man müſte, wenn man eine Himmelskugel verfertigen wolte, welche nicht nur die Fixſterne in ihrer Ordnung, ſondern auch die nach der vorgetragenen Beſchreibung getheilte Ecliptic in ihrer wahren Lage, überhaupt für jeden Zeitpunct, mit einer hinlänglichen Richtigkeit vorzuſtellen fähig wäre, die eigentliche Kugel, auf welche die Sterne verzeichnet werden ſollen, oder würklich verzeichnet ſind, von dem Gleicher und der Ecliptic abſondern, und dieſe beiden Cirkel ſamt den Coluren in einen beſondern Zuſammenhang bringen, und dieſen durch die beiden Wendekreiſe, ſamt zween anderen, um die Pole des Gleichers mit einer Oeffnung von $23\frac{1}{2}$ Graden beſchriebenen Kreiſen, noch mehr befeſtigen, welche zugleich, in dem einen Colur, die Pole der Ecliptic beſtimmen würden. In dieſe aus Holz oder Meſſing verfertigte gehörig an einander zu fügende Ringe müſte die mit den Sternbildern bezeichnete Kugel eingeſchloſſen, und mit den gleich anfangs in ihrer Oberfläche angenommenen Polen der Ecliptic an die Pole der Ecliptic der nunmehro würklich zuſammengefügten Ringe dergeſtalt befeſtiget werden, daß ſie ſich nach Belieben um dieſe Pole drehen lieſſe. Man würde blos durch dieſes Drehen die Sternbilder, in Abſicht auf die Ecliptic und den Gleicher, beynahe ſo ſetzen können, wie ſie in einem jeden abgewichenen Zeitpuncte, deſſen Entfernung von dem gegenwärtigen bekant iſt, zum Beyſpiel, vor tauſend oder zweytauſend Jahren, geſtanden ſind, oder nach Verflieſſung einer gegebenen Zahl von Jahren ſtehen werden: weil blos die Längen der Fixſterne ſich mit der Zeit ändern, indem ihre Breiten beynahe immer die vorigen bleiben (349): in einer dergeſtalt eingerichteten Kugel aber, durch die angezeigte Drehung um die Pole der Ecliptic, der Anfang derſelben von dem Kreiſe der Breite eines jeden Sterns ſo ſehr entfernet, oder demſelben ſo nahe gebracht werden kan, als man will.

§. 358.

§. 358. Es wird aber von den meiſten nicht der Mühe werth geachtet der= T.IV.F.66.
gleichen Kugeln würklich zu verfertigen, und ſie ſind derowegen nie in allgemeinen Gebrauch gekommen. Denn der aus bloſſen Ringen zuſammengeſetzten, welche unter dem Nahmen Sphära armillaris bekant iſt, fehlet es an der inwendigen mit den Sternen bezeichneten würklichen Kugel. Die gemeinen Himmelskugeln werden ſämtlich, nach den (355. 356) angegebenen Gründen und Handgriffen, für einen gewiſſen Zeitpunct verfertiget, und können blos um die Axe des Gleichers gedrehet werden, welche zu dem Ende mit ihren äuſſerſten Theilen, an einem Ringe haftet, der den Mittagskreis des Beobachtungsplatzes vorſtellen ſoll, und in einem andern an einem Geſtelle befeſtigten gemeiniglich hölzernen Ringe dergeſtalt verſetzt werden kan, daß er der Fläche deſſelben immer perpendicular bleibt, indem die Mittelpuncte beider Ringe mit dem Mittelpuncte der Kugel zuſammen fallen. Es kan demnach dieſer hölzerne Ring den Horizont vorſtellen, über welchen ſich der eine Pol der Kugel ſo ſehr erhöhen oder erniedrigen läßt, als es die Breite des Beobachtungsplatzes erfodert. Die übrigen Höhen werden durch einen beſondern beweglichen Quadranten angegeben, deſſen man ſich auch ſonſt bedienen kan, die Entfernung eines Puncts der Oberfläche der Kugel von einem andern zu meſſen.

Gebrauch des Orts der Sonne auf der Kugel.

§. 359. Wenn wir nun das Jahr, für welches die Kugel eigentlich verfertiget worden iſt, das Jahr der Kugel nennen, und die verfloſſenen und zukünftigen Jahre auf daſſelbe beziehen: ſo iſt der Ort der Sonne für jeden Tag des Jahrs der Kugel, oder eines nicht allzulang vorhergehenden oder darauf folgenden, gar leicht anzugeben, wenn nur das Zeichen und der Grad des Zeichens, in welchem die Sonne an dieſem Tage würklich von der Erde geſehen wird, aus einem Calender oder ſonſt bekant ſind: indem dazu nicht mehr erfodert wird, als eben das Zeichen und eben den Grad deſſelben in der Ecliptic der Kugel aufzuſuchen. Dieſer Punct ſtehet in Anſehung der auf die Kugel gezeichneten Sterne ſo, wie die Sonne an eben dem Tage in Anſehung der würklichen Sterne des Himmels ſtehet; und man kan, was hieraus auf einem jeden nach Belieben angenommenen Beobachtungsplatze vor Erſcheinungen folgen werden, an der Kugel gar leicht ſehen, wenn nur auch der Pol derſelben, der Breite dieſes Platzes gemäß, erhöhet iſt.

T.IV.F.66. §. 360. Will man, zum Beyſpiel, wiſſen, welche Sterne an dieſem Tage mit der Sonne zugleich aufgehen, und welche untergehen, indem die Sonne aufgehet, ſo bringet man nur den Ort der Sonne in den oſtlichen Theil des Horizonts, und ſiehet nach den Sternen, die ſich alsdann in eben dem Theile deſſelben befinden, wie auch nach denen in dem weſtlichen. Die erſten gehen an dieſem Tage mit der Sonne zugleich auf, die leztern aber gehen in dem Augenblicke unter, in welchem ſich die Sonne über den Horizont erhebet. Und dieſes iſt, was Ortus und Occaſus coſmicus genennet wird. Sollen aber die Sterne angegeben werden, welche mit der Sonne zugleich untergehen, oder welche aufgehen, indem die Sonne untergehet, ſo wird eben der Ort der Sonne in den weſtlichen Theil des Horizonts gebracht, und im übrigen eben ſo verfahren. Dieſes iſt der Aufgang und der Untergang der Sterne beym Anfange der Nacht, Ortus und Occaſus acronyctus, welcher eben ſowol unſichtbar iſt als der vorige. Denn es wird kein Fixſtern geſehen, ſo lange ſich der Mittelpunct der Sonne nicht in der gehörigen Tiefe unter dem Horizonte befindet. Es wird aber auf eben die Art entdecket, welche Sterne ſich in dem oſtlichen oder weſtlichen Theile des Horizonts befinden, indem die Sonne eine gewiſſe Höhe über demſelben, oder eine gewiſſe Tiefe darunter hat. Man darf nur dem in der Ecliptic der Kugel angemerkten Orte der Sonne, vermittelſt des Höhenquadranten, dieſe Höhe oder Tiefe würklich geben, ſo erſcheinen die geſuchten Sterne ohne weitere Mühe.

Einrichtung der Kugel für ein vergangenes oder zukünftiges Jahr.

§. 361. Sollen aber eben dieſe Entdeckungen für einen Zeitpunct, welcher vor dem Jahre der Kugel um einige hundert oder tauſend Jahre vorher gehet, oder um eine nicht viel geringere Zahl von Jahren darauf folget, vermittelſt der gewöhnlichen Kugel gemacht werden, ſo muß erſtlich der Anfang der Ecliptic, wie er zu der gegebenen Zeit geſtanden iſt, oder ſtehen wird, in der Ecliptic der Kugel angemerkt, und zweitens der Pol des Gleichers zu eben dem Zeitraume auf der Krgel beſtimmet werden. Das erſte iſt etwas leichtes, da die Ecliptic ſelbſt nicht ſo merklich aus ihrer Stelle weicht, daß dieſe Abweichung hier in Betrachtung kommen könte, und nur ihr Anfang, wieder die Ordnung der Zeichen, von Morgen gegen Abend fortrücket (350). Denn weil die übrige Eintheilung dieſes Kreiſes dem ohngeachtet die vorige bleibt, ſo müſſen auch alle Theilungspuncte deſſel-

deſſelben, diejenigen mit welchen ſich die Zeichen anfangen und endigen, die Wendpuncte und alle übrigen, zugleich und eben ſo ſtark fortrücken, nicht anders als geſchiehet, wenn ein körperlicher nach Belieben getheilter Ring ſich um ſeinen Mittelpunct in ſich ſelbſt beweget. Dieſe Bewegung beträgt in einem Jahre 50,3 Secunden, und in zehn Jahren 8 Minuten 23,4 Secunden, demnach in hundert Jahren beynahe einen Grad und 24 Minuten, und alſo in tauſend Jahren ſehr genau 14 Grade. Hieraus folgt, daß der Punct des Himmels, bey welchem tauſend Jahre vor dem Jahre der Kugel der Anfang der Ecliptic geſtanden, in der auf derſelben verzeichneten Ecliptic der vierzehnte Grad des erſten Zeichen ſeyn werde; und derjenige, in welches damals der Wendpunct des Krebſes gefallen, der vierzehnte Grad des Zeichens des Krebſes, wie dieſes auf der Kugel ſtehet. T.IV.F.66.

§. 362. Iſt demnach eine gewiſſe Zahl von Jahren angegeben, zum Beiſpiel 2350, in welcher der Anfang der Ecliptic, nach einer auf die eben angegebene Gröſſe ſeiner Bewegung gegründeten leichten Rechnung, um 32 Grade und 54 Minuten, oder faſt um 33 Grade nach der Abendſeite zurück gegangen iſt; und es ſoll das Punct des Himmels angegeben werden, bey welchem die Sonne in dem 2350 Jahre vor dem Jahre der Kugel an dem Tage geſtanden, an welchem ſie in dem achten Grade des Stiers erſchienen iſt; ſo dürfen nur dieſem achten Grade des Stiers noch die gefundenen 33 Grade zugeſetzt werden, oder welches eben das iſt, ein Zeichen und drey Grade. Dadurch wird der eilfte Grad des folgenden Zeichens der Zwillinge herausgebracht, welches in der Ecliptic der Kugel, als der geſuchte Ort der Sonne, zu bezeichnen ſeyn wird. Iſt aber die Frage von demjenigen Jahre, welches nach dem Jahre der Kugel das 2350ſte ſeyn wird, ſo wird eben die Zahl der 33 Grade, von dem gegebenen Orte bey dem achten Grade des Stiers, abgezogen. Der Ueberſchuß iſt der 5te Grad des Widders, der auf der Kugel verzeichneten Ecliptic, welcher Punct in Abſicht auf die Sterne derſelben eben ſo ſtehet, wie die Sonne in Abſicht auf die Sterne des Himmels ſtehen wird, wenn ſie im 2350ſten nach dem Jahre der Kugel in dem achten Grade des Stiers erſcheinet. In eben dem Jahre wird der Wendpunct des Krebſes in den fünften Grad der Zwillinge fallen, anſtatt daß derſelbe in dem 2350ſten Jahre vor dem Jahre der Kugel, in dem eilften Grade des Löwen anzutreffen war, wie dieſer auf unſerer Kugel würklich verzeichnet

T.IV.F.66. net ſtehet. Denn von den Sternbildern, welche eben den Nahmen führen, iſt hier nicht die Rede.

§. 363. Wenn nehmlich überhaupt ein Zeitraum T durch die Zahl der in demſelben enthaltenen Jahre gegeben wird, in welchem der Anfang der Ecliptic um die leicht zu berechnete Zahl D von Graden und deren Theilen, von Morgen gegen Abend zurückgegangen iſt: und es wird im Anfange dieſer Zeit T die vom Anfange der Ecliptic an gemeſſene Länge eines gewiſſen Puncts des Himmels, durch die Zahl der Grade A angegeben, die Länge aber, welche eben der Punct am Ende dieſer Zeit T hatte, durch B; welche Zahl von Graden von dem nunmehrigen, von dem vorigen verſchiedenen, Anfange der Ecliptic gezählet wird, ſo iſt immer $B = A + D$, und alſo $A = B - D$. Und es können dieſe leichten Vorſchriften gebraucht werden einen Punct des Himmels, deſſen Länge durch die für den Anfang der Zeit T getheilten Ecliptic beſtimmet iſt, durch einen Bogen der für das Ende eben der Zeit T eingetheilten, anzugeben, und umgekehrt: welches man nennen kan: einen Punct des Himmels aus der Ecliptic des Anfangs der Zeit T in die Ecliptic derſelben, oder aus dieſem in jenen, übertragen. Die gegenwärtige Abſicht dieſer Arbeit wird durch eine gar mittelmäßige Richtigkeit erreichet. In anderen Fällen iſt eine gröſſere Strenge nöthig, und das vermittelſt der angegebenen Rechnung herausgebrachte, erfodert einige Verbeſſerung.

§. 364. Die in den Gedanken vorgenommene Veränderung bey der Ecliptic, vermittelſt welcher der Anfang derſelben einem vergangenen oder noch zukünftigen Jahre gemäß geſetzt wird, verändert auch die Pole des Gleichers, und bringt ſie an eine andere Stelle. Es iſt uns fürnehmlich um den mitternächtigen Pol zu thun, durch deſſen Stelle zugleich die Stelle des mittägigen beſtimmet wird. Iſt aber, nach der gegebenen Anweiſung, in der Ecliptic der Kugel das Punct bezeichnet in welches in dem angegeben, verfloſſenen oder zukünftigen Jahre der mitternächtige Wendpunct fällt, ſo darf man nur an dieſes Punct, welches in dem (362) beygebrachten Beiſpiele der fünfte Grad der Zwillinge oder der eilfte des Löwen iſt, und ſodenn an den Pol der Ecliptic den beweglichen Höhenquadranten anlegen. Das Punct dieſes Quadranten, welches von dem Pole der Ecliptic gegen dieſe, und den in derſelben bezeichneten Wendpunct, um $23\frac{1}{2}$ Grade ent-

entfernet iſt, wird in den geſuchten Ort des Pols des Gleichers fallen, welcher T.IV.F.66. demnach ebenfalls auf die Kugel gezeichnet werden kan; und wir wollen ſetzen, daß neben demſelben der Buchſtabe Q geſetzt worden ſey, um dieſen vormaligen oder zukünftigen deſto beſſer von dem gegenwärtigen Pole der Kugel zu unterſcheiden. Um dieſen Punct Q müſte durch den Anfang der Ecliptic der zu eben dem Zeitpuncte gehörige Gleicher beſchrieben werden, wenn es der Mühe werth wäre, und man ſich nicht ſcheuete, die Kugel dadurch einigermaſſen zu verderben.

§. 365. Durch dieſe Bezeichnung des Pols Q und des Anfangs der Ecliptic wird die Kugel zu dem angenommenen vergangenen oder zukünftigen Jahre eingerichtet. Denn daß ſie ſich um den Pol Q nicht ſo drehen läßt, wie um den würklich an dem Mittagsringe befeſtigten, iſt nichts weſentliches; ob es wol den Gebrauch etwas ſchwerer macht. Man kan dem ohngeachtet für jedes vor dem Jahre der Kugel verfloſſene, oder auf daſſelbe folgende Jahr finden, in welchem Grade der Ecliptic die Sonne ſtehen müſſe, wenn ſie bey dem Aufgange eines nach Belieben angenommenen Sterns, oder bey dem Untergange deſſelben, an einem Orte, deſſen Polhöhe bekant iſt, auch ſelbſt in dem Horizonte, um dieſe oder jene Zahl von Graden über den Horizont erhaben, oder unter denſelben verſenkt ſtehen ſoll. Und dieſes iſt uns zu wiſſen öfters nöthig, weil die Alten durch dergleichen Erſcheinungen die Tage des Jahres angegeben haben, ehe ſie einen richtigen Calender hatten.

Den erſten Aufgang und den letzten Untergang eines Sterns zu finden.

§. 366. Man kan aber dabey alſo verfahren. Wenn von dem Aufgange des Sterns die Rede iſt, ſo bringe man denſelben in den Morgenhorizont, und drehe den Mittagsring der Kugel ſo lang um ſeinen Mittelpunct, bis der Pol Q die Höhe des Orts bekomt, von welchem die Frage lautet, als vor Rom, 42 Grade. Dieſes wird vermittelſt des Höhenquadranten erhalten, welcher, wenn er gehörig an das Punct Q angebracht iſt, zugleich einen Theil des Mittagskreiſes dieſes Orts vorſtellet, welches der Mittagsring der Kugel nicht thun kan, wenn er nicht zugleich durch Q gehet. Iſt nun die Kugel in dieſem Stande befeſtiget worden, ſo ſiehet man den Punct, der auf dieſelbe

T.IV.F.66. gezeichneten Ecliptic, welcher in den öſtlichen oder weſtlichen Theil des Horizonts fällt, ſo gleich; derjenige aber, in welchem die Sonne ſich befinden muß, wenn ſie bey dem Aufgange des Sterns an dieſer oder jener Seite der Mittagsfläche um eine gegebene Zahl von Graden über den Horizont erhöhet, oder unter demſelben vertieft ſeyn ſoll, iſt vermittelſt des Höhenquadranten leicht zu entdecken. Und eben ſo wird auch verfahren, wenn die Frage von dem Untergange des Sterns iſt; auſſer daß man dieſen nunmehr in den weſtlichen Theil des Horizonts bringen muß: wodurch zwar die Höhe des Pols *Q* geändert wird, aber auf eben die Art, wie in dem vorigen Falle geſchehen muſte, wieder berichtiget werden kan. Iſt nun der geſuchte Ort der Sonne in der Ecliptic des Jahrs der Kugel dergeſtalt gefunden worden: ſo bleibt nichts übrig, als daß derſelbe in die Ecliptic des in der Frage angegebenen, vergangenen oder zukünftigen Jahres, übergetragen werde, indem nehmlich, wenn *A* die Länge der Sonne in dem vorhergehenden, und *B* die Länge derſelben in dem nachfolgenden Jahre bedeutet, man machet $B = A + D$, oder $A = B - D$, nachdem dieſe oder jene der beiden Längen *A*, *B*, in der Ecliptic der Kugel gefunden worden iſt.

§. 367. Es iſt bereits (360) angemerket worden, daß wenn ein Stern mit der Sonne zugleich aufgehet, deſſen Aufgang, wegen des Lichts der Sonne, nicht geſehen werden könne. Es kan aber auch der Aufgang eines Sterns nicht geſehen werden welcher kurz vor der Sonne in den oſtlichen Theil des Horizonts tritt, weil alsdann unſere Luft, von der in einer geringen Tiefe unter demſelben ſtehenden Sonne, noch allzuſehr erleuchtet wird. Nach und nach aber entfernet ſich die Sonne, indem ſie in ihrer Bahn gegen Morgen fortrücket, immer mehr von dem Sterne, die von dem Aufgange des Sterns bis zum Aufgange der Sonne verflieſſende Zeit wird länger, und die Sonne komt endlich bey dem Aufgange des Sterns ſo tief unter dem Horizonte zu ſtehen, daß ſie die Luft über den Beobachtungsplatz nicht mehr ſo ſehr erleuchten kan, daß dieſe vermögend wäre, den Stern zu verdunkeln: welche Tiefe, nachdem der Stern einen ſtärkern oder ſchwächern Glanz hat, auf 12 bis 15 Grade geſetzt wird. Denn von den gar kleinen Sternen iſt hier nicht die Rede. An dieſem Tage erſcheinet der Stern zuerſt im Aufgange, wird aber bald darauf von dem Lichte der ihm verfolgenden Sonne wieder verdunkelt, und

bleibt alſo nur eine gar kurze Zeit ſichtbar. In den darauf folgenden Tagen wird die Zeit, in welcher der Stern nach ſeinem Aufgange geſehen werden kan, immer gröſſer, und der Stern ſteigt in derſelben immer höher und höher, bevor er von der ſich dem Morgenhorizonte nähernden Sonne verdunkelt wird. T.IV.F.66.

§. 368. Der Tag des Jahres, in welcher ein Stern dergeſtalt zuerſt aufgehet, kan eben dadurch von allen vorhergehenden und nachfolgenden Tägen dieſes Jahres unterſchieden werden: und dazu haben die Alten dieſen Aufgang gebraucht, welcher auch Ortus heliacus genennt wird, weil bey demſelben der Stern zuerſt aus den Sonnenſtrahlen hervorkömt. Eine beträchtliche Zeit nach dieſem Aufgange, binnen welcher der Stern immer in dem Morgenhorizonte ſichtbar wird, hat ſich die Sonne durch ihre Bewegung von Abend gegen Morgen ſo ſehr von ihm entfernet, und an der andern Seite demſelben genähert, daß ſie nunmehro kaum untergegangen iſt, indem der Stern aufgehet. Alsdenn erſcheinet derſelbe zuerſt in einer gröſſern oder kleinern Höhe über dem Horizonte, und bleibt bis zu ſeinem Untergange ſichtbar. Es wird aber dieſe Zeit der Sichtbarkeit, welche anfänglich viele Stunden betragen kan, durch die ſich dem Sterne an der Abendſeite nähernde Sonne immer mehr verkürzet, und endlich ſo kurz, daß der Stern faſt in eben dem Augenblicke, in welchem er an der Abendſeite des Horizonts von dem Lichte der Sonne verlaſſen und dadurch ſichtbar wird, ſich unter dem Horizonte verſenket. Iſt dieſes geſchehen, ſo wird der Stern völlig unſichtbar, und bleibt es ſo lange, bis die Sonne, nachdem ſie bey ihm vorbeygegangen iſt, ſich an der Morgenſeite wieder ſo weit von demſelben entfernet hat, daß er bey ſeinem Aufgange geſehen werden kan.

§. 369. Dieſer leztere Untergang, mit welchem ein Stern eine Zeitlang ganz unſichtbar wird, heiſſet ſein Occaſus heliacus, und iſt von den Alten eben ſo wol gebraucht worden, als der Aufgang dieſer Art, einen oder etliche auf einander folgende Täge des Jahres, von den übrigen Tägen deſſelben, zu unterſcheiden. Der nach der gegebenen Anweiſung in der damahligen Ecliptic gefundene Ort der Sonne an dem Tage eines dergleichen Aufgangs oder Untergangs, wird uns dienen eben den Tag nach unſerm Calender anzugeben, ſo

T.IV.F.66. bald wir uns dieſen etwas genauer bekant gemacht haben werden. Eben die Bewantniß hat es auch mit den übrigen Aufgaben, welche vermittelſt der Himmelskugel aufgelöſet worden, die ſich faſt von ſelbſt darbiethen, wenn nur die Dinge, von welchen ſie handeln, hinlänglich bekant ſind: indem alles darauf ankömt, daß man die Kugel demjenigen, ſo in der Aufgabe als bekant angegeben wird, gemäß ſtelle. Denn ſobald dieſes geſchehen iſt, erſcheinet auch das geſuchte an derſelben, oder kan doch aus dem, ſo ſich würklich zeiget, ohne Weitläuftigkeit geſchloſſen werden. Dieſes letztere iſt inſonderheit von den gegebenen oder geſuchten Zeiten zu verſtehen, welche, da ſie an ſich unſichtbar ſind, durch die nach richtigen Gründen beſtimte Bogen des Gleichers, oder, wenn es nicht nöthig iſt die Sache ſo genau zu nehmen, durch die Theile des an dem Mittagsringe befeſtigten Stundenſcheibchens, in Stunden und Minuten angegeben werden; von welchen ſogleich ausführlich gehandelt werden ſoll.

Der

Aſtronomiſchen Vorleſungen

ſechſter Abſchnitt.

Von dem Tage und deſſen Theilen.

Eintheilung des Tages.

§. 370.

Wir können nun in der Betrachtung des Laufs der Sonne fortfahren, deren Licht und Wärme in unſere Verrichtungen einen ſo ſtarken Einfluß hat, daß die Menſchen dadurch bewogen, und faſt gezwungen worden ſind, die Zeit fürnehmlich nach der Bewegung derſelben einzutheilen. Das erſte ſo ſich zu dem Ende darboth, war der Tag, ſamt der vorhergehenden oder darauf folgenden Nacht, welche zwo Zeiten gemeiniglich zuſammen genommen werden, wenn man Täge zählet: es war alſo nur eine geſchickte Eintheilung des Tages feſtzuſetzen. Dieſe haben einige Völker auf dieſe, andere auf eine andere Art gemacht und verſchiedene derſelben haben den Tag von verſchiedenen Zeitpuncten angefangen, nachdem ſie dabey ihre beſondere Abſichten hatten. Nunmehro richtet man ſich in Europa, und vielen andern Ländern, nach der Eintheilung der Aſtronomen, welche unter allen die ſchicklichſte iſt.

§. 371. Der Tag wird an einem jeden Orte von dem Zeitpuncte an, in welchem der Mittelpunct der Sonne durch die Mittagsfläche durchgegangen iſt, bis an denjenigen gerechnet, in welchen er eben den Theil dieſer Fläche das nächſtemal erreichet. Es wird nehmlich jede Mittagsfläche, oder jeder Mittagskreis, durch die Axe des Himmels in zween Theile getheilt, und von dieſen Theilen iſt die Rede. Hierinnen ſtimmen wir mit den Aſtronomen überein: wir nehmen aber den Anfang des Tages in der einen dieſer Hälften, indem ihn jene in der

T.IV.F.66. andern nehmen, ſo daß ſich der aſtronomiſche Tag in dem Zeitpuncte anfängt, mit welchem ſich die erſte Hälfte des gemeinen endiget. Jeder derſelben, ſowol der gemeine als der aſtronomiſche, wird durch das Beiwort des natürlichen von einem jeden andern Tage unterſchieden.

§. 372. Um nun dieſen Tag einzutheilen, ſtellet man ſich durch die Axe des Himmels noch eilf andere Flächen gelegt vor, ſo daß mit der Mittagsfläche deren zwölfe werden, deren jede von der Axe getheilt wird. Dadurch werden vier und zwanzig Flächen erhalten, deren jede von der Axe an ſich gegen den Sternhimmel erſtrecket, und mit jeder ihr zunächſt liegenden einen Winkel von 15 Graden einſchlieſſet. Man kan dieſe Flächen zu halben Cirkeln machen, die ihren gemeinſchaftlichen Mittelpunct in der Axe, und ſämtlich eben den Halbmeſſer haben. Alsdenn heiſſen ſie die Stundencirkel; die nicht ſelbſt an den Sternhimmel gezeichnet werden müſſen, weil ſie unbeweglich an der Mittagsfläche des Orts haften, zu welchen ſie gehören. Indem ſich der Himmel drehet, komt nach und nach ein jeder Abweichungskreis in einen jeden dieſer Stundencirkel.

T.IV.F.67. §. 373. Die 67ſte Zeichnung iſt ein orthographiſcher Entwurf dieſer Cirkel, auf die nach dem Nordpole gekehrte Seite einer Fläche, die der Axe perpendicular, und alſo der Fläche des Gleichers parallel geſetzt iſt. Man kan ſich zwiſchen jeden zween der entworfenen Flächen ſo viel andere vorſtellen, daß dadurch der Stundenwinkel von 15 Graden in 60 kleinere Winkel getheilet wird, deren jeder 15 Minuten hält, um in dieſen Flächen die Minutencirkel zu zeichnen: und jeder dieſer Minutenwinkel kan ferner auf eben die Art in 60 Secundenwinkel, von 15 Secunden eines Grades, zerſchnitten werden. Es läßt ſich aber, was von den Stundencirkeln geſagt wird, ſo leicht auf die Cirkel der Minuten und Secunden anwenden, daß es nicht nöthig iſt ſich dabey aufzuhalten. Ja es werden gemeiniglich auch dieſe unter dem Nahmen der Stundencirkel begriffen. Die dem Entwurfe beygeſchriebene römiſchen Zahlen ſind für die gemeine Eintheilung, auf welche ſich unſere gewöhnliche Uhren gründen, die innern Ziffern aber, für die aſtronomiſche.

§. 374. Mit dem Augenblicke nun, in welchem der Mittelpunct der Sonne den Theil der Mittagsfläche verläßt, da ſie am höchſten ſtehet, und gemeiniglich

meiniglich ſichtbar iſt, endiget der Aſtronom ſeinen Tag, und fängt einen neuen T.IV.F.67.
an. Zu eben der Zeit zählen wir im gemeinen Leben zwölf Uhr um Mittag, und endigen damit die erſte Hälfte des Tages, welcher anfieng, als der Mittelpunct der Sonne durch den dem vorigen entgegen geſetzten Theil der Mittagsfläche gieng, in welchem ſie gemeiniglich unſichtbar iſt, und immer am niedrigſten ſtehet. In dem Zeitpuncte, in welchem die Sonne den zunächſt nach Abend zu an der Mittagsfläche liegenden Stundencirkel erreichet, ſetzen wir, mit den Aſtronomen, das Ende der erſten Stunde, und den Anfang der zweiten, und ſo verfahren wir nach Mittag immer, bis endlich zu Mitternacht die gemeine Art zu zählen ſich von der aſtronomiſchen entfernet, indem die Aſtronomen von dieſem Zeitpuncte die Stunden in einem fort, bis zu der vier und zwanzigſten rechnen.

§. 375. Dieſes iſt der eigentliche Grund unſerer Eintheilung des Tages. Wir verfahren eben ſo, wenn anſtatt der Sonne wir uns nach einem Fixſterne richten, und würden eben ſo verfahren, wenn wir dazu einen andern Körper annehmen wolten, als zum Beyſpiel, den Mond. Wir laſſen die beſchriebene Eintheilung des Raums rings um die Axe der Erde, und nennen die Zeit, welche der Stern braucht aus einem Stundencirkel in dem nächſt folgenden überzugehen, eine Sternſtunde; welche Stunden einander alle gleich ſind. Eben ſo würden wir die Zeit, welche der Mittelpunct des Mondes anwendet, aus dem obern Theile der Mittagsfläche in die erſte Stundenfläche überzugehen, die erſte Mondſtunde nennen, diejenige, welche er braucht von dieſer in die dritte zu gelangen, die zweite, und ſo die dritte und vierte; ohne darauf zu ſehen, ob dieſe Zeiten einander gleich ſind, oder nicht. Dieſes iſt der rechte Begriff, den wir uns von einer ſcheinbaren Stunde machen müſſen, welche ihre Benennung von dem himliſchen Körper bekomt, nach deſſen Bewegung wir uns dabey richten. Sie iſt nur in dem Falle der vier und zwanzigſte Theil des Umlaufs dieſes Körpers, wenn derſelbe immer eben die Zeit anwendet aus einem Stundencirkel in den zunächſt folgenden überzugehen, auſſerdem aber keinesweges: wiewol immer vier und zwanzig aufeinander folgende Stunden die ganze Zeit des Umlaufs, von der Mittagsfläche bis wieder in dieſelbe, ausmachen. So iſt auch eine Minute nicht immer der ſechzigſte Theil einer Stunde, ſondern eine Minute bedeutet überhaupt die Zeit, welche der angenommene Körper braucht aus einem Minutencirkel ſich bis zu dem nächſtfolgenden zu bewegen: und eben die Be-

wantniß

T.IV.F.67. wantniß hat es auch mit den Secunden. Die Winkel, welchen die Fläche eines Secundencirkels mit der ihr zunächſt liegenden einſchlieſſet, ſind alle von einer Gröſſe, und jeder derſelben beträgt 15 Secunden eines Grades; die ſcheinbaren Zeitſecunden aber können gar wol ungleich ſeyn, ſo wol als die ſcheinbaren Stunden und Minuten.

Gründe der Sonnenuhren.

§. 376. Hieraus iſt die ganze Einrichtung der Sonnenuhren zu begreifen, ſowol derjenigen, welche unbeweglich an ihrem Orte verbleiben müſſen, als auch der meiſten übrigen, die überal gebraucht werden können. Sie zeigen die ſcheinbaren Sonnenſtunden: könten aber einen Sonderling, welcher ſich bey der Eintheilung ſeiner Zeit überal nach dem Monde richten wolte, ebenfalls befriedigen.
T.IV.F.68. Man ſtelle ſich (*T. IV. Fig.* 68.) eine dünne Platte *AB* genau in der Mittagsfläche des Orts vor, dem die Uhr dienen ſoll, und ziehe in derſelben *CD* der Axe des Himmels parallel. Durch dieſe *CD* lege man eine andere dergleichen Platte *EF* ſo, daß ſie mit der vorigen *AB* rechte Winkel einſchlieſſe. Dieſe rechte Winkel theile man ferner durch zwo andere Platten *GH*, *IK*, jeden in ſeine zwo Hälften, und jede dieſer Hälften in drey gleiche Theile vermittelſt anderer Platten, welche in der Zeichnung nicht erſcheinen. Dadurch werden der rings um die Axe *CD* gelegten Platten vier und zwanzig, deren jede mit der ihr zunächſt liegenden einen Winkel von 15 Graden einſchlieſſet, welcher der vier und zwanzigſte Theil von vier rechten Winkeln iſt, die rings um *CD* herumſtehen. Ob nun wohl die bey der Oberfläche der Erde gezogene *CD* eigentlich nicht als ein Theil der Weltaxe angeſehen werden kan, da ſie nicht durch den Mittelpunct der Erde gehet: ſo iſt ſie doch von dieſer Axe, welcher ſie parallel lieget, durch unſere Sinne nicht zu unterſcheiden, und der Fehler, welcher dadurch begangen wird, daß man *CD* für einen Theil der Axe des Himmels hält, iſt wegen der geringen Parallaxe der Sonne, ganz und gar unmerklich. Iſt aber dieſes, ſo können auch die durch *CD* gelegten Platten ſtatt der Flächen gebraucht werden, die man ſich durch die Weltaxe gelegt vorſtellen muß, um in denſelben die Stundencirkel zu beſchreiben; weil jede dieſer Platten einem der Stundencirkel parallel liegen, und von demſelben nicht mehr abweichen wird, als *CD* von der Axe abweichet.

§. 377. Wenn alſo die Sonne ſich in der, ſo weit es nöthig iſt, erweiterten Fläche *AB* befindet, ſo iſt es Mittag. Iſt ſie von dannen in die ebenfalls nach Nothdurft erweiterte Fläche *IK* übergegangen, zwiſchen welche und *AB* zwo Stundenflächen fallen, ſo ſind vom Mittage an drey Stunden verfloſſen. In der Fläche *EF* befindet ſich die Sonne nach Mittag um ſechs Uhr, und früh um ſechs Uhr; das einemal an der Seite *EC*, das anderemal an der entgegengeſetzten. Es iſt aber an dem Schatten, welchen die Platten werfen, wenn ſie von der Sonne beſchienen werden, gar wohl zu merken, ob ſich die Sonne in einer der Flächen befinde, deren Lagen die Platten angeben, und welche dieſe ſey? Denn es wird die Platte, in deren Fläche ſich der Mittelpunct der Sonne befindet, an beiden Seiten gleich ſtark erleuchtet, und wirft auſſer ihrer Fläche keinen Schatten. Wird nur eine Seite einer Platte erleuchtet, ſo befindet ſich immer die Sonne an dieſer Seite, und daraus iſt eben ſo leicht zu ſchlieſſen, ob dieſelbe die Fläche einer Platte bereits verlaſſen habe, oder ob ſie ſich dieſer Fläche nähere. T.IV.F.68.

§. 378. Die dergeſtalt zuſammengeſetzten und richtig geſtellten Platten würden alſo allerdings eine Sonnenuhr geben: ſie zeigen aber auch wie eine dergleichen Uhr auf vielerley Art viel bequemer eingerichtet werden könne. Da an der Geſtalt der Platten, welche einander in der Axe *CD* ſchneiden, nichts gelegen iſt, ſo darf man nur in jeder derſelben ein Punct oder mehrere Puncte annehmen, die einen Schatten werfen, oder eine Ritze, durch welche das Licht in einen übrigens beſchatteten Raum eindringen kan. Dieſe Puncte werden am beſten in der Axe *CD* ſelbſt genommen, durch welche alle Stundenflächen hindurchgehen; und gemeiniglich wird dieſe Axe cörperlich gemacht, damit ſie einen Schatten werfen möge. Alsdenn iſt weiter nichts nöthig, als daß, durch andere in einer ſchicklichen Entfernung von der Axe geſetzte Puncte oder Linien, die Lage einer jeden Stundenfläche angegeben werde. Dieſe Puncte oder Linien können ſämtlich in eben die, ſo oder anders geſetzte Fläche, gebracht werden, gleichwie die Linien *DG*, *DE*, *DI*, *DB* ſamt den übrigen, deren jede mit der Axe *CD* eine der Stundenflächen *AB*, *GH*, *EF*, *IK* feſtſetzet, alle in die Fläche *MN* fallen, welche dem Horizonte parallel ſeyn, oder dieſen unter einem beliebigen Winkel, in dieſer oder jener Linie ſchneiden mag. Alsdenn iſt es Mittag, wenn der Schatten der Axe auf die verlängerte *DB* fällt, drey Uhr nach Mittag, wenn dieſer Schatten die Linie *DG* bedecket, ſechs Uhr, wenn er auf

T.IV.F.68. *DE* trift u. ſ. w. Man kan aber auch die Stundenlinien, welche die Stelle dieſer *DG*, *DE*, *DI*, *DB* vertreten ſollen, oder die Stundenpuncte, in verſchiedenen Flächen, oder in der gekrümten Oberfläche einer Walze, einer Kugel oder eines andern Körpers zeichnen, weil ein jeder auſſer der *CD* in der Fläche *AB* gezeichneter Punct, wenn er von dem Schatten dieſer Axe bedecket wird, den Mittag richtig angiebt, und es mit einem jeden in einer der übrigen Stundenflächen gezeichneten Puncte eine ähnliche Bewantniß hat. Insbeſondere können die geraden Linien, welche durch die in den Stundenflächen nach Belieben angenommene Puncte *A*, *G*, *E*, *K*, *F* der Axe *CD* parallel laufen, ſie mögen übrigens liegen wie ſie wollen, gar füglich als Stundenlinien gebraucht werden.

Ebene Sonnenuhren.

§. 379. Gemeiniglich werden die Stundenlinien in eine ebene Fläche gebracht, welche bey dem Gebrauche ihre Lage, ohne einige Veränderung behalten muß. Und in dieſer Lage iſt die Fläche entweder der der Axe des Gleichers parallel gemachten Axe der Uhr parallel, oder dieſe Axe lauft an die Uhrfläche an, und erreichet ſie in einem Puncte, welches alsdann das **Centrum der Uhr** genennt wird. Da man ſich immer die Axe der Uhr als die Axe des Gleichers ſelbſt vorſtellen kan: ſo gehet in dem erſten Falle die erweiterte Uhrfläche durch beide Pole des Himmels; in dem zweiten aber iſt immer einer dieſer Pole über die Fläche der Uhr erhaben, und der andere unter derſelben vertieft: ſo daß die Axe der Uhr, gegen den über ihre Fläche erhabenen Pol verlängert, mit dieſer Fläche einen Winkel einſchließt, welcher die **Polhöhe der Uhr** genant werden ſoll. Dieſer Winkel kan gerade oder ſpitzig ſeyn, und ſo klein, daß dadurch die Fläche der Uhr der Axe beynahe parallel wird.

§. 380. Wenn die Fläche der Uhr der Axe perpendicular iſt, ſo iſt ſie der Fläche des Gleichers parallel, und wird eine Aequinoctialuhr genennet, welche unter allen am leichteſten zu beſchreiben iſt. Denn die Stundenwinkel derſelben ſind einander alle gleich, und jeder derſelben hält genau funfzehn Grade: mit einem Worte, eine Aequinoctialuhr hat völlig das Anſehen der 67ſten Zeichnung, oder gründet ſich doch allein auf dieſelbe. Was aber die übrigen Uhren anlangt, deren Polhöhe weniger beträgt als 90 Grade: ſo iſt bey denſelben zugleich der

Winkel

Winkel in Betrachtung zu ziehen, welchen ihre Fläche mit der Mittagsfläche des Orts, an welchem die Uhr zu ſtehen kommen ſoll, einſchlieſſet, welcher, wenn man ihn bald an der Morgenſeite der Mittagsfläche, und bald an ihrer Abendſeite annimt, nie gröſſer iſt, als ein rechter Winkel. *T.IV.F.68.*

§. 381. Iſt der Winkel, welchen die Mittagsfläche mit der Fläche der Uhr einſchlieſſet, gerade, ſo gehet die Linie, in welcher die Horizontfläche von der Fläche der Uhr geſchnitten wird, immer gerade von Abend gegen Morgen. Denn die Horizontfläche iſt der Fläche des Mittags ebenfalls perpendicular: und zwo einer dritten perpendiculare Flächen können einander nicht anders, als in einer geraden Linie ſchneiden, die dieſer dritten Fläche perpendicular iſt. Es fällt alſo auch die Fläche des Winkels, welcher die Polhöhe der Uhr angiebt, in die Mittagsfläche, und der Winkel ſelbſt iſt aus der Polhöhe des Orts, und der Neigung der Uhrfläche gegen den Horizont, gar leicht zu ſchlieſſen. Es ſey (*T.IV.F.69.*) *T.IV.F.69.* *AB* die in der Horizontfläche gezogene Mittagslinie des Orts, welchem die Uhr dienen ſoll, *CD* die in der Mittagsfläche richtig geſetzte Axe, und alſo *DCB* die Polhöhe eben dieſes Orts, *EF* aber ſey die Linie, in welcher die Mittagsfläche von der Fläche der Uhr geſchnitten wird, und alſo *EFA* der Winkel, welchen die Fläche der Uhr mit dem Horizonte, oder der in demſelben gezogenen Mittagslinie einſchlieſſet: ſo iſt *DGF* die Polhöhe der Uhr, und dieſer Winkel iſt die Summe der beiden $GFC + GCF$, welche ihm in dem Dreyecke *GCF* gegenüber ſtehen. Soll die Uhr an die andere Seite der Fläche *EF* gezeichnet werden, ſo daß nun nicht die von *G* durch *D* verlängerte *GD* nach den über ihre Fläche erhabenen Pol lauft, ſondern die *GC*; ſo wird die Polhöhe *EGC* auf eben die Art gefunden. Es giebt aber auch Fälle, in welchen für die Polhöhe der Uhr nicht die Summe, ſondern der Unterſchied der Winkel *DCF* und *EFC* genommen werden muß; zu deren Entdeckung eine ſehr leichte Zeichnung hinlanget.

§. 382. Es ſind aber unter dieſer Art Uhren, deren Flächen der Mittagsfläche perpendicular ſind, indem ſie zugleich an die Axe anlaufen, auſſer der Aequinoctialuhr nur diejenigen würklich im Gebrauche, bey welcher dieſe Fläche entweder ſelbſt in den Horizont fällt, oder auf dieſem ſenkrecht ſtehet, und alſo die Horizontfläche in einer Linie ſchneidet, die genau von Morgen gegen Abend lauft. Die Horizontaluhr iſt die vollſtändigſte unter allen Sonnenuhren, die ganz auf eine

T.IV.F.69. eine und eben dieſelbe Ebene verzeichnet ſind. Sie wird erleuchtet, ſo lang ſich die Sonne über den Horizont aufhält, und iſt alſo fähig das ganze Jahr durch alle Stunden anzugeben: welches nicht ſtatt hat, wenn die Sonne in einem Zeitpuncte, in welchem ſie würklich über der Fläche einer Uhr erhaben iſt, und alſo dieſe Fläche erleuchten würde wenn keine andere Verhinderung da wäre, ſich unter dem Horizonte des Orts befindet. Die Polhöhe des Orts iſt zugleich die Polhöhe der zu demſelben gehörigen Horizontaluhr. Ueber eine gerade nach Mittag gekehrte Verticaluhr aber iſt nicht der nordliche, ſondern der ſüdliche Pol erhaben, und zwar um einen Winkel, welcher zugleich die Höhe des Gleichers über den Horizont des Orts angiebt. Alles dieſes, nebſt andern dergleichen Umſtänden wird gar leicht eingeſehen, wenn man der Einbildung durch einige leichte Zeichnungen, und im Nothfalle, durch Blätter, welche nach Belieben ſo oder anderſt gelegt werden können, etwas zu Hülfe kömt.

Vorbereitung zu den Verticaluhren.

§. 383. Unter den übrigen Uhren, die ein Centrum haben, obwol ihre Flächen der Mittagsfläche nicht perpendicular ſind, ſind nur diejenigen von einem würklichen Nutzen, die vertical ſtehen, und alſo an die Mauer eines Gebäudes gezeichnet, oder ſonſt der Oberfläche derſelben parallel befeſtiget werden können.
T.IV.F.70. Es ſey *AB* (*T. IV. Fig.* 70.) die Verticalfläche, auf welche die Uhr gezeichnet werden ſoll, welche die Horizontfläche *BD* in der *BE* ſchneidet. *MN* ſey die in dieſer Fläche gezeichnete Mittagslinie des Orts, und *NC* die über dieſer Linie gehörig erhöhte Axe, ſo nehmlich, daß der Winkel *CNM* der Polhöhe dieſes Orts gleich geworden. Wird nun dieſe Axe bis an die Fläche der Uhr verlängert, ſo iſt das Punct *C*, in welchem ſie dieſelbe erreichet, das Centrum der Uhr, und die Linie *CM*, in welcher eben die Fläche von der durch *CMN* gehenden Mittagsfläche geſchnitten wird, iſt diejenige, auf welche der Schatten der Axe zu Mittag fällt. Da die Fläche *AB* ſowol auf dem Horizonte ſenkrecht ſtehet, als die Mittagsfläche *CNM*, ſo iſt auch dieſe Linie vertical, und demnach das Dreyeck *CMN* bey *M* rechtwinklicht, der Winkel *MCN* aber die Ergänzung der Polhöhe *CNM*, oder die Höhe des Gleichers des Orts, welchem die Uhr dienen ſoll. Da aber auch die Horizontlinie *MB* der *CM* perpendicular iſt, ſo iſt *NMB* der Winkel, welchen die Uhrfläche *AB* mit der Fläche *CNM* einſchlieſſet, und es kan, wenn nur die Mittagslinie *MN* richtig gezeichnet iſt, dieſer Abweichungswinkel *NMR*

durch

durch Grade, oder ſonſt angegeben werden. Wird in der Horizontfläche *NR* der *EB* perpendicular gezogen, ſo verhält ſich die nach Willkühr angenommene *MN* zu der *NR* wie der Radius zum Sinus des Winkels *NMR*; und *MR* zu eben der *NR*, wie der Radius zur Tangente deſſelben. Da alſo dieſer Winkel ſo leicht zu finden iſt, ſo wird derſelbe gemeiniglich als bekant angeſehen. T. IV. F. 70.

§. 384. Die in der Horizontfläche *BD* der *BE* perpendicular gezogene *NR* iſt auch der Uhrfläche *AB* perpendicular, und bildet demnach mit der in dieſer Fläche gezogenen *CR* und der Axe *CN* das rechtwinklichte Dreyeck *CRN*, deſſen Fläche ebenfalls auf der Fläche der Uhr ſenkrecht ſtehet, wodurch der Winkel *NCR* zur Polhöhe der Uhr wird. Alſo iſt dieſe Polhöhe aus der Verhältniß *CR* : *RN* oder *CN* : *RN* leicht zu ſchlieſſen; und mit dem Winkel *MCR*, welchen die gerade unter der Axe liegende *CR* mit der Linie der zwölften Stunde *CM* einſchlieſſet, hat es keine gröſſere Schwierigkeit. Es hat aber die Linie *CR* einen wichtigen Nutzen, indem ſie nicht nur dienet, die Axe *CN* an die fertig gezeichnete Uhr richtig anzuſetzen, ſondern auch dieſe Zeichnung ſehr erleichtern kan. Sie iſt der orthographiſche Entwurf der Axe *CN* in der Fläche der Uhr, und kan gar wohl durch dieſe Benennung von den übrigen Linien derſelben unterſchieden werden.

§. 385. Eben dadurch aber, daß die Fläche *CRN* durch die Axe *CN* gehet, wird ſie auch immer zu einer Stundenfläche, wiewohl es ſich ſelten trift, daß ſie eben zu einer vollen Stunde gehörte, ſondern gemeiniglich über die nächſte volle Stunden auch Minuten angiebt. Dem ohngeachtet wäre die Gröſſe des Winkels, welchen dieſe Fläche *CRN* mit der Mittagsfläche *CMN* einſchlieſſet, vermittelſt einer Uhr, deren Zeiger mit der Sonne zugleich herumkomt, unmittelbar zu finden. Man dörfte nur anmerken, wie viele Stunden und Minuten dieſer Uhr der Schatten der Axe *CN* brauchet aus der Linie der zwölften Stunde *CM* in die *CR* überzugehen: und für jede Stunde dieſer Zeit, dem geſuchten Winkel funfzehn Grade, für jede Minute aber funfzehn Minuten eines Grades, zu ſchreiben. Es kan aber auch ohne dieſe Weitläuftigkeit der Winkel, welchen die Fläche *CRN* mit der *CMN* einſchlieſſet, durch die Rechnung gefunden werden, ſo bald *NCM* und *RMN* bekant ſind. Denn die rechtwinklichten Dreyecke *CMN*, *CMR* und *CRN* bilden eine ſolide Ecke, in welcher *NCR* mit *P*, *RCM* mit *B*,

T.IV.F.70. und *NCM* mit *H* bezeichnet werden kan, der Winkel bey *M* aber, welchen die Fläche *NCM* mit der *CMR* einſchlieſſet, mit *M*, und der zwiſchen den Flächen *CMN*, *CRN* enthaltene, welcher geſucht wird, mit *N*. Alsdenn wird dieſer Winkel *N* aus den gegebenen *H* und *M* vermittelſt der bekanten Regel $1 : tan\ M = cos\ H : cot\ N$ gefunden: wie denn überhaupt, vermittelſt der Trigonometrie, aus jeden zween der fünf Winkel *B*, *P*, *H*, *M*, *N*, die übrigen dreye berechnet werden können.

§. 386. Nun wird der Winkel *H*, welcher der Höhe des Gleichers gleich iſt, immer als bekannt angenommen. Zur Entdeckung eines der übrigen vier Winkel *B*, *P*, *M*, *N* aber, welcher gemeiniglich *M* iſt, wird gar nicht erfordert, daß die Axe *NC* gleich anfangs körperlich gemacht, und in ihrer rechten Lage an die Uhrfläche *AB* angebracht werde, wenn nur der Augenblick des wahren Mittags, vermittelſt des Schattens der Sonne, oder einer richtig geſetzten Uhr, angegeben werden kan. Man darf nur in einer ſchicklichen Entfernung von der Fläche der Uhr ein Punct vor *N* annehmen, und daſelbſt unbeweglich befeſtigen: wozu der Mittelpunct einer kleinen runden Platte, ſo der Uhrfläche parallel gemacht worden, oder eines in eine dergleichen Platte gebohrten runden Löchleins, gar wol zu gebrauchen iſt. Von dieſem Puncte *N* kan ſogleich die *NR* der Fläche der Uhr perpendicular gezogen, und dadurch das Punct *R* beſtimmet werden. Wird aber auch in eben der Fläche *AB* das Punct *M* entdecket, in welches der Schatten des Puncts *N* in dem Augenblicke des Mittages fällt, oder fallen würde, wenn dieſer Punct *N* körperlich wäre; ſo kan durch dieſes Punct *M* in der Fläche der Uhr die Linie der zwölften Stunde *CM* dem Horizonte perpendicular gezogen, und *NM*, die Entfernung des Puncts von der *CM*, welche *NM* immer dem Horizonte parallel ſeyn wird, gemeſſen werden. Aus dieſer *NM* und dem bekanten Winkel *MNC* wird nun ferner die *MC* gefunden, und durch dieſe Länge das Centrum der Uhr *C* beſtimt, durch welches, und das zuerſt gefundene Punct *R* ferner der Entwurf der Axe *CR* gezeichnet werden kan, welcher mit der *CM* den Winkel $RCM = B$ einſchlieſſet. Eben die *NM* giebt auch, wenn ſie mit der *NR* zuſammen gehalten wird, den Winkel *M*, und es öffnen ſich dadurch verſchiedene Wege zu den übrigen der fünf Winkel *B*, *P*, *H*, *M*, *N*, und insbeſondere den Winkel *N*, zu gelangen.

Würkliche Ausführung der ebenen Uhren.

§. 387. Wird nun durch die Axe *CN* noch eine andere Stundenfläche *CFN* gelegt, welche mit der Mittagsfläche *CMN* einen Winkel einſchlieſſet, deſſen durch Grade angegebene Gröſſe, ſo aus der Stunde, zu welcher die Fläche *CFN* gehöret, gar leicht zu ſchlieſſen iſt, wir *S* nennen wollen: ſo iſt aus dieſem Winkel *S* und aus dem gefundenen, *N* derjenige, welchen eben die Fläche *CFN* mit der *CRN* einſchlieſſet, gar leicht zu haben. Denn wenn wir dieſen letztern Winkel *T* nennen, ſo iſt entweder $T = S - N$, oder $T = N - S$, oder $T = S + N$, nachdem die Fläche *CFN* in Anſehung der beiden vorigen *CRN* und *CMN* dieſe oder jene Lage hat, und entweder darzwiſchen, oder an dieſer oder jener Seite auſſer dieſelben fällt. Der Winkel *S* wird immer gefunden wenn man 15 Grade durch die Zahl der Stunde multipliciret, zu welcher er gehören ſoll. Dadurch wird auch der Winkel *T* für jede Stundenlinie entdecket, und die Linien der halben und Viertelſtunden, wenn dieſe auch in die Uhr gebracht werden ſollen, haben keine gröſſere Schwierigkeit. Iſt aber zu einer ebenen Sonnenuhr, wenn ſie auch weder horizontal nach vertical wäre, der Entwurf der Axe *CR* richtig gezogen, die Polhöhe der Uhr, welche wir durch *P* bezeichnet haben, gefunden, und zu dieſer oder jener Stundenlinie der Winkel *T* entdecket worden; ſo kan dieſe Stundenlinie nach verſchiedenen Wegen auf die Fläche der Uhr gebracht werden, und man kan unter denſelben diejenigen wählen, welche ſich für jeden beſondern Fall am beſten ſchicket. T.IV.F.70

§. 388. Denn wenn (*T. IV. Fig.* 71.) *AB* die ſo oder anders gekehrte Fläche der Uhr, und in derſelben *CR* der orthographiſche Entwurf der Axe, *C* aber das Centrum iſt, durch welches man ſich in der Fläche *GCR*, die auf der Fläche der Uhr ſenkrecht ſtehet, die Axe *CG* in ihrer wahren Lage vorſtellen kan: ſo kan man ſich auch durch ein beliebiges Punct *R* oder *G* eine Fläche *IH* dieſer Axe *CG* perpendicular geſetzt einbilden, welche dadurch der Fläche des Gleichers parallel wird, ja als ein Theil dieſer Fläche angeſehen werden kan. Dieſe Fläche *IH* wird der *GCR* perpendicular ſeyn, auf welcher die *AB* ebenfalls ſenkrecht ſtehet. Demnach werden dieſe zwo Flächen *IH* und *AB* einander in einer geraden Linie *HK* ſchneiden, die eben der Fläche *CGR* perpendicular iſt, und folgends auch mit der *CR* den rechten Winkel *CRH* oder *CRK*, und mit der *GR* die gleichfalls rechten Winkel *GRH*, *GRK* einſchlieſſet. T.IV.F.71.

T. IV. F. 71. ſchlieſſet. Der Winkel *CGR* iſt ebenfalls gerade, und es iſt demnach die *GR*, vermittelſt des bekanten Winkels *GCR*, aus der angenommenen *CR* oder *CG* leicht zu finden. Wird nun in der Fläche *IH* an die *GR* der Winkel *RGL* angeſetzt, welcher dem zu einer gewiſſen Stunde berechneten *T* gleich iſt, ſo wird *RL* die Tangente dieſes Winkels *LGR* oder *T*, zu dem Radius *GR*. Es kan alſo, da *GR* bekant iſt, dieſe *RL* durch die Rechnung oder Zeichnung gefunden, und dadurch in der *HK* das Punct *L* beſtimmet werden, von welchem die Linie eben dieſer Stunde *LC* an das Centrum lauft. Denn die durch *GC* und *GL* gelegte Fläche *GCL*, welche die Fläche der Uhr in dieſer *LC* ſchneidet, iſt die Fläche der zu dem Winkel *T* gehörigen Stunde.

§. 389. Aus den bekanten Seiten *CR*, *RL* des rechtwinklichten Dreyecks *CRL* aber kan auch der Winkel *LCR* gefunden werden, welchen die Stundenlinie *CL* mit dem Entwurfe der Axe *CR* einſchlieſſet: und man kan vermittelſt dieſes Winkels *RCL* die Stundenlinie *CL* unmittelbar auf die Fläche der Uhr bringen, ohne daß es nöthig iſt die *HK* zu ziehen, welches, da die Tangente *RL* zu einem groſſen Winkel *RGL* ſehr lang wird, nicht immer füglich geſchehen kan. Es wird aber auch dieſer Winkel *LCR*, welcher eine Seite der bey *R* rechtwinklichten ſoliden Ecke *GCRL* abgiebt, aus der bekanten Seite deſſelben *GCR* und dem Winkel *RGL* = *T*, unmittelbar geſchloſſen. Iſt aber der Winkel *LCR* bekant, ſo hat man auch die Ergänzung deſſelben zu einem rechten Winkel *CLR*, deſſen man ſich, nachdem das Punct *L* in der *HL* gefunden worden iſt, ebenfalls bedienen kan, die Stundenlinie *LC* von *L* nach *C* zu erſtrecken, ſo weit auch dieſes Centrum von der *HK* und dem Puncte *R* entfernet ſeyn mag. Man iſt zuweilen gezwungen ſich auch anderer Hülfsmittel zu bedienen, die ſich aber gröſtentheils von ſelbſt darbiethen.

§. 390. Wenn die Fläche der Uhr der Axe parallel liegt, ſo werden die Stundenlinien durch die in der *HK* gefundenen Puncte *L*, derſelben, und alſo auch ihrem Entwurfe *CR* parallel gezogen. Uebrigens iſt für eine jede Uhr, auf welche die Mittagsfläche ſenkrecht fällt, $N = 0$, und alſo $T = S$. Iſt aber die Uhr der Mittagsfläche parallel, und alſo die Fläche der ſechſten Stunde derſelben perpendicular, ſo iſt *N* ein rechter Winkel. Da nun *T* immer kleiner iſt als ein rechter Winkel, ſo iſt in dieſem Falle $T = 90° - S$. Uebrigens

kan,

kan, wie bereits oben angemerket worden iſt, bey einer jeden dergleichen Uhr, wenn die Stundenlinien lang genug ſind, ein jedes in der Axe angenommenes Punct die Stelle des Zeigers vertreten. Wird aber die körperliche Axe lang genug gemacht, ſo wird durch ein jedes einzelnes in einer Stundenlinie angegebenes Punct, die dazu gehörige Stunde eben ſo gut, als durch die ganze Linie angegeben. *T. IV. F. 71.*

Andere Mittel die Stunden des Tages zu finden.

§. 391. Wir haben aber auſſer einer unbeweglichen Axe, oder eines Puncts derſelben, und der damit unveränderlich verbundenen Stundenlinien, auch noch andere Mittel die Stunden des natürlichen Tages vermittelſt der Sonnenſtrahlen zu finden, welche überall angebracht werden können, und nicht, wie jene an einen gewiſſen Ort gebunden ſind. Sie waren vor der Erfindung der Pendeluhren das bequemſte, ſo dieſe Stunden mit Zuverläßigkeit angeben konte, und werden auch heut zu Tage mit einem Nutzen gebraucht, der ſie öfters unentbehrlich machet. Wir haben die Betrachtung, auf welche ſich dieſe Mittel gründen, bereits machen müſſen (197), und es komt nur darauf an, daß wir dieſelbe auf unſern gegenwärtigen Zweck anwenden.

§. 392. Es ſey *PZM* (*T. V. Fig.* 72.) der Mittagskreis eines Orts, und in demſelben *P* der daſelbſt ſichtbare Pol des Himmels, Z aber das Zenit deſſelbigen Orts. Der Mittelpunct der Sonne erſcheine an der Himmelskugel in *S*, und es ſey durch dieſes Punct ein Abweichungskreis, oder der Theil deſſelben *PS*, wie auch der Theil eines Verticalcirkels Z*S* beſchrieben. Dieſe Bogen werden mit dem Theile des Mittagskreiſes *P*Z ein Kugeldreyeck *PS*Z bilden, in welchem *P*Z die Ergänzung der Polhöhe des auf der Erde angenommenen Orts vorſtellet. Wird alſo dieſe Polhöhe durch *P* bedeutet, ſo kan *cP* den Bogen *P*Z ſelbſt angeben: und eben ſo wird *cD* den Bogen *PS*, und *cA* den Bogen Z*S* anzeigen, wenn die Abweichung der Sonne durch *D*, und ihre Höhe durch *A* bezeichnet wird. Der Winkel *M*Z*S*, welcher Z heiſſen ſoll, wird durch das Azimuth der Sonne gemeſſen: der Winkel Z*PS* aber giebt die Stunden und Minuten des natürlichen Tages an, in welchen die Sonne aus dem Mittagskreiſe *P*Z*M* in *S* gelangen wird, oder, wenn man ſich *S* an der Morgenſeite vorſtellet, die ſie brauchet, von *S* in den Mittagskreis zu kommen, mit einem Worte, die Stunden vor oder nach Mittag, die zu dem Zeit- *T. V. F. 72.*

 puncte

T. V. F. 72. puncte gehören, in welchem ſich die Sonne in *S* befindet. Wir wollen aus dieſer Urſache dieſen Winkel *ZPS* durch *T* andeuten: und was kan hindern ihn den Zeitwinkel zu nennen? Da es nun leicht iſt, anſtatt des Winkels *MZS* ſeine Ergänzung zu zween rechten Winkeln *PZS* zu ſetzen, ſo giebt immer eines der fünf Dinge *P*, *D*, *A*, *T*, Z eine der Seiten oder einen der Winkel des Dreyecks *PZS*, und wird hinwiederum durch dieſe Seite oder dieſen Winkel gegeben. Es können alſo durch die Auflöſung dieſes Dreyecks *PZS*, aus dreyen dieſer fünf Dinge, immer die zwey übrigen gefunden werden.

§. 393. Und was insbeſondere den Winkel *T* anlangt, durch welchen die Zeit gegeben wird, mit der wir uns eigentlich beſchäftigen: ſo wird derſelbe durch jede drey der vier Dinge, *P*, *D*, *A*, Z gegeben, und alſo erſtlich durch *P*, *D*, *A*, zweitens durch *P*, *D*, Z, drittens durch *P*, *A*, Z, und viertens durch *D*, *A*, Z. Wenn nun die Polhöhe *P* gegeben iſt, ſo iſt bey *P*, *D*, *A* nichts als die Höhe *A* durch die Beobachtung auszumachen, weil die Abweichung der Sonne *D* immer als bekant angeſehen wird; und dieſe *A* kan überal genau genug gefunden werden, weswegen dieſer Fall vorzüglich gebraucht wird. Bey *P*, *D*, Z iſt zwar nur das Azimuth Z zu ſuchen, in welches die Strahlenbrechung keinen Einfluß hat. Es ſetzet aber die Ausfindung deſſelben eine genau gezogene Mittagslinie voraus, welche ſelten da iſt. Dadurch wird der Gebrauch dieſes Falls ſehr eingeſchränket. Bey *P*, *A*, Z iſt zugleich *D* bekant, wodurch derſelbe auf einen der vorigen *P*, *D*, *A* oder *P*, *D*, Z zurückgebracht wird. Was aber den letzten Fall *D*, *A*, Z anlangt, ſo kan derſelbe gebraucht werden, wenn die Polhöhe unbekant iſt, er verlangt aber, daß ſowol Z als *A* durch die Beobachtung gefunden werde. Dieſes zu leiſten, iſt nun zwar ſelten möglich. Es giebt uns aber doch dieſer Fall eine Proportion an die Hand, der wir uns mit Nutzen werden bedienen können. Die Regel nehmlich, vermittelſt welcher aus den Seiten *PS*, *ZS* und aus dem Winkel *PZS* der Winkel *ZPS* gefunden wird, iſt dieſe: $ſin\,PS : ſin\,ZS = ſin\,PZS : ſin\,ZPS$. Da nun aus $PS = cD$ und $ZS = cA$ folget, $ſin\,PS = cos\,D$ und $ſin\,ZS = cos\,A$, die Winkel $MZS =$ Z aber, und der darnebenſtehende *PZS* eben den Sinus haben, ſo wird dieſe Proportion auch alſo ausgedruckt: $cos\,D : cos\,A = ſin\,Z : ſin\,T$. Die geometriſche Zeichnung, vermittelſt welcher dieſe Aufgaben gelöſet werden, iſt in vielen Fällen

len ſo leicht, und giebt ſo vieles Licht, daß es nicht überflüßig ſeyn wird, ſie beſonders zu betrachten. T. V. F. 72.

§. 394. Es ſey (*T. V. Fig.* 73.) *PZM* die nach Morgen gekehrte Seite der Mittagsfläche, und in derſelben *PQ* die Axe, *ZN* die Verticallinie, *AE* die Vorſtellung des Gleichers, und *MH* die Vorſtellung des Horizonts, in welcher *M* die mittägige Seite iſt. Wird nun $AF = EG$ der Abweichung der Sonne für einen gewiſſen Tag gleich gemacht, und *FG* gezogen, ſo wird *CD* der Sinus dieſer Abweichung, alſo $CD = \textit{ſin}\ D$, und *FG* die Vorſtellung des Cirkels, von welchem man annimt, daß ihm die Sonne an dieſem Tage beſchreibe, ſo daß der orthographiſche Entwurf des Orts derſelben dieſen ganzen Tag lang in die *FG* fallen muß. Es ſey ferner $MK = HL$ die an einem gewiſſen Zeitpuncte dieſes Tages beobachtete Sonnenhöhe; ſo ſtellet *KL* den dem Horizonte parallel liegenden Cirkel vor, in welchem ſich die Sonne bey dieſem Zeitpuncte befunden hat, und es iſt $CT = \textit{ſin}\ A$. In dieſe *KL* fällt alſo die Vorſtellung des Orts, welchen die Sonne in dem Augenblicke der Beobachtung an dem Sternhimmel einzunehmen ſchien, welche Vorſtellung den ganzen Tag über in *FG* fällt. Demnach iſt *S* dieſe Vorſtellung: und die Sonne befand ſich zur Zeit der Beobachtung in der aus *S* auf die Mittagsfläche *PZM* aufgerichteten Perpendicularlinie. Wird alſo der durch dieſen Ort der Sonne gehende Abweichungskreis in *PBQ*, und der zu dem Puncte gehörige Verticalbogen in *ZIN* entworfen, ſo gehen dieſe Entwürfe beide durch *S*, und es iſt $CB = \cos T$, und $CI = \cos Z$. T. V. F. 73.

§. 395. Demnach werden aus *P*, *D* und *A* die beiden Winkel *T* und *Z* gar leicht gefunden; denn es iſt eben nicht nöthig zu dem Ende die Ellipſen *PBQ*, *ZIN* zu beſchreiben. Man kan den um *C* mit dem Radius $CA = CE$ beſchriebenen Cirkel für denjenigen annehmen, aus welchem die Sinus und Tangenten hergenommen ſind, und dieſen Radius zur Einheit machen. Sobald nun die beiden Linien *FG* und *KL* der gegebenen Anweiſung gemäß gezogen ſind, zeigt ſich das Punct *S*, und man hat die Verhältniß $DF : DS$, welche der Verhältniß $CA : CB$ oder $1 : \cos T$ gleich iſt: wie auch die Verhältniß $KT : ST$, das iſt: $MC : IC$ oder $1 : \cos Z$. Und alsdenn iſt es leicht, die zu dieſen $\cos T$ und $\cos Z$ gehörigen Bogen oder Winkel zu finden. Es wird aber der zu dem $\cos T$ gehörige Bogen gröſſer als ein Quadrant,

 wenn

T. V. F. 73. wenn B mit der halben Ellipſe PBQ an die andere Seite der PQ fällt, und der zu cos Z gehörige Bogen, wenn I, mit der Hälfte der Ellipſe ZIN, an die andere Seite der ZN zu liegen komt.

§. 396. Eben ſo leicht ſind auch verſchiedene andere der angezeigten Aufgaben aufzulöſen, bey vielen aber iſt die Beſchreibung der Ellipſen nicht zu vermeiden. Zu den erſtern gehöret die, ſo zu den gegebenen P, D und T die Höhe A ſamt dem Winkel Z heiſchet, welcher ein Genüge zu thun man nur, nach gezogener FG, die CB dem $cos\ T$ gleich machen, und vermittelſt der Proportion $CA : CB = DF : DS$ das Punct S beſtimmen darf. Die durch dieſes Punct der MH parallel gezogene KL wird die Höhe MK unmittelbar geben, und zugleich die KT ſo theilen, daß dadurch die Proportion $KT : ST = 1 : cos$ Z ihre Richtigkeit erhält: und was dergleichen Auflöſungen mehr ſind, deren umſtändliche Erörterung unſer Zweck nicht erfordert, ob ſie wohl bey Verfertigung beſonderer Arten der Sonnenuhren unentbehrlich, und auch ſonſt von Nutzen ſeyn mögen.

§. 397. Sehen wir aber den Fall, in welchem aus P, D und A die Winkel T und Z gefunden werden, um welchen es uns eigentlich zu thun iſt, etwas genauer an, ſo führet uns derſelbe zu einer Anweiſung dieſe Winkel durch eine Rechnung herauszubringen, die ſich blos auf die ebene Trigonometrie gründet. Man ſiehet leicht, daß in dem Dreyecke CDR der ſpitzige Winkel bey R der Polhöhe gleich ſey, und alſo $ſin\ P : 1 = CD : CR = ſin\ D : CR$ oder $CR = \frac{ſin\ D}{ſin\ P}$. Da nun $CT = ſin\ A$, ſo wird hieraus geſchloſſen $RT = ſin\ A - \frac{ſin\ D}{ſin\ P}$. Nun iſt auch $RT : TS = 1 : tan\ P$, alſo $TS = ſin\ A.\ tan\ P - \frac{ſin\ D.\ tan\ P}{ſin\ P}$, oder, weil überal $cos : 1 = ſin : tan$; $TS = ſin\ A.\ tan\ P - \frac{ſin\ D}{cos\ P}$. Aus dieſer TS iſt nun der cos Z leicht herauszubringen. Denn da $CT = ſin\ A$, ſo iſt $TK = cos\ A$, und wir haben $TK : TS = MC : IC = 1 : cos$ Z, alſo $cos\ A : \left(ſin\ A.\ tan\ P - \frac{ſin\ D}{cos\ P}\right) = 1 : cos$ Z,

und

und $\cos Z = \tan A.\tan P - \frac{\sin D}{\cos A.\cos P}$, indem hier für $\frac{\sin A}{\cos A}$ geſetzt T. V. F. 73. wird $\tan A$. Dieſe Regel gilt für eine jede nordliche Abweichung, und wenn vermittelſt derſelben der $\cos Z$ negativ gefunden wird, ſo iſt dieſes ein Zeichen, daß *CI* an die andere Seite der *ZN* falle, und alſo Z gröſſer ſey, als ein rechter Winkel. Iſt aber die Abweichung der Sonne ſüdlich, ſo fällt das Punct *R* an die entgegengeſetzte Seite des Gleichers *AE* zwiſchen *C* und *N*. Es iſt alſo nicht mehr $RT = CT - CR$, ſondern $RT = CT + CR$, und es muß dem zufolge genommen werden $\cos Z = \tan A.\tan P + \frac{\sin D}{\cos A.\cos P}$. In beiden Fällen aber wird aus dem gefundenen Z der Winkel *T* vermittelſt der Proportion $\cos D : \cos A = \sin Z : \sin T$ geſchloſſen (393).

Gebrauch der gleichen Höhen der Sonne.

§. 398. Hat man nun den Verticalcirkel, in welchem die Höhe *A* genommen worden iſt, durch eine in der Fläche deſſelben gezogene Horizontlinie bemerket: ſo wird vermittelſt dieſer Rechnung die Mittagslinie beſtimt, als welche mit jener in dem Horizonte gezogenen Linie den Winkel Z einſchlieſſen muß. Und wenn eine Pendeluhr ſo weit nach den natürlichen Tag geſtellet iſt, daß ſie mit der Sonne zugleich herumkomt, und man hat an derſelben den Zeitpunct bemerket, bey welchem die Sonne die Höhe *A* gehabt hat, ſo wird aus dem Winkel *T*, wenn man ihn wie gewöhnlich durch Stunden und deren Theile ausdrücket, die Zeit gefunden, welche dieſe Uhr in dem Augenblicke des wahren Mittags weiſen muß. Da aber *P*, *D*, und *A* gar genau bekant ſeyn müſſen, wenn die Winkel Z oder *P* mit aller möglichen Richtigkeit verlangt werden: ſo pflegen die Sternforſcher, wenn es die Umſtände leiden wollen, gemeiniglich einen andern Weg zu nehmen, auf welchem die Fehler leichter zu vermeiden ſind. Man bemerket vor Mittag die Stunde, Minute und Secunde, welche die Uhr in dem Augenblicke weiſet, in welchem die Sonne eine beliebige Höhe *A* hat. Nach Mittag bemerket man, bey eben der Höhe *A*, die Zeit der Uhr mit einer nicht geringern Sorgfalt. Wird nun die Zeit in einem fortgezählt, und iſt *a*

 die

T.V.F.73. die Zahl der vor Mittag angemerkten Stunden, Minuten, Secunden, b aber die Zahl der nach Mittag gefundenen, ſo wird nach eben der Uhr $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ für die Zeit des wahren Mittags angenommen (171).

§. 399. Die Sache würde völlig richtig ſeyn, wenn die Sonne in der Zeit $b - a$, welche von dem Augenblicke, in welchem die Uhr a angab, bis an b verfloſſen iſt, ihre Abweichung nicht geändert hätte. Denn in dieſem Falle wäre der Zeitwinkel T vor Mittag dem T nach Mittag völlig gleich, und $2T$ wäre derjenige, ſo in der Zeit $b - a$ beſchrieben worden iſt. Es wäre alſo die Hälfte dieſes leztern Winkels T, in der Hälfte der Zeit $\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a$ beſchrieben worden, welche Zeit zu a hinzugeſezt, den Zeitpunct geben muß, welchen die Uhr in dem Augenblicke des wahren Mittags angiebt. Es iſt aber $a + \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$. Eben ſo iſt es auch mit dem Winkel Z, deſſen man ſich bedienen kan die Mittagslinie anzugeben. Wäre bey eben der Höhe A der an der weſtlichen Seite der Mittagsfläche liegende Winkel Z dem an der oſtlichen völlig gleich, ſo würden die zwo Horizontlinien, deren eine vor Mittag und die andere nach Mittag jede in der Fläche dieſer Höhe A gezogen werden kan, den Winkel 2Z miteinander einſchlieſſen, und keine andere als die Mittagslinie würde dieſen Winkel in ſeine zwo Hälften Z theilen. Es kan aber die Gleichheit der Winkel Z vor und nach Mittag eben ſo wenig beſtehen, wenn nicht die Abweichung D, durch welche der eine dieſer Winkel beſtimmet wird, ſo groß iſt, als die D des andern.

Ein zu den gleichen Sonnenhöhen dienliches Werkzeug.

§. 400. Jedoch ſind die Fehler, welche begangen werden, wenn man auf die Veränderung der Abweichung der Sonne in einer Zeit, die immer kürzer genommen werden kan als zwölf Stunden, nicht acht hat, ſondern annimt, daß dieſe Abweichung einen ganzen natürlichen Tag lang immer dieſelbe bleibe, ſo gering, daß es in gar vielen Fällen nicht nöthig iſt, ſie zu verbeſſern. Und alsdenn iſt es nicht ſchwer ein Inſtrument zu verfertigen, vermittelſt welches der Zeitpunct b, in welchem die Sonne nach Mittag in eben der Höhe ſtehet, welche ſie vor Mittag in dem Zeitpuncte a hatte, ſehr genau gefunden werden kan. Denn es iſt eben nicht nöthig, daß man die Gröſſen dieſer Höhen entdecke, wenn nur an der

Gleich=

Gleichheit derſelben kein Zweifel iſt. Das nachfolgende Werkzeug ſcheinet mir in- T. V. F. 73.
ſonderheit bequem zu ſeyn, ob ich es wohl nicht probiret habe.

§. 401. Es wird von ſtarken Bleche eine Art eines Kaſten verfertiget, deſſen Länge zween, drey oder mehrere Schuhe halten kan, die gröſte Breite aber den achten oder zehnten Theil der Länge ausmacht: denn er kan nach Befinden an dem einen Ende viel ſchmäler ſeyn als an dem andern; die Tiefe aber kan der Hälfte der gröſten Breite beynahe gleich genommen werden. Dieſer länglichte Kaſten wird (*T. V. Fig.* 75.) ſo vorgeſtellt, als ob der mittlere Theil, den T. V. F. 75. man ſich gar leicht vorſtellen kan, aus demſelben herausgebrochen wäre, damit das übrige, worauf es vornehmlich ankomt, deſto deutlicher ausfallen möchte. Er wird bey *AB* mit einer Platte oder ſonſt geſchloſſen, und daſelbſt mit einem unbeweglich daran haftenden Haken verſehen, welcher ſich bey *C* in eine abgerundete Spitze endiget, vermittelſt welcher das ganze dergeſtalt an dem glatten, feſten und etwas vertieften Unterſatz *D* gehenket werden kan, daß ſeine übrige Bewegung völlig frey bleibet. In dieſem Zuſtande wird die durch *C* und dem Mittelpuncte der Schwere des ganzen Zuſammenhangs gehende gerade Linie *CG* nothwendig vertical, und anders kan das Inſtrument nicht ruhen: welche Ruhe deſto ſicherer zu machen, das Rohr bey ſeinem andern Ende *G* mit etlichen Pfunden feſt angegoſſenen Bleyes beſchweret iſt. Bey *E* iſt der Kaſten an der einen Seite offen, und dieſe Seite wird beym Gebrauche nach der Sonne gekehret, deren Strahlen auf einen kleinen Spiegel *F* fallen, und von demſelben beynahe in die Verticallinie *CG* zurückgeworfen werden, zu welchem Ende der Spiegel dergeſtalt an einer Axe befeſtiget iſt, daß man ſeine Neigung gegen dieſe *CG* nach Belieben ändern kan.

§. 402. Die von dem Spiegel zurückgeworfenen Strahlen gehen bey *H* durch ein kleines in eine daſelbſt angebrachte meſſingene Platte gebohrtes Loch, und fallen auf den Boden des Kaſtens *IK*, allwo auf einen etwas dunkeln Grund eine Eintheilung gemacht iſt, vermittelſt welcher die verſchiedenen Theile dieſes Bodens von einander zu unterſcheiden ſind: und es bleibt der Kaſten an der von der Sonne abgekehrten Seite zwiſchen *K* und *L* offen, damit dieſe Theilung zu Geſicht komme. Alles dieſes haftet unbeweglich an einander; und auch der Spiegel *F* wird, nachdem er ſo geſezt worden iſt, daß er die Sonnenſtrahlen

durch

T. V. F. 75. durch das Löchlein *H* auf den Boden *IK* wirft, feſt mit dem Kaſten verbunden: welches zwo aufrechtſtehende Platten, in welchen ſich die Axe des Spiegels drehen läßt, allein leiſten können, wenn ſie mit der meſſingenen Grundplatte, in der das Loch *H* gebohret iſt, ein Ganzes ausmachen, welches federhart geſchlagen worden, damit es die Axe nach ihrer Länge zuſammendrücke; und dieſes Ganze kan mit einer einzigen Schraube an dem Kaſten befeſtiget werden. Bey ſo geſtalten Sachen muß die Sonne, wenn ihre Strahlen auf eben das Punct des Bodens *IK* fallen ſollen, nothwendig einerley Abweichung von der Verticallinie *CG*, und einerley Höhe haben, obwol dieſe Strahlen an eben dem Tage nicht das zweitemal auf eben das Punct des Bodens *IK* gebracht werden können, ohne das Inſtrument um die Verticallinie gehörig herumzudrehen; ja öfters, wegen eines Gebäudes oder etwas dergleichen, ſo den einfallenden Strahlen im Wege ſtehet, ſo gar die Stelle des Unterſatzes *D* mit einer andern verwechſelt werden muß.

§. 403. Indem die Sonne vor Mittag ſteiget, gehen die Strahlen auf dem Boden des Kaſtens von *I* nach *K*, und kehren von *K* nach *I* zurück, wenn dieſelbe nach Mittag niedergehet. Dadurch wird es leicht, ohne Verſetzung des Spiegels, verſchiedene Beobachtungen nach einander zu machen, welches nicht nur wegen der Wolken nothwendig iſt, die ſich öfters in den Weg ſetzen, und einige derſelben unbrauchbar machen; ſondern auch zu einer deſto gröſſern Gewißheit führet. Wolte man auf die Oefnung *H* eine Glaslinſe legen, welche das Bild der Sonne auf den Boden *IK* wirft, ſo würden die Gränzen des dadurch erleuchteten Theils deſſelben viel deutlicher erſcheinen. Der Spiegel *F* aber kan eine bloſſe Glasplatte ſeyn, welche an der Seite, die ſonſt mit der ſo genanten Folie belegt wird, rauh gemacht, und mit einer ſchwarzen Farbe bedecket, an der andern aber recht eben geſchliffen und poliret iſt; damit ſie nur von dieſer und nicht auch von der andern Seite die Strahlen zurückwerfen möge.

§. 404. Soll vermittelſt dieſes Inſtruments der Winkel entdecket werden, welchen die in einer Horizontfläche *MN* (*T. V. Fig.* 76.) liegende gerade Linie *AB* mit der Mittagslinie einſchlieſſet, ſo darf man nur vor Mittag,
T. V. F. 76. bey einer gewiſſen Höhe der Sonne, den Schatten *CD* bemerken, welchen ein von dem daran hangenden Gewichte nach der Scheitellinie gedehnter Faden auf dieſe Fläche *MN* wirft, und nach Mittag, bey eben der Höhe der Sonne, die

Arbeit

Arbeit wiederhohlen. Es iſt nicht nöthig daß dabey der Faden an ſeiner vorigen T. V. F. 76.
Stelle bleibe: ja man darf nicht einmal die Stellen deſſelben bezeichnen. Man nimt nur den Winkel EFB, welchen der nachmittägige Schatten EF mit der AB nach eben der Seite einſchlieſſet, nach welcher der vormittägiche CDB gekehret war. Die halbe Summe dieſer Winkel $\frac{1}{2}EFB + \frac{1}{2}CDB$ wird der nach eben der Seite ſtehende Winkel GHB ſeyn, welchen die Mittagslinie GH mit der AB macht. Denn wenn man die beiden Linien DC, FE verlängert, bis ſie einander in I antreffen, ſo wird der Winkel DIF von der durch dieſen Punct I gehenden Mittagslinie IH in zwo Hälften getheilet. Nun iſt $DIF = EFB - CDB$, und folgends $HIF = \frac{1}{2}EFB - \frac{1}{2}CDB$, demnach IHB oder $GHB = EFB - HIF = EFB - \frac{1}{2}EFB + \frac{1}{2}CDB = \frac{1}{2}EFB + \frac{1}{2}CDB$. Vermittelſt des dergeſtalt berechneten Winkels GHB iſt es leicht in der Fläche AB eine Mittagslinie zu ziehen, welche deſto zuverläßiger ſeyn wird, je mehr Paare bey eben der Sonnenhöhe genommener Schattenlinien CD und EF zu ihrer Beſtimmung gebraucht werden: und es kan, wenn dieſes die Umſtände erfodern, der Faden, deſſen Schatten dieſe Linien angeben ſoll, für jede derſelben an einen beſondern Ort geſezt werden.

Verbeſſerung des durch gleiche Sonnenhöhen gefundenen Mittags.

§. 405. Da aber, wenn mit völliger Strenge zu verfahren iſt, die durch gleiche Sonnenhöhen gefundene Winkel T und Z allerdings einer Verbeſſerung bedürfen, auſſer wenn ſich die Sonne ſehr nahe an den Wendekreiſen befindet, da ihre Abweichung in einigen wenigen Stunden nicht merklich geändert wird; ſo iſt nun zu zeigen, wie dieſe Verbeſſerung würklich erhalten werde. Wir müſſen zu dem Ende anmerken, daß, wenn überhaupt dD die Veränderung bedeutet, welche in der zwiſchen den zwo Beobachtungen verfloſſenen Zeit $b - a$ in der Abweichung der Sonne vorgegangen iſt, und man läſſet D die vormittägiche Abweichung bedeuten, wenn ſie nördlich iſt, $-D$ aber, wenn ſie ſüdlich iſt: die Abweichung der Sonne nach Mittag in dem erſten Falle $D + dD$, und in dem andern $-D + dD$ ſeyn werde, ſo lang ſich die Sonne, durch die Veränderung ihrer Abweichung, dem Nordpole nähert: und daß im Gegentheile, wenn ſie ſich von dieſem Pole entfernet, zu der vormittägichen Abweichung D, die nachmittägiche $D - dD$, zu der vormittägichen $-D$ aber, die nachmittägiche

T. V. F. 76. $- D - dD$ ſeyn werde. Denn es folget hieraus, daß eine zur Berechnung der hier nöthigen Verbeſſerung für den Fall, da die mitternächtige Abweichung der Sonne zunimt, herausgebrachte Regel, gar leicht, und durch die bloſſe Veränderung der Zeichen, mit welchen D und dD belegt ſind, auf die übrigen Fälle angewendet werden könne.

§. 406. In dieſem Falle aber, in welchem ſowol D als dD mitternächtig iſt, an welchen wir uns halten wollen, entfernet ſich auch das Punct I von
T. V. F. 73. M gegen H, wie gar leicht aus der Zeichnung (*T. V. Fig.* 73.) zu ſehen iſt, wenn man ſich die der AE parallel zu ziehende FG etwas näher an P vorſtellet, indem KL unverändert bleibt, und $\cos Z$ nimt ab, indem D zunimt. Wird nun dieſe Veränderung der CI, welche vorgehet, indem D zu $D + dD$ anwächſet, durch $d. \cos Z$ angedeutet, ſo haben wir vormittags $\cos Z = \tan A. \tan P - \frac{\sin D}{\cos A. \cos P}$, und nachmittags, $\cos Z - d. \cos Z = \tan A. \tan P - \frac{\sin (D + dD)}{\cos A. \cos P}$, woraus, durch Abziehung der letztern von dem erſten, geſchloſſen wird $d. \cos Z = \frac{\sin (D + dD) - \sin D}{\cos A. \cos P}$. Nun iſt aber dD immer ſehr klein, weil in dem vierten Theile eines Tages, welches ohngefehr die Währung der Zeit $b - a$ zu ſeyn pflegt, die Abweichung der Sonne gar wenig geändert wird. Wir können demnach, wie bereits bey anderer Gelegenheit geſchehen iſt, ſetzen: $\sin (D + dD) = \sin D + dD. \cos D$, und alſo $\sin (D + dD) - \sin D = dD. \cos D$, und hieraus ſchlieſſen $d. \cos Z = \frac{\cos D}{\cos A. \cos P}. dD$.

§. 407. Es iſt uns aber eigentlich um den kleinen Bogen zu thun, um welchen Z zunimt, indem ſeinem Coſinus der Theil $d. \cos Z$ entzogen wird, welchen kleinen Bogen dZ vorſtellen ſoll. Und da wiſſen wir, daß alsdenn ſeyn werde $d. \cos Z = \sin Z\, dZ$. Nun hatten wir oben (393) die Proportion, $\cos A : \cos D = \sin T : \sin Z$, oder $\sin Z = \frac{\sin T. \cos D}{\cos A}$, welches in das vorige ge-

bracht

bracht, giebt $d.\cos Z = \frac{\sin T.\cos D}{\cos A}.dZ$. Hieraus aber folget $\frac{\sin T.\cos D}{\cos A}.$ T. V. F. 73

$dZ = \frac{\cos D}{\cos A.\cos P}.dD$, und $dZ = \frac{dD}{\cos P.\sin T}$. Dieſe dZ iſt alſo der Ueberſchuß des nachmittägichen Azimuths über das vormittägiche, und der Fehler, welcher begangen wird, wenn man eins dem andern gleich ſetzet. Es wird derſelbe aus der Proportion $\cos P.\sin T : 1 = dD : dZ$ zu einem jeden dD gefunden, weil P als bekant vorausgeſetzt wird, der Winkel T aber, vermittelſt der Uhr, immer zu haben iſt. Und es iſt eben nicht nöthig, daß dieſe P und T ſo gar genau beſtimmet ſeyn. Denn obwol die Proportion ſelbſt zeiget, daß dZ immer gröſſer ſeyn müſſe als dD, weil ſowol $\cos P$ als $\sin T$ kleiner ſind als die Einheit; ſo iſt doch in unſerer Gegend $\cos P$ nur ohngeſehr $= 0,6$, und, da die Beobachtungen gemeiniglich zwo bis drey Stunden vor und nach dem Mittag angeſtellet werden, $\sin T$ beynahe eben ſo groß, wodurch die Verhältniß $dD : dZ$ auf $0,36 : 1$, oder $36 : 100$ geſetzt wird. Es bleibt alſo immer dZ klein genug, und die P, T müſſen ſehr von der Wahrheit abweichen, wenn dadurch in die dZ ein Fehler von etlichen Secunden gebracht werden ſoll.

§. 408. Stellet nun der (*T. V. Fig.* 74.) um C beſchriebene Cirkel T. V. F. 74 den Horizont vor, der von dem Verticalcirkel, in welchem vor Mittag die Höhe A genommen worden, in CH geſchnitten wird, Ck aber iſt der zu eben der Höhe A nach Mittag gefundene Durchſchnitt, ſo muß kK dem auf die angezeigte Weiſe berechneten dZ gleich gemacht, und der dadurch beſtimte Winkel HCK vermittelſt der MC gleich getheilet werden, wenn dieſe MC die richtige Mittagslinie werden ſoll. Wird dieſe Verbeſſerung bey Seite geſetzt, und anſtatt des HCK der Winkel HCk durch die CM in zwo Hälften zerſchnitten, ſo weicht dieſe Cm nothwendig von der Mittagslinie CM ab, und der Fehler beſtehet in dem Winkel MCm, um welchen ſie zu weit nach Abend lieget. Es iſt leicht zu ſehen, daß dieſer Winkel MCm halb ſo groß ſey, als KCk, und folgends durch $\frac{dD}{2\cos P.\sin T}$ angegeben werde, welches die Hälfte von aZ iſt. Befindet ſich die Sonne in dem andern Theile ihrer Bahn, in welchem ſie ſich dem Südpole nähert, ſo wird der

T.V.F.74. Fehler durch $\frac{-dD}{2\cos P.\sin T}$ ausgedruckt, weil nunmehro die Cm an der Oſtſeite der wahren Mittagslinie CM zu liegen komt.

§. 409. Und nunmehro kan auch der kleine Winkel dT gefunden werden, um welchen, indem die nördliche D zunimt, der Zeitwinkel T zu groß gefunden wird, wenn man ſich der gleichen Höhen ohne Verbeſſerung bedienet. Der Fehler rühret davon her, daß Cm für die wahre Mittagslinie gehalten, und anſtatt derſelben gebraucht wird. Demnach iſt der Winkel dT derjenige, zu welchem das Azimuth Mm gehöret. Wird alſo in der 72ſten Figur der Winkel MZS dem gegenwärtigen MCm gleich genommen, ſo wird $ZPS = dT$, und man kan dieſen Winkel dT aus dem MCm, vermittelſt der Proportion $\sin PS : \sin ZS = \sin MZS : \sin ZPS$ ſchlieſſen. Weil nunmehro die Winkel MZS, ZPS ſehr klein ſind, ſo können anſtatt ihrer Sinus die Bogen genommen werden, welche ſie meſſen: $\sin PS$ iſt noch immer $\cos D$; ZS aber iſt bey ſo kleinen Winkeln von $PS - PZ$ kaum zu unterſcheiden. Eigentlich iſt dieſer Bogen ZS um etwas faſt unmerkliches gröſſer als die Ergänzung der Mittagshöhe der Sonne, ſo daß, wenn dieſe Höhe durch M angedeutet wird, gar wol geſetzt werden kan $\sin ZS = \cos M$. Alle dieſe Ausdrücke in die eben wiederhohlte Proportion gebracht, geben $\cos D : \cos M = \frac{dD}{2\cos P.\sin T} : dT$, oder $dT = \frac{\cos M}{2\cos D.\cos P.\sin T}.dD$; wodurch dT immer aus der dD gefunden wird, weil es auch hier nicht nöthig iſt, die Bogen D, P, T, ſo genau zu haben, und M aus P und D gar leicht berechnet werden kan.

§. 410. Es iſt übrig, daß der alſo berechnete Winkel dT durch Zeitſecunden ausgedruckt werde, welches, wie gewöhnlich iſt, geſchiehet, wenn man für jede 15 Secunden eines Grades eine Secunde der Stunde rechnet. Es ſey e dieſe Zahl der Zeitſecunden. Iſt nun der Augenblick des Mittags, aus den ohne Verbeſſerung gebrauchten Höhen nach der oben gegebenen Anweiſung geſchloſſen worden, allwo wir den Zeitpunct, welchen die gebrauchte Uhr in dieſem Augenblicke angeben muß, durch $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ ausgedrucket haben, ſo iſt der wahre

Mittag

Mittag $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b - e$, wenn ſich die Sonne zu der Zeit dem Nordpole nähert, *T. V. F. 74.* und $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + e$, wenn ſie ſich von demſelben nach den Südpol entfernet: das iſt, es iſt Mittag, in dem erſten Falle, wenn die Uhr die Zahl der Secunden $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b - e$ weiſet: und in dem zweiten, wenn ſie $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + e$ angiebt.

§. 411. In der Ausübung werden gemeiniglich vor Mittag mehr als eine Höhe genommen: und nach Mittag wird, ſo weit dieſes geſchehen kan, die Zeit angemerket, in welcher die Sonne ſich wieder, bis zu einer jeden dieſer Höhen erniedriget hat. Man rechnet alsdann die vor Mittag angemerkten Zeiten zuſammen, und eben dieſes thut man auch mit den Zeiten nach Mittag, bey welchen die Sonne die vor Mittag gebrauchten Höhen hatte; jede dieſer Summen wird durch die Zahl der gebrauchten verſchiedenen Höhen, 5 oder 7 oder wie viel ihrer ſonſt ſeyn mögen, getheilet, und die dadurch herausgebrachten Zeiten werden, die erſte der a und die zweite der b gleich geſetzt, welche, wie vorher, gebraucht werden, die noch zu verbeſſernde Zeit des Mittags $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ zu finden. Die Berechnung der zur Verbeſſerung nöthigen e, erfordert nicht, daß die Höhen ſelbſt bekant ſeyn, und es kan die zu der Zeit $\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a = T$ gehörige e bey der gegenwärtigen Bedeutung der Buchſtaben a und b eben ſo leicht gefunden werden, als wenn a die Zeit bedeutet, an welcher vormittags eine einzelne Höhe beobachtet worden iſt, und b diejenige, bey welcher die Sonne nach Mittag eben die Höhe gehabt hat. Die Urſache dieſes weitläuftigern Verfahrens aber iſt gar leicht zu ermeſſen (172).

Ungleichheit der natürlichen Täge.

§. 412. Iſt nun an einer Pendeluhr, deren Zeiger in der Zeit des zur Beobachtung gewählten natürlichen Tages genau zweymal herumkomt, der Punct des wahren Mittags gefunden worden; ſo wird zwar dieſe Uhr, ſo lang dieſer Tag währet, die Stunden deſſelben und deren Theile ohne merklichen Fehler angeben. Sie kan aber dieſes nicht viele Täge nach einander leiſten, ſondern muß den Mittag und eine jede andere Stunde mit der Zeit früher oder ſpäter weiſen, als ſie ſich würklich ereignen, und eine volkommen richtig verfertigte Sonnenuhr, die den Fehlern der Strahlenbrechung nicht unterworfen wäre, oder eine recht genaue Beobachtung, ſie angeben würde. Denn eine Pendeluhr muß, wenn ſie gut ſeyn ſoll, alle Stunden, alle Minuten und Secunden einander

T.V.F.74. völlig gleich machen. Wenn wir uns aber auch eine Sonnenuhr ganz ohne Fehler vorſtellen, oder vielmehr zu den durch den Mittelpunct der Erde ſelbſt gelegten Stundencirkeln zurück kehren, und dabey in unſern Gedanken alle Strahlenbrechung vernichten: ſo können doch bey aller Gleichheit der Winkel, welche die Flächen dieſer Kreiſe mit einander einſchlieſſen, die Stunden des natürlichen Tages einander nicht gleich ſeyn, noch viel weniger aber können die natürlichen Täge das ganze Jahr durch einerley Länge haben: weil die Sonne nicht immer eine gleiche Zeit anwendet aus einer der Stundenflächen in die nächſtfolgende über zu gehen.

§. 413. Zwar ändert die gröſſere oder kleinere Abweichung der Sonne von dem Gleicher für ſich in dieſer Zeit gar nichts, weil nicht darauf geſehen wird, durch welches Punct des Stundenkreiſes die Sonne hindurch gehet. Denn da ein jeder Abweichungskreiß zugleich ganz in die Fläche eines jeden Stundencirkels fällt, ſo iſt es eins, in welchem Puncte deſſelben ſich die Sonne zu der Zeit befindet. Wenn die Sonne mit einem Fixſterne zugleich durch eine Stundenfläche gehet, ſo gehet ſie nur deswegen ſpäter als der Stern durch die nachfolgende, weil ſie in der Zeit in einen andern Abweichungskreis übergegangen iſt, der weiter gegen Morgen lieget. Dadurch bekomt der Fixſtern einen Vorſprung vor der Sonne, welcher vermehret wird, indem der Stern in den Stundenkreiß übergehet der auf den zweiten folget, und ſo immer fort. Und von der Zahl der Minuten und Secunden, um welche der Vorſprung des Sterns vor der Sonne in jeder Stunde vermehret wird, hängt der Ueberſchuß der Länge der ſcheinbaren Sonnenſtunde, über die Stunde des Fixſterns lediglich ab. Da alſo die Sternſtunden alle von eben der Länge ſind, ſo können die Sonnenſtunden einander nicht gleich werden, wenn nicht der Vorſprung des Sterns vor der Sonne in jeder Sternſtunde um eben die Zahl der Minuten und Secunden eines Grades vermehret wird. Und ſollen auch alle Hälften, alle Drittel und andere gleichnahmigen Theile gleich ausfallen, ſo muß überhaupt der Vorſprung des Sterns vor der Sonne in gleichen Theilen der Zeit gleich ſtark zunehmen, und die Sonne ſich von Abend gegen Morgen ſo bewegen, daß dieſes gleichförmige Wachsthum erfolge.

§. 414. Es iſt aber dieſes die Bewegung nicht, die wir an der Sonne würklich wahrnehmen: und wer nur auf die Schiefe der Ecliptic acht hat, ſiehet leicht, daß etwas dergleichen nicht erfolgen würde, wenn ſich auch die Sonne in

dieſer

dieſer ihrer ſcheinbaren Bahn gleichförmig bewegte; inſonderheit wenn er ſeiner Einbildung mit einer Himmelskugel zu Hülfe komt. Ein bey den Wendpuncten genommener Grad der Ecliptic lieget dem Gleicher beynahe parallel, und iſt weit genug von demſelben entfernet; da im Gegentheile ein ganz an dem Gleicher genommener Grad dieſer Bahn, unter den beträchtlichen Winkel von $23\frac{1}{2}$ Graden, an denſelben anlauft. Dadurch werden die zween Abweichungskreiſe, zwiſchen welchen der erſtere dieſer Grade liegt, mehr von einander entfernet, als diejenigen, die den letztern zwiſchen ſich einſchlieſſen, und der zwiſchen jenen enthaltene Theil des Gleichers wird beträchtlich gröſſer, als der zwiſchen dieſen. Es muß alſo der Vorſprung eines Sterns vor der Sonne ſtärker zunehmen, wenn dieſelbe bey einem der Wendpuncte einen Grad ihrer ſcheinbaren Bahn beſchreibt, als wenn ſie bey den Nachtgleichen um einen Grad fortrücket: und aus eben den Gründen iſt zu ſchlieſſen, was erfolgen werde, indem die Sonne einen der zwiſchen die Wendpuncte und Nachtgleichen fallenden Grad ihrer Bahn beſchreibet, nachdem derſelbe näher an den erſtern oder an den letztern eines dieſer Puncte lieget. Es wird aber, wenn geſetzt wird, daß die Bewegung der Sonne in ihrer ſcheinbaren Bahn gleichförmig ſey, jeder Grad derſelben in eben der Zeit zurück gelegt. Nun iſt zwar dieſe Bewegung nicht gleichförmig. Es kan aber dadurch, daß der in einer beſtimten Zeit beſchriebene Theil der Ecliptic bald gröſſer bald kleiner wird, der Vorſprung des Sterns vor der Sonne, welcher aus der gleichförmigen Bewegung derſelben erfolgen würde, zu einer Zeit eben ſo gut vermehret werden, als er zu einer andern vermindert wird, und die Beobachtungen zeigen, daß in ſeiner Ordnung würklich bald dieſes bald jenes erfolge. T. V. F. 74.

§. 415. Doch ſind dieſe Veränderungen von einer Stunde zu der darauf folgenden gar ſehr gering, und werden erſt nach etlichen Tägen merklich. Dadurch werden alle Stunden eben des natürlichen Tages einander ſo genau gleich, daß es nicht möglich iſt einige Verſchiedenheit in denſelben wahrzunehmen. Der längſte aller natürlichen Täge im Jahre übertrift gegenwärtig den kürzeſten nur um eine Minute. Alſo kan die längſte Stunde die kürzeſte um nicht mehr als $2\frac{1}{2}$ Secunden übertreffen, woraus leicht zu ſchlieſſen iſt, wie wenig die Stunden eben des natürlichen Tages von einander verſchieden ſeyn können. Bey dem allen entfernet ſich der Anfang des natürlichen Tages nach und nach weit genug von dem Puncte, in welches er fallen würde, wenn die natürlichen Täge einander völlig gleich wären.

T. V. F. 74. wären. Denn wenn wir von dem Ende eines ſolchen Tages zu zählen anfangen, welcher von dem darauf folgenden zweiten um die Zahl der Secunden *m* übertroffen wird, den der nachfolgende wieder um die Zahl der Secunden *n* übertrift, ſo muß das Ende dieſes leztern Tages ſich um die Zahl der Secunden $m + n$ ſpäter ereignen, als es ſich geendiget haben würde, wenn die beiden folgenden Täge dem erſten gleich geblieben wären. Und ſo gehet es immer, ſo lang die Täge dergeſtalt zu wachſen fortfahren.

Der mittlere Tag, und deſſen Gröſſe.

§. 416. Bey ſo geſtalten Sachen ſchicken ſich die ſcheinbaren Stunden, wie ſie durch den Lauf der Sonne in Abſicht auf die unbeweglichen Stundenflächen angegeben werden, ſo bequem ſie auch ſind unſere tägliche Verrichtungen an gewiſſe Zeitpuncte zu binden, nicht wol die Währung einer Bewegung oder etwas dergleichen auszudrucken: weil durch die Ungleichheit derſelben die Rechnung ohne Noth ſchwerer gemacht wird, als ſie ſeyn könte. Alle dieſe Betrachtungen erfordern eine völlige Gleichheit der Theile, aus welchen die verſchiedenen Zeiten zuſammen geſezt werden. Nun ſind zwar die Sterntäge ſamt ihren Stunden und Minuten einander immer gleich. Aber die Abweichung der Stunden eines ſolchen Tages von den Stunden eines natürlichen iſt allzugroß und unbeſtändig, weil ein jeder Fixſtern in jeder dieſer Stunden durch die Mittagsfläche gehen kan, und zu ſeiner Zeit würklich gehet. Das beſte war alſo einen Tag zu ſchaffen, deſſen Länge zwiſchen der gröſten und kleinſten der natürlichen im Mittel ſtünde, und denſelben in gleiche Stunden, Minuten und Secunden zu theilen. Dieſes iſt würklich geſchehen, und es wird ein ſolcher Tag der mittlere, ein durch denſelben und deſſen Theile gemeſſener Zeitraum aber die mittlere Zeit genennet. Man könte ihn die wahre Zeit nennen, wenn das Wort in dieſem Verſtande üblich wäre.

§. 417. Bey dem mittlern Tage iſt zweyerley auszumachen: die eigentliche Länge deſſelben, und ſein Anfang, welcher durch eine unveränderliche Regel für alle Zeiten dergeſtalt feſtzuſetzen iſt, daß er von dem Anfange des natürlichen Tages nie ſehr abweiche. Was nun das erſte anlangt, ſo iſt längſt bekant, daß das Jahr 365 natürliche Täge enthalte, und an den kleinen Ueberſchuß von ohngefehr 6 Stunden iſt hier nichts gelegen. Dieſes iſt die Zeit, in welcher die

Sonne

Sonne von einem Puncte der Ecliptic bis wieder ſo nahe an daſſelbe gelanget, daß ſie keinen vollen Tag brauchet, es zu erreichen, oder die Zahl der Tage, welche verfließen, bis die Sonne in eben den Quadranten der Ecliptic wieder eben die Abweichung bekomt, die ſie beym Anfange derſelben hatte; und war alſo nicht ſchwer auszumachen. Da aber die Sonne in dieſer Zeit von Abend gegen Morgen um den ganzen Sternhimmel herumkomt, ſo iſt die Zahl, welche angiebt, wie oft ein Fixſtern in derſelben durch die Mittagsfläche gehet, um eins gröſſer, und es ſind in eben dieſer Zeit 366 Sterntage enthalten. Nun ſollen 365 mittlere Täge den auf einander folgenden 365 natürlichen gleich ſeyn. Bezeichnen wir alſo den mittlern Tag durch M, und den Sterntag durch S, ſo ſind $365\ M = 366\ S$, und demnach $M : S = 366 : 365$, folgends $M - S : M = 1 : 366$ und $M - S : S = 1 : 365$. Die Länge des Sterntages S iſt bekant, und $M - S$ iſt der Ueberſchuß eines mittlern Tages über denſelben. T. V. F. 74.

§. 418. Die gefundene Verhältniß $M : S$ iſt zugleich die Verhältniß einer Stunde, einer Minute, einer Secunde des mittlern Tages zu einer Stunde, einer Minute, einer Secunde des Sterntags. Es geben demnach 366 Secunden des Sterntages 365 Secunden des mittlern, und man muß jeden 365 Secunden, oder jeden $6', 5''$ des mittlern Tages eine Secunde zuſetzen, wenn man die Zahl 366 oder $6', 6''$ der in denſelben enthaltenen Secunden des Sterntags haben will. Soll nun $M - S$, der Ueberſchuß des mittlern Tages über den Sterntag, in Secunden des erſtern gefunden werden, deren $M = 86400$ enthält, ſo wird, wenn man in der Proportion $366 : 1 = M : M - S$ anſtatt des dritten Gliedes die Zahl 86400 ſetzt, gefunden $M - S = 236{,}0 = 3', 56''$. Soll aber eben der Ueberſchuß $M - S$ durch Secunden des Sterntags gegeben werden, deren S die vorige Zahl 86400 in ſich begreift, ſo giebt die auf die Proportion $365 : 1 = S : M - S$ gegründete Rechnung $M - S = 236'', 7 = 3', 56'', 7$. Hieraus folgt, daß wenn eine Uhr nach der mittlern Zeit geſetzt iſt, der Sterntag nur 23 Stunden 56 Minuten und 4 Secunden dieſer Uhr haben werde. Gehet aber eine Uhr mit den Fixſternen, ſo machen 24 Stunden 3 Minuten und $56'', 7$ derſelben den mittlern Tag aus.

Anfang des mittlern Tages.

§. 419. Um nun auch die Gründe der Regel zu überſehen, durch welche der Anfang des mittlern Tages für alle Zeiten beſtimmet wird, ſtelle man ſich

T. V. F. 77. vor, daß *ABDE* (*T. V. Fig.* 77.) der Gleicher, *C* deſſen Mittelpunct und *CP* die Axe ſey: *AFDG* aber ſey die Ecliptic, in welcher ſich der Mittelpunct der Sonne von *A* nach *F* u. ſ. w. beweget. Wenn nun *A* der gemeinſchaftliche Anfang der Ecliptic und des Gleichers, oder der Anfang des Zeichens des Widders iſt, ſo gedenke man ſich ein Punct, welches von *A* an ſich in dem Gleicher *ABDE*, und zwar volkommen gleichförmig, rings herum beweget, ſo daß es dieſen Kreis in eben der Zeit beſchreibt, in welcher die Sonne die ganze Ecliptic durchlauft, ob zwar dieſe leztere Bewegung nicht gleichförmig iſt. Hat nun das dergeſtalt bewegte Punct *H* in einer gewiſſen Zeit den Bogen *AH* beſchrieben, ſo verhält ſich dieſer Bogen *AH*, zu dem ganzen Umfange des Gleichers oder der Ecliptic, wie die Zeit in welcher er beſchrieben wird, ſich zu der Zeit verhält, in welcher *H* den ganzen Umfang des Gleichers, und die Sonne den ganzen Umfang der Ecliptic beſchreibt. Es wird alſo, wenn die Zeit des ganzen Umlaufs bekant iſt, die Länge dieſes Bogens *AH* durch die Zeit, in welcher er beſchrieben wird, und hinwiederum die Zeit durch den Bogen gegeben. Wird aber von *A* an auf die Ecliptic *AFDG* ein Bogen getragen, welcher dem *AH* gleich iſt, ſo wird dadurch die Länge des Weges angegeben, welchen die Sonne in derſelben von dem Puncte *A* an in eben der Zeit beſchreiben würde, wenn ihre Bewegung gleichförmig wäre: ſo daß ſie ſich am Ende dieſer Zeit bey dem Puncte befinden müſte, mit welchem ſich dieſer Bogen endiget. Dieſes aber iſt nur ſelten der wahre Ort der Sonne, welchen ſie in dieſem Zeitpuncte einnimt: und wenn *S* dieſen wahren Ort andeutet, ſo iſt *AS* gemeiniglich kleiner oder gröſſer als *AH*.

§. 420. Nun folget aus der gleichförmigen Bewegung des Puncts *H* in dem Gleicher, daß zwiſchen jeden zween aufeinander folgenden Zeitpuncten, in welchen *H* durch die Mittagsfläche gehet, immer eine gleichlange Zeit verflieſſen werde. Man ſiehet aber auch bey einiger Achtſamkeit, daß in der ganzen Zeit des Umlaufs der Sonne von *A* durch *F*, *D*, *G* bis wieder an *A*, das Punct *H* eben ſo oft durch die Mittagsfläche eines jeden in der Oberfläche der Erde angenommenen Orts gehen werde, als der Mittelpunct der Sonne durch dieſe Fläche hindurchgehet. Es wird demnach die Zeit, welche von einem Durchgange des Puncts *H* durch dieſe Fläche bis zu dem zunächſt folgenden verflieſſet, genau die Länge eines mittlern Tages ausmachen, und es konte gar füglich der Anfang

eines jeden dieſer Tåge ſelbſt in den Augenblick eines ſolchen Durchgangs geſetzt T. V. F. 77.
werden. Stellet man ſich nun auch durch den Pol P und den wahren Ort der Sonne S den Abweichungsbogen PS gelegt vor, welcher verlångert den Gleicher in I ſchneidet, ſo fållt der wahre Mittag in den Zeitpunct, in welchen I mit S zugleich die Mittagsflåche erreichet. Demnach iſt IH der Vorſprung der Sonne vor dem Puncte H, welches als eine Afterſonne angeſehen werden kan, ſo die mittlere Zeit eben ſo angiebt, wie wir uns bey der Beſtimmung der ſcheinbaren nach der wahren Sonne richten; oder aber der Vorſprung dieſer Afterſonne H vor der wahren S.

§. 421. Iſt der Vorſprung IH bekant, ſo iſt die Zahl der Minuten und Secunden, um welche der wahre Mittag vor den mittlern, oder dieſer vor jenen vorhergehet, leicht zu finden. Denn da von Theilen der mittlern Zeit die Rede iſt, darf man nur für jede 15 Minuten, die der Bogen IH enthålt, eine Zeitminute, und für jede 15 Secunden deſſelben, eine Zeitſecunde ſetzen. Es wird aber der Bogen IH in einer oder etlichen wenigen Stunden kaum geåndert, weil auch die Bewegung des Puncts I in einer ſo kleinen Zeit beynahe gleichförmig iſt. Wenn alſo die Zahl der Secunden ausgemacht iſt, um welche der Anfang der erſten mittlern Stunde früher oder ſpåter fållt, als der Anfang der erſten wahren Stunde, ſo iſt auch der Anfang der zweiten mittlern Stunde von dem Anfange der zweiten ſcheinbaren um eben die Zahl der Secunden entfernet, und der Anfang der dritten mittlern, von dem Anfange der dritten ſcheinbaren. Hierdurch wird begreiflich, wie der Vorſprung IH, auf welchen alles ankömt, für jeden Ort der Sonne in ihrer ſcheinbaren Bahn S leicht genug zu berechnen iſt. Es muß die Zeit bekant ſeyn, welche die Sonne braucht von dem Anfange der Ecliptic A bis in S zu gelangen. Wir haben geſehen, daß durch dieſe Zeit der Bogen AH gegeben werde, welchen die Sonne mit der angezeigten gleichförmigen Bewegung in eben der Zeit beſchreiben würde. Dieſer Bogen iſt demjenigen gleich, welchen man die mittlere Långe der Sonne nennet: AI aber iſt der gerade Aufgang derſelben, welcher aus ihrer wahren Långe AS und aus der Schiefe der Ecliptic SAI immer zu haben iſt. Alſo iſt IH der Ueberſchuß der mittlern Långe der Sonne AH über ihren geraden Aufgang AI, oder dieſes über jene. Und der wahre Mittag ereignet ſich vor dem mittlern, wenn der gerade Aufgang der Sonne kleiner iſt, als ihre mittlere Långe; iſt aber der gerade Aufgang der

T. V. F. 77. Sonne gröſſer als ihre mittlere Länge, ſo folgt der wahre Mittag auf den mittlern.

§. 422. Eine nach dieſen Gründen verfertigte Tafel kan etliche Jahre dienen, aber nicht immer. Es gehet mit der Zeit eine beträchtliche Veränderung mit dem Puncte *A* vor, welches in der Ecliptic nach den vorhergehenden Sternbildern des Thierkreiſes fortrücket (349). Dadurch wird die ſcheinbare Geſchwindigkeit, mit welcher die Sonne jeden der von dem Anfange *A* gezählten Graden der Ecliptic beſchreibet, nothwendig geändert, ſo lang dieſelbe bey eben dem Fixſterne mit eben der Geſchwindigkeit vorbey gehet: und wir haben (331) geſehen, daß ſich dieſes beynahe ſo verhalte. Es kan alſo die Zeit, in welcher ein von *A* angenommener Theil der Ecliptic von beſtimter Gröſſe beſchrieben wird, nicht immer von einerley Länge bleiben; und auf dieſe Zeit komt, bey der Berechnung der Abweichung der mittlern Zeit von der ſcheinbaren, alles an. Auch wird durch die Veränderung der Schiefe der Ecliptic *SAI* der zu eben der Länge *AS* gehörige gerade Aufgang der Sonne *AI* gröſſer oder kleiner. Bey dem allen gilt die Regel ſelbſt für alle Zeiten. Gegenwärtig iſt der Anfang des mittlern Tages von dem Anfange des wahren nie viel mehr als um 15 Zeitminuten entfernet, um welche bald der Anfang des mittlern Tages vor dem Anfange des wahren, bald dieſer vor jenem vorhergehet. Uebrigens gründet ſich die Berechnung der mittlern Zeit, nebſt vielen andern Erſcheinungen auf die genaue Kentniß des Umlaufs der Sonne, zu deſſen Betrachtung wir uns nach und nach wenden müſſen.

Der

Der
Aſtronomiſchen Vorleſungen
ſiebenter Abſchnitt.
Eintheilung der Oberfläche der Erde.

Das Jahr.

§. 423.

Die Zeit des Umlaufs der Sonne kan auf verſchiedene Art beſtimmet werden, nachdem man dieſes oder jenes Punct des Himmels als unbeweglich anſiehet, bey welchen der Umlauf anfangen und ſich endigen ſoll. Die Fixſterne ſind würklich ohne Bewegung; und wenn man ſich einen derſelben ſelbſt in der Ecliptic vorſtellet, ſo endiget die Sonne ihren völligen Umlauf in der Zeit, in welchem ihr Mittelpunct von dieſem Fixſterne bis wieder zu denſelben gelanget, ſo daß er ihn beidemal zu bedecken ſcheinen würde, wenn der Stern mit der Sonne zugleich geſehen werden könte. Ueberhaupt aber verrichtet die Sonne einen Umlauf in Abſicht auf die Fixſterne, wenn ihre, von dieſen oder jenen Fixſtern an gerechnete Länge, wieder die vorige Gröſſe bekömt. Wenn demnach zu einen gewiſſen Zeitpunct der Unterſchied der Längen der Sonne und eines Fixſterns aus richtigen Beobachtungen geſchloſſen wird, und es wird viele Jahre hernach an einem andern Zeitpuncte eben der Unterſchied der Längen der Sonne und eben des Fixſterns gefunden; ſo iſt nicht zu zweifeln, daß in dieſer Zeit, in Abſicht auf die Fixſterne, die Sonne ſo oftmals herumgekommen ſey, als viele Jahre in derſelben enthalten ſind. Es ſind alſo in einem ſolchen Umlaufe eben ſo viele mittlere Täge und deren Theile enthalten, als viele natürliche Täge und deren Stunden und Minuten in demſelben enthalten ſind; und es kan ohne Bedenken die Zahl der Secunden des natürlichen Tages, welche die zwiſchen den zwo Beobachtungen verfloſſene Zeit ausdrücket, vor die Zahl der in eben dem Zeitraume ent-

T. V. F. 77. haltenen Secunden des mittlern Tages angenommen werden. Demnach wird, wenn man dieſe Zahl durch die Zahl der in eben der Zeit enthaltenen Jahre theilet, die Länge eines ſolchen Umlaufs in eben dergleichen Zeittheilen gefunden; und zwar, weil durch die Theilung die von einiger Unrichtigkeit der Beobachtungen herrührende Fehler zugleich vermindert werden, deſto genauer, je gröſſer die Zahl der Jahre iſt. Die mittlere zwiſchen den Zahlen, welche verſchiedene auf die Art gebrauchte Fixſterne geben, beträgt 365 Täge, 6 Stunden 9 Minuten und 10 Secunden.

§. 424. Dieſes iſt alſo die Länge eines ſo genanten Sternjahres. Wird aber der Anfang der Ecliptic gebraucht, ſich bey dem Umlaufe der Sonne darnach zu richten, ſo giebt die Zeit des Laufs der Sonne von dieſem Puncte bis wieder an daſſelbe, die Länge des gemeinen Jahres, welches man immer verſtehet, wenn dieſes Wort ohne Zuſatz gebraucht wird. Noch mehr aber wird alle Zweideutigkeit durch die Benennung des tropiſchen Jahres vermieden, wodurch es von dem vorigen, und nach einem dritten Jahre unterſchieden wird, welches wir an ſeinen Orte ſehen werden. Dieſes iſt kleiner als das Sternjahr. Denn da der Anfang der Ecliptic immer von dem gegen Morgen liegenden Sternbildern nach denen gegen Abend fortrücket, und alſo der Sonne entgegen gehet, ſo muß dieſelbe nothwendig dieſen Punct ehe erreichen, als ſie bey dem Puncte des Sternhimmels anlanget, von welchem ſie beym Anfange des Jahres ausgieng. Und hieraus iſt der Ueberſchuß der Länge eines Sternjahres über die Länge des gemeinen, leicht zu finden. Eins ins andere gerechnet rücket die Sonne in ihrer Bahn in einer Stunde um 2 Minuten 7,8 Secunden fort. Der Anfang der Ecliptic aber beweget ſich derſelben in einem Jahre um 50,3 Secunden entgegen (353). Folgends hat ſie, nachdem ſie dieſen Anfang erreichet hat, noch 50″,3 zu beſchreiben, bis ſie das Punct des Sternhimmels erreichet, von welchem ſie beym Anfange des Jahres ausgegangen war, und damit das Sternjahr endiget. Dieſen Weg zu machen braucht ſie die Zeit von 1225 Secunden, das iſt 20 Minuten und 25 Secunden. Um ſo viel wird alſo das Sternjahr länger ſeyn als das gemeine, und da jenes über 365 Täge, 6 Stunden 9 Minuten und 10 Secunden hält, ſo wird das gemeine Jahr dieſe Zahl der Täge nur mit 5 Stunden 48 Minuten und 45 Secunden übertreffen. Gemeiniglich wird das Jahr um einige Secunden länger angegeben: die äuſſerſte Gränze ſind 365 Täge, 5 Stunden und 49 Minuten.

§. 425. Es kan aber auch die Länge des Jahres unmittelbar gefunden werden, wenn man zween genau beſtimte Zeitpuncte bemerket, in welchen die Sonne in ihrer ſcheinbaren Bahn eben den Ort einnimt. Die Puncte der Nachtgleichen ſind dazu vorzüglich bequem, weil die Veränderung der Schiefe der Ecliptic in dieſelbe keinen Einfluß hat. Der Zeitpunct aber, in welchem die Sonne durch eines dieſer Puncte hindurch gehet, kan unter andern gefunden werden, wenn man an dem Mittage mit welchem der Tag anfängt, an welchem die Sonne den Gleicher erreichet, ihre Abweichung nimt, und am Ende deſſelben, das iſt, an dem darauf folgenden Mittag, ebenfalls. Denn es kan angenommen werden, daß ſich die Sonne an dieſem ganzen Tage, wie an einem jeden andern, gleichförmig bewege. Wird nun (*T. V. Fig.* 78.) der Theil der Ecliptic, welchen die Sonne an dieſem Tage beſchrieben hat, indem ſie von *A* nach *B* gegangen iſt, durch *AB* vorgeſtellt, und der von demſelben bey *C* geſchnittene Theil des Gleichers durch *DE*; *AD* aber und *BE* ſind die beobachteten Theile der Abweichungskreiſe: ſo iſt $AD : BE = AC : CB$, und $AD + BE : AD = AB : AC$. Nun aber verhält ſich *AB* zur *AC*, wie die Zeit welche, die Sonne gebraucht hat aus *A* in *B* über zu gehen, zu derjenigen, in welcher ſie *AC* beſchrieben hat, das iſt, wie der zwiſchen den zwo Beobachtungen verfloſſene natürliche Tag, zu dem bis an den Augenblick des Durchgangs durch *C* verfloſſenen Theil deſſelben. Es kan alſo dieſer Theil vermittelſt der Verhältniß $AD + BE : AD$ immer gefunden, und durch Stunden und Minuten des natürlichen Tages ausgedruckt werden. Zween dergleichen Zeitpuncte aber geben die Länge des tropiſchen Jahres, wenn die von dem einen bis an den andern verfloſſene Zeit durch die Zahl der in derſelben enthaltenen Jahre getheilet wird, in Tägen, Stunden und Minuten der mittlern Zeit; weil die Zahl der in einem ſolchen Jahre enthaltenen Secunden der mittlern Zeit mit der Zahl der ungleichen Secunden der natürlichen Täge, die daſſelbe ausmachen, völlig einerley iſt (423). Man ſiehet leicht, daß aus der bekanten Länge des tropiſchen, die Länge des Sternjahres eben ſowol, und durch eben das Mittel geſchloſſen werden könne, als jene Länge aus dieſer geſchloſſen werden konte.

T. V. F. 77.

T. V. F. 78.

§. 426. Was aber die Völker bewogen hat ſich bey der Eintheilung der Zeit nach dem tropiſchen Jahre zu richten, iſt vornehmlich die verſchiedene Länge der Täge und Nächte, welche in dieſem Zeitraume ordentlich auf einander folget,

ſamt

T. V. F. 78 ſamt den damit verknüpften Jahreszeiten. Wir nennen nehmlich auch diejenige Zeit ſchlechtweg einen Tag, in welcher ſich die Sonne über unſern Horizont aufhält, und ſetzen demſelben die Nacht entgegen, in welcher uns die Sonne unter dem Horizonte verdeckt iſt. Dieſe Täge und Nächte ſind bey uns von gar verſchiedener Länge, welche lediglich von dem Puncte der Ecliptic herrühret, bey welchem ſich die Sonne befindet, und alſo in jedem tropiſchen Jahre in eben der Ordnung wieder kommen muß. Es iſt aber auch die gröſte und kleinſte Tageslänge in verſchiedenen Ländern gar ſehr verſchieden, und die Jahreszeiten in denſelben ſind einander ſo ſehr unähnlich, daß dadurch eine gar natürliche Eintheilung der Oberfläche unſerer Erde dargebothen wird, die uns in den Stand ſetzet, alle dieſe Verſchiedenheiten in einem Blicke zu überſehen.

Gröſſe des von der Sonne erleuchteten Theils des Erdbodens.

§. 427. Wenn die Sonne ein einzelnes Punct wäre, und ihre Strahlen in der Luft nicht gebrochen würden, ſo würde ſie auf einmal die Hälfte der Oberfläche der Erde unmittelbar erleuchten; ſo daß ſie von jedem Puncte dieſer Hälfte geſehen werden könte. Denn wenn die Erde durch ihren Mittelpunct vermittelſt einer Fläche geſchnitten wird, die zugleich durch den Mittelpunct der Sonne gehet, und dadurch die (*T. V. Fig.* 79.) um den Mittelpunct *C* beſchriebene Scheibe zum Vorſchein kömt, welche die gerade Linie *AB* bey *A* berühret,
T. V. F. 79. ſo muß, wenn der Mittelpunct der Sonne von dem Orte *A* in dieſer geraden Linie *AB*, und alſo in dem Horizonte des Orts *A*, geſehen werden ſoll, ſich derſelbe in der *CD* befinden, welche mit *AB* parallel lauft. Wenigſtens beträgt der Winkel, welchen die von *C* bis an den Mittelpunct der Sonne gezogene gerade Linie daſelbſt mit der verlängerten *AB* einſchlieſſet, noch nicht 9 Secunden; welche hier in keine Betrachtung kommen. Demnach kan *AE* für einen Quadranten angenommen werden, welcher auf der Oberfläche der Kugel um *E* ringsherum getragen, allerdings dieſe Oberfläche in zwo Hälften theilet, deren eine in dem angenommenen Verſtande von der Sonne erleuchtet wird, die andere aber finſter bleibet.

§. 428. Hat man aber zugleich auf die Luft acht, welche die Strahlen bricht, und verurſachet, daß wir den Mittelpunct der Sonne ſehen können, ob

er

er gleich 32 und mehr Minuten unter dem Horizonte unſers Beobachtungsplatzes verſenket iſt: ſo muß ein Winkel *DCF* von 32 oder 34 Minuten an die *CD* gehörig angeſetzt, und dadurch der Quadrant *AE* um eben ſo viel Minuten vermehret werden, damit der Bogen *AG* herauskomme, welcher ſich von der aus *C* nach dem Mittelpuncte der Sonne laufenden *CF*, bis an den Ort *A* erſtrecket, von welchem der Mittelpunct der Sonne in der *AB* geſehen wird. Dieſer um *G* rings herum getragene Bogen *GA* wird nunmehr die Gränze des Theils des Erdbodens ſeyn, von welchem der Mittelpunct der Sonne, wenigſtens vermittelſt der gebrochenen Strahlen, geſehen werden kan, und denſelben von denjenigen abſondern, welchem dieſer Mittelpunct gänzlich verborgen bleibt. Werden endlich alle diejenigen Oerter des Erdbodens zu dem von der Sonne erleuchteten Theil gerechnet, von welchem, obwol nicht ſein Mittelpunct, doch etwas von dieſem Körper geſehen werden kan, ſolte es auch nur der äuſſerſte Rand ſeyn; ſo kan ſich die Sonne noch faſt um die Hälfte ihres Durchmeſſers von der *CF* entfernen, ohne daß ſie dem Orte *A* gänzlich bedeckt werde, und der Winkel, in welchem der halbe Durchmeſſer von der Erde geſehen wird, beträget zuweilen mehr als 16 Minuten (314). Wird alſo ein Winkel *FCH* von dieſer Gröſſe zu dem vorigen *DCF* hinzugethan, ſo entſtehet der Bogen *AI* von 90 Graden und 48 bis 50 Minuten, welcher in der gegenwärtigen Abſicht eben ſo gebraucht werden kan, als in den vorigen mit *GA*, *EA* geſchehen iſt. So breit iſt alſo der die Erde rings um *I* umgebende Streifen, um welchen der Theil ihrer Oberfläche, in welchem die Sonne noch einigermaaſſen geſehen wird, die Hälfte derſelben übertrift, nehmlich 12 bis $12\frac{1}{2}$ Meilen, deren 15 einen Grad des Gleichers der Erde ausmachen. T. V. F. 79.

§. 429. Es iſt aber auch an einem Orte des Erdbodens *K*, welcher etwas weiter als *A* von dem *I* entfernet iſt, über welchem ſich der Mittelpunct der Sonne in deſſen Verticallinie *CH* befindet, nicht ganz finſter. Denn obwol kein Theil der Sonne von einem in dieſer Gegend liegenden Orte geſehen werden kan, wenn nicht ſeine Entfernung von dem Mittelpuncte der Erde *C* um ſo viel gröſſer iſt als die *AC*, daß er noch von der verlängerten *BA* getroffen wird: ſo wird doch die über demſelben in einer gar beträchtlichen Höhe ſtehende Luft erleuchtet, welche das empfangene Licht hinwiederum nach allen Seiten zerſpreitet, und dadurch die Finſterniß, in welcher ſich der Ort *K* auſſerdem befin-

T.V.F.79. den würde, mehr oder weniger mindert, je weniger oder mehr dieſer Ort *K* von dem *A* indem durch *I* und *A* gehenden Umkreis *IAK* entfernet iſt. Die Erfahrung giebt, daß dieſe Entfernung *AK* über 15 Grade ſteigen könne, wiewol ſie ſo genau nicht zu beſtimmen iſt, weil dabey vieles auf die Beſchaffenheit des Auges ankömt. Dieſes Licht iſt die Dämmerung, deren wir Morgens vor dem Aufgange der Sonne, und Abends nach deren Untergang, im Sommer aber hier zu Lande ſelbſt um Mitternacht genieſſen. Wir können den Bogen *IK*, bey deſſen Ende *K* die Dämmerung gänzlich aufhöret, auf 106 Grade rechnen; wobey vorausgeſetzt wird, daß die Luft völlig rein ſey. Denn daß neblichtes Wetter die Dämmerung vermindern müſſe, iſt an ſich klar.

§. 430. Bey dem allen wird in dem zunächſtfolgenden Betrachtungen angenommen werden, daß die Sonne nicht mehr als die Hälfte des Erdbodens zugleich erleuchte, wie dieſes geſchehen würde, wenn die Sonne ein bloſſes Punct und die Erde nicht von ihrer Luft umgeben wäre. Es wird aber ein jeder Theil der von der Sonne erleuchteten Hälfte der Oberfläche der Erde auch von derſelben erwärmet: und es würken die Sonnenſtrahlen dabey deſto kräftiger, je näher der Winkel, mit welchen dieſelben auf dieſen Theil der Oberfläche einfallen, einem geraden Winkel kömt, und am aller kräftigſten, wenn dieſer Winkel würklich gerade iſt. Nach dieſem Umſtande richtet ſich der Zuwachs der Wärme, um welchen ſie daſelbſt in einer gewiſſen Zeit zunimt: und die ganze Wärme, die der Platz empfängt, wird deſto gröſſer, je länger die Zeit währet, in welcher ſie dergeſtalt vermehret wird. Eben ſo nimt die Wärme nach und nach wieder ab, wenn die Urſachen, welche ſie vermindern können, ſtärker würken als die Sonnenſtrahlen. Ohnſtreitig kömt dabey auf die Beſchaffenheit des erleuchteten Bodens, und der denſelben umgebenden Länder oder Seen, wie auch auf den Zuſtand der Luft ſehr vieles an. Es gehöret aber die Unterſuchung dieſer letztern Urſachen mehr in die Naturlehre, als in die Sternkunde.

Lage des von der Sonne erleuchteten Theils des Erdbodens.

T.V.F.80. §. 431. Wenn nun *PAQE* (*T.V. Fig.* 80.) der orthographiſche Entwurf der Erde auf einem ihrer Mittagskreiſe iſt, in welchem die in *S* verlängerte *AE* die Fläche des Gleichers vorſtellet, und es befindet ſich die Sonne in dieſer Linie *AS*; ſo wird die Erde von einem ihrer Pole *P* bis von den andern *Q* erleuchtet,

leuchtet, und die Strahlen, welche dieſes leiſten, fallen ſämtlich der *AS* beynahe parallel, auf die Oberfläche derſelben. Sie machen alſo mit den zunächſt um *A* liegenden Theilen dieſer Oberfläche, rechte Winkel: auf die übrigen Theile derſelben aber, die an den Mittagskreis *PAQ* liegen, fallen die Sonnenſtrahlen deſto ſchiefer, je mehr dieſe Theile von dem Puncte des Gleichers *A* gegen die Pole *P* und *Q* entfernet ſind, bis ſie endlich, bey den Polen *P*, *Q* ſelbſt, dem Horizonte parallel werden: woraus die Kraft die ſie anwenden können, die verſchiedenen an *PAQ* liegenden Theile der Erdfläche zu erwärmen, leicht zu ermeſſen iſt. T. V. F. 80

§. 432. Da aber die Sonne, bey ihrem täglichen Umlaufe um die Erde, ſich zugleich von der Fläche des Gleichers noch *R* oder *T* zu entfernen, oder von einer dieſer Gegenden dem Gleicher zu nähern ſcheinet: ſo können wir dieſe ſcheinbare Bewegung in unſerer Vorſtellung theilen, und der Sonne nur die eben beſchriebene laſſen, mit welchem ſie in jedem Jahre einmal nach *T* und einmal nach *R*, um beynahe $23\frac{1}{2}$ Grade, von dem Gleicher abweichet, und wieder zu denſelben zurückkehret: und es hindert nichts anzunehmen, daß der Mittelpunct der Sonne, bey dieſer ſehr ungleichen Bewegung derſelben, beſtändig in der Fläche des Colurs der Wendpuncte bleibe. Die andere Bewegung, mit welcher die Sonne in einem Tage von Morgen gegen Abend um uns herumzulaufen ſcheinet, können wir ganz der Erde zuſchreiben, indem wir ſetzen, daß dieſelbe ſich, an jedem natürlichen Tage einmal, von Abend gegen Morgen um ihre Axe *PQ* herumdrehe. Wir werden an ſeinem Orte ſehen, daß wir uns dadurch gar nicht ſehr von der Wahrheit entfernen, indem eine von der hier angenommenen wenig verſchiedene Bewegung würklich bey der Erde ſtatt hat. Es iſt uns aber gegenwärtig blos um eine leichte und deutliche Erklärung der Erſcheinungen zu thun, welche ſehr befördert wird, wenn wir die verſchiedene Bewegung eines Körpers aus einander ſetzen. Daß aber die Erſcheinungen, welche aus dem beſchriebenen Drehen der Erde erfolgen, keine andern ſeyn, als die wir haben würden, wenn die Sonne würklich an jedem Tage, dem Gleicher parallel, von Morgen gegen Abend um uns herumliefe, iſt gar leicht einzuſehen.

§. 433. Laſſen wir nun, bey dem zuerſt angenommenen Stande der Sonne in der Linie *AS* die Erde ſich in der Zeit eines natürlichen Tages, mit einer gleichförmigen Bewegung, um ihre Axe *PQ* herumdrehen, ſo ſehen wir ſogleich,

T. V. F. 80. daß ein jedes Punct ihrer Oberfläche ſich ſo lang in der verfinſterten Hälfte derſelben aufhalten werde, als in der erleuchteten. Es würde alſo, wenn die Sonne dieſe ganze Zeit über in dieſem Stande verharrete, der eigentliche Tag genau ſo lang ſeyn, als die dazu gehörige Nacht, und die geringe Abweichung derſelben von der Fläche des Gleichers, die ſich in dieſer Zeit begiebt, kan in dieſer Gleichheit der Theile des natürlichen Tages keine Veränderung machen, die hier in Betrachtung gezogen zu werden verdiente. Ein bey *A* gerade auf den Horizont aufgerichteter Körper wirft alsdenn im Mittage keinen Schatten, und ein daſelbſt gegrabener Brunnen wird zu eben der Stunde bis auf ſeinen Boden erleuchtet. Alle übrige in einer Entfernung von *A* auf den Mittagskreis *PAQ* geſetzte Verticallinien aber werfen einen Schatten nach *P* oder *Q*, welcher bey einerley Länge dieſer Linien deſto länger iſt, je mehr dieſelbe von der *AS* nach *P* oder *Q* abweichet. Denn die Winkel, welche die Sonnenſtrahlen mit jeder Verticallinie einſchlieſſen, werden immer gröſſer und gröſſer, je mehr ſich dieſelbe dem Polen *P*, *Q* nähert, und diejenigen, welche ſie mit dem Horizonte machen, das iſt, die Mittagshöhen der Sonne, nehmen dabey beſtändig ab, bis endlich bey den Polen ſelbſt die erſtern dieſer Winkel gerade, und die letztern Nichts werden. Hieraus iſt die Veränderung der Wärme oder Kälte, welche die Sonne bey dieſem Stande, in welchem ſie ſich des Jahres zweymal befindet, an jedem Orte des Erdbodens hervorbringet, leicht genug zu ermeſſen. Sie erwärmet denſelben am Tage beynahe eben ſo ſehr, als er in der Nacht gekühlet wird, und läßt alſo ſeine Wärme ohngefehr wie ſie vorher war. Sie erwärmet aber einen jeden Ort bey Tage deſto ſtärker, je kleiner ſeine Breite iſt, und am allerſtärkſten diejenigen, ſo gar keine Breite haben.

T. V. F. 81. §. 434. Befindet ſie ſich aber (*T. V. Fig.* 81.) die Sonne in der Linie *CS*, die mit dem Gleicher *AE* den Winkel *ACS* einſchlieſſet, welchen wir uns ebenfalls in der Fläche des Colurs der Wendpuncte vorſtellen; ſo iſt die Fläche des Cirkels, welche den erleuchteten Theil der Erdkugel von dem finſtern abſondert, dieſer *SC* perpendicular, und wird alſo durch *FG* vorgeſtellt, welche Linie mit der Axe *PQ* den Winkel *FCP* oder *GCQ* einſchlieſſet, der dem *ACS* gleich iſt: und dieſer *ACS* iſt die Abweichung der Sonne. Es liegt alſo der eine Pol *P* in der finſtern Hälfte der Oberfläche der Erde ſo tief verſenkt, als die Sonne von dem Gleicher abweichet, und eben ſo hoch iſt auch der andere Pol *Q* in der

erleuch-

erleuchteten Hälfte derſelben über die Gränze *FG* erhaben. Denn es iſt *FP* = *GQ* = *AB*, und durch den Bogen *AB* wird die Abweichung der Sonne angegeben. Eben dieſer *AB* iſt auch die Breite des Orts *B*, auf welchen die Sonnenſtrahlen im Mittage ſeiner Verticallinie *CBS* parallel fallen. T. V. F. 81.

§. 435. Drehet ſich nun die Erde, wie vorher, um ihre Axe *PQ*, ſo wird zwar auch nunmehro der Gleicher derſelben *AE* von der Fläche *FG* in zwo gleiche Hälften getheilt, und ein jeder ſeiner Puncte hält ſich ſo lang in dem erleuchteten Theile der Erde auf, als in dem finſtern: ſo daß alle auf dem Gleicher genommene Oerter des Erdbodens, bey jeder Abweichung der Sonne, und alſo das ganze Jahr durch, gleiche Täge und eben ſo lange Nächte bekommen. Die übrigen Cirkel aber, welche bey dem täglichen Umlaufe der Erde von Puncten beſchrieben werden, die auſſer dem Gleicher liegen, werden von der Fläche *FG*, die den erleuchteten Theil von dem finſtern abſondert, alle in ungleiche Theile getheilet: und es übertrift der gröſſere Theil eines jeden dieſer Cirkel den kleinern Theil deſſelben deſto mehr, je weiter der Cirkel von dem Gleicher abſtehet, oder, je gröſſer die Breite des Orts iſt, zu welchem er gehöret, bis endlich dieſe Cirkel nahe bey den Polen *P*, *Q* gar nicht mehr geſchnitten werden, ſondern der gröſſeſte unter denſelben von der Fläche *FG*, bey den Puncten *F* und *G* blos berühret wird. So ſehr verſchieden aber auch die Verhältniß der Theile iſt, in welche dieſe Kreiſe von der Fläche *FG* getheilt werden; ſo werden doch jede zween derſelben, die von dem Gleicher gleich weit abſtehen, einer an dieſer Seite und der andere an der andern, auf einerley Art getheilet: und da dieſe Cirkel als völlig gleiche angeſehen werden, ſo wird auch der gröſſere Theil des einen dem gröſſern Theile des andern, und der kleinere dem kleinern gleich. Nur fällt von der einen Seite des Gleichers der gröſſere Theil eines ſolchen Kreiſes in den finſtern Theil der Erdkugel, wenn an der andern Seite der gröſſere Theil in den erleuchteten fällt, und eben die Bewantniß hat es auch mit den kleinern Theilen derſelben.

§. 436. Hieraus iſt leicht zu ſchlieſſen, was es bey einem dergleichen Stande der Sonne auſſer der Fläche des Gleichers mit der Länge der Täge und Nächte über den ganzen Erdboden vor eine Bewantniß haben werde: und eine weitere Aufklärung deſſelben müſſe faſt in einer bloſſen Wiederhohlung mit etwas geänderten Worten beſtehen. Sonſt wird nunmehro der Ort *B*, auf welchen die Sonnen-

T. V. F. 81. Sonnenſtrahlen ſenkrecht fallen, am ſtärkſten erwärmet, und die übrigen deſto ſchwächer, je mehr ſie von denſelben gegen *F* und *G* entfernet ſind. Vergleichen wir aber dieſen Stand der Sonne mit dem vorigen, da ſich dieſelbe in der Fläche des Gleichers aufhielte, ſo werden nunmehro die an dem Mittagskreiſe von *B* bis an *G* liegende Oerter unſtreitig mehr erwärmet, als damals, weil bey denſelben nicht nur die Länge des Tages, ſondern auch die Mittagshöhe der Sonne zugenommen hat. In *AB* hat zwar die Länge des Tages ebenfalls etwas zugenommen, aber die Mittagshöhen ſind vermindert worden, ſo daß hier mehr eine Verminderung als eine Vermehrung der Wärme zu vermuthen iſt. Von *A* an aber bis an *P* werden die Theile der Oberfläche der Erde gewiß weniger erwärmet als in dem vorigen Stande, weil daſelbſt nicht nur die Tageslängen, ſondern auch die Mittagshöhen der Sonne abgenommen haben. Die ſtärkſte Veränderung hat ſich bey *P* und *Q* zugetragen, da bey dem erſtern dieſer Puncte der ganze Bogen *PF* nunmehro von den Sonnenſtrahlen gar nicht getroffen, bey *Q* aber der ganze unter dem Pole liegende Bogen *QG* erwärmet und erleuchtet wird. Es mußte alſo, bey dem Uebergange der Sonne aus ihrem vorigen Stande in den gegenwärtigen, die Wärme an allen Orten des Erdbodens von dem Puncte *B* an bis an den erleuchteten Pol *Q*, und zwar bey dieſem am allermeiſten, zunehmen: und im Gegentheil von eben dem Puncte *B* bis an den verfinſterten Pol *P*, und bey dieſem am meiſten, vermindert werden.

§. 437. Beyde Urſachen, welche die Wärme an der einen Seite des Puncts *B* vermehren und an der andern vermindern, nehmen immer zu indem die Sonne fortfähret von demſelben abzuweichen, ſo daß an jedem Tage der Wärme an der einen Seite mehr zugeſetzt, und an der andern mehr entzogen wird, als an dem vorhergehenden. Endlich erreicht die Sonne den an der Seite *Q* liegenden Wendkreis, da ihre Abweichung die gröſte iſt, und das Punct *B*, auf welches die Sonnenſtrahlen im Mittage gerade einfallen, ſich am meiſten von dem *A* entfernt befindet, nehmlich eigentlich um 23 Grade 28 Minuten und 20 Secunden, oder beynahe um $23\frac{1}{2}$ Grade. Alsdenn iſt die Veränderung der Abweichung der Sonne in einem Tage ſo gering, daß ſie hier in keine Betrachtung komt, und wenn man ſich durch das Punct *B* in der Oberfläche der Erde einen Cirkel beſchrieben vorſtellt, deſſen Fläche der Fläche des Gleichers parallel liege, welcher derjenige ſeyn wird, den das Punct *B* bey dem Umlaufe der Erde um ihre Axe

beſchreibt:

beſchreibt: ſo wird jedes Punct deſſelben im Mittage nach der Richtung ſeiner T. V. F. 81.
Verticallinie beſchienen, ſo daß einem in dieſes Punct geſetzten Auge die Sonne zu der Zeit in dem Zenit erſcheinen muß. Zugleich haben auch die Bogen *PF* und *QG*, deren jeder immer dem *AB* gleich iſt, ihre äuſſerſte Gröſſe erreichet, welche demnach ebenfalls bis an $23\frac{1}{2}$ Grade ſteiget, ſo daß, wenn man jedem der Bogen *PF* und *QG* dieſe Gröſſe giebt, und durch die dergeſtalt beſtimte Puncte in der Oberfläche der Erde, um die Pole *Q*, *P* Cirkel beſchreibt; die dem Gleicher parallel ſeyn werden; dieſe Cirkel alle Puncte der Erde in ſich begreifen müſſen, welche an einem oder mehrern Tagen des Jahres nicht aus der erleuchteten oder verfinſterten Hälfte der Erde kommen, und alſo zu dieſer Zeit keine eigentliche Nacht oder keinen eigentlichen Tag haben.

§. 438. Wenn nun die Sonne, mit der einzigen Bewegung, welche wir ihr gelaſſen haben, wieder von dem Wendkreiſe nach dem Gleicher zurückkehret: ſo bleiben zwar, ehe ſie denſelben erreichet, die Urſachen, welche dieſe Hälfte der Erde mehr erwärmen, und jene mehr abkühlen müſſen, noch immer; ſie werden aber immer ſchwächer und ſchwächer. Es muß demnach nunmehro an der einen Seite des Puncts *B* die Wärme, und an der andern die Kälte an jedem Tage einen kleinern Zuwachs bekommen, als an dem vorhergehenden. Bey dem allen wächſet die Wärme an der einen, und die Kälte an der andern Seite des Puncts *B* noch immer, und es ereignet ſich die gröſte Hitze an der Seite des erleuchteten Pols *Q*, ſamt der gröſten Kälte an der Seite des verfinſterten *P*, nicht ehe, als nachdem die Sonne dadurch, daß ſie in ihrer Bahn von dem diſſeitigen Wendpuncte um ein Zeichen, und beynahe die Hälfte des folgenden, fortgerückt iſt, und ſich dadurch dem Gleicher beträchtlich genähert hat. Aus eben den Urſachen richtet ſich auch die Wärme der übrigen Jahreszeiten nach dieſer Stelle, und wird, in ſo ferne ſie bloß an der Würkung der Sonne herrühret, bey uns an jedem Tage deſto gröſſer, je weniger an demſelben die Sonne von der Mitte des Löwen entfernet iſt. Das dieſer Mitte entgegengeſetzte Punct der Ecliptic iſt die Mitte des Waſſermanns; und wir müſſen die gröſte Kälte erwarten, wenn ſich die Sonne bey demſelben befindet.

Die fünf Streifen des Erdbodens.

§. 439. Da die Sonne, nachdem ſie bey ihrer Rückkehr die Fläche des Gleichers erreichet hat, hernach an der Seite *P* eben ſo ſehr von derſelben abweichet

T. V. F. 81. chet als an der vorigen: ſo muß ſie nunmehro an dieſer Seite eben die Würkungen äuſſern, die wir betrachtet haben. Wenn demnach auch *AD* der Schieſe der Ecliptic, das iſt, beynahe $23\frac{1}{2}$ Graden, gleich gemacht, und durch das Punct *D* in der Oberfläche der Erde ein Cirkel dem Gleicher derſelben parallel beſchrieben wird: ſo müſſen in deſſen Umkreiſe alle Puncte der Erde liegen, auf welche die Sonnenſtrahlen ſenkrecht fallen, wenn ſich dieſe in dem an der Seite *P* liegenden Wendkreiſe befindet, gleichwie wir an der Seite *Q* einen dergleichen Kreis hatten. Durch dieſe zween Kreiſe alſo, wie auch durch diejenigen, welche wir durch die Puncte *F*, *G* beſchrieben haben, wird die Oberfläche in fünf Theile getheilet, deren jeder ganz andere Jahreszeiten hat als die übrigen, wodurch dieſe Eintheilung in der Erdbeſchreibung unentbehrlich wird.

§. 440. Man nennet dieſe Theile **Zonen**, **Gürtel** oder **Streifen**, ob ſie
T. V. F. 82. wol nicht alle die Geſtalt der Streiſen oder Gürtel haben. In der 82ſten Zeichnung wird die in ihre Streifen getheilte Erde beſonders vorgeſtellt. *PQ* iſt wieder die Axe, und *AE* der Entwurf des Gleichers. Jeder der Bogen *AB*, *AD* hält beynahe $23\frac{1}{2}$ Grade, und die durch *Dd*, *Bb* vorgeſtelten Cirkel der Erde, werden ebenfalls Wendkreiſe genennt, wie die an dem Himmel. Der zwiſchen dieſen Wendkreiſen liegende die ganze Erde rings umgebende Streifen *DdbB* aber heißt der heiſſe Streifen der Erde, **Zona torrida**. Er wird von dem Gleicher in zwo Hälften getheilt, die einander in allen Stücken gleich kommen, und ſeine ganze Breite beträgt gegenwärtig 46 Grade und 56 bis 57 Minuten. Eigentlich iſt dieſes von den Graden des Mittagskreiſes *PAQ* zu verſtehen, welche bey dem Gleicher kleiner ſind, als bey den Polen: es iſt aber hier gar nicht nöthig auf die kleine Abweichung der Erde von der Geſtalt einer vollkommenen Kugel acht zu haben. Wir können auch annehmen, daß jede aus dem Mittelpuncte der Erde *C* durch irgend ein Punct dieſer Cirkel *Dd*, *Bb* gezogene Linie, als *CD*, *Cd*, oder *CB*, *Cb*, bey ihrer Verlängerung, immer einen oder andern Punct der Wendkreiſe des Himmels antreffen werde; obwol, da die Erde bey den Polen zuſammengedrücket iſt, anſtatt des *C* ein anderes dem *A* etwas näheres Punct genommen werden müſte, wenn dieſes an der Seite *A* in der völligen Strenge erfolgen ſolte, und ſo auch an der andern *E*. Insbeſondere trägt jeder Wendkreis der Erde den Nahmen des himliſchen Wendkreiſes, mit welchen er dergeſtalt verknüpft iſt.

§. 441.

§. 441. Jeder der Bogen *PF*, *QG* hält, wie wir geſehen haben, eben ſo viele Grade und Minuten als *AB* oder *AD*; die durch die Puncte *F*, *G* dem Gleicher parallel beſchriebenen Cirkel aber, welche *Ff* und *Gg* vorſtellen, heiſſen die Polcirkel, einer der mitternächtige, und der andere der mittägige. Die Theile der Oberfläche der Kugel, welche dieſe Cirkel einſchlieſſen, werden, ob ſie wol keinesweges dieſe Geſtalt haben, die kalten Streifen oder Gürtel, Zonå frigidå genent, und durch eben die Beynahmen des mitternächtigen und mittägichen von einander unterſchieden. Die Grade des Bogens *PF*, *QG* ſind gröſſer als die in *AB*, alſo beträgt der Bogen *FPf* oder *GQg*, nach Meilen gerechnet, mehr als *BAD*. Endlich werden die zwiſchen einem der Wendkreiſe, und dem ihn zunächſt liegenden Polcirkel beſchloſſene Theile der Erdfläche *DdfF* und *BbgG*, die gemäßigten Streifen, Zonå temperatå genennet, und ebenfalls durch das Beywort des mitternächtigen und mittägichen von einander unterſchieden. Der Bogen *DF* oder *BG* beträgt den Ueberſchuß eines Quadranten über *DAB*, das iſt 43 Grade und 3 Minuten: und es ſind die beiden gemäßigten Streifen, in nichts, als nach ihrer Lage, von einander verſchieden. T. V. F. 82.

§. 442. Das hauptſächlichſte, wodurch ſich dieſe Erdſtriche von einander unterſcheiden, iſt aus dem, ſo eben gezeigt worden iſt, leicht herzuleiten. Wenn wir auch nunmehro die kleine Veränderung, die in der Abweichung der Sonne in vier und zwanzig oder wenigern Stunden vorgehet, als unbeträchtlich, bey Seite ſetzen, ſo komt einem jeden Bewohner der hitzigen Streifen die Sonne des Jahres zweymal in ſein Zenit. Denn in völliger Strenge geſchiehet dieſes nur alsdenn, wenn der Zeitpunct, in welchem die Abweichung der Sonne der Breite des von ihm bewohnten Orts gleich iſt, genau in ſeinem wahren Mittag fällt. Es ſind aber die Zeitpuncte, in welchem ſich die Sonne dem Zenit eines ſolchen Orts am meiſten nähert, beynahe gleichweit von einander entfernet, wenn der Ort ſelbſt auf den Gleicher der Erde liegt: liegt aber der Ort auſſer dem Gleicher, ſo werden die Theile des Jahres, deren einer von einem dieſer Puncte bis an das andere währet, überhaupt deſto mehr ungleich, je gröſſer ſeine Breite iſt. Es kan der Ort einem der Wendkreiſe ſo nahe liegen, daß der kleinere dieſer Theile nur einige Tage oder Stunden, und alſo der gröſſere faſt das ganze Jahr beträgt. Fällt aber der Ort ſelbſt in einem der Wendkreiſe *Bb*, *Dd*, ſo verſchwindet dieſer kleinere Theil ganz, und der Bewohner dieſes

T.V.F.82. Orts ſiehet die Sonne nur an einem Tage des Jahres in ſeinem Zenit. Es wird aber hiebey auf die Ungleichheit der Bewegung der Sonne in der Ecliptic, und auf die davon herrührenden Abweichungen, nicht geſehen.

§. 443. Den Bewohnern der gemäßigten Streifen erſcheinet die Sonne niemals im Zenit, ſondern wenn die Breite des in einem dieſer Streifen liegenden Orts durch L, und die Breite desjenigen, auf welchen die Sonnenſtrahlen an einem gewiſſen Tage ſenkrecht einfallen, (welche immer der Abweichung der Sonne an eben dem Tage gleich iſt) durch H bedeutet wird, ſo iſt am Mittage dieſes Tages die Entfernung der Sonne von dem Zenit des Orts, $L - H$, wenn die Breiten beide in eben die Hälfte der Erdkugel fallen, und $L + H$, wenn ſie in den verſchiedenen Hälften liegen; ſo daß der Unterſchied dieſer Entfernungen an eben dem Orte, immer $2H$ beträgt, und der gröſte unter allen wird, wenn die Abweichung H die gröſte iſt, AB nehmlich an der einen Seite und AD an der andern. Liegen zween Oerter von eben der Breite L in den verſchiedenen Hälften der Erdkugel: ſo iſt an eben dem Tage für den einen die Entfernung der Sonne von dem Zenit $L + H$, und für den andern $L - H$, alſo der Unterſchied dieſer Entfernungen ebenfalls $2H$. Auſſerdem iſt leicht zu ſehen, daß die Tageslänge des einen dieſer Oerter zugleich die Länge der Nacht des andern ſeyn werde. An eben dem Orte L aber iſt die Länge des Tages bey der Abweichung H der Länge der Nacht gleich, welche dieſer Ort hat, wenn die Sonne an der andern Seite des Gleichers, eben ſo ſtark, das iſt, um eben den Bogen oder Winkel H, von demſelben abweichet.

§. 444. Es gehet nehmlich die Sonne in den drey Zonen, welche wir beſehen haben, täglich auf und unter, und wird erſt in den Polkreiſen in dem Augenblicke, in welchem ſie durch die Mittagsfläche gehet, ſelbſt in dem Horizonte ſichtbar. Dieſes geſchiehet zweymal im Jahre, an den Tagen, an welchen ſich die Sonne in einem der Wendkreiſe befindet; und ſie erſcheinet in der Mitternachtſtunde im Horizonte, wenn dieſer Wendkreis mit dem Polcirkel an eben der Seite des Gleichers liegt; und in der Mittagsſtunde, wenn dieſe Kreiſe an verſchiedene Seiten des Gleichers fallen: ſo daß die Sonne an eben dem Tage dem einen Polcirkel in der Mitternachtſtunde in dem Horizonte erſcheinen muß, an

welchem

welchem ſie der andere in der Mittagsſtunde daſelbſt ſiehet. In beiden Fällen geſchiehet kein eigentlicher Aufgang oder Untergang derſelben, und der natürliche Tag wird nicht in den eigentlichen Tag und die dazu gehörige Nacht getheilet. Und da überhaupt von dem Orte des Erdbodens, auf welchen die Sonnenſtrahlen ſenkrecht fallen, bis an denjenigen, bey welchem die Sonne, indem ſie durch die Mittagsfläche gehet auch in dem Horizonte erſcheinet, ein Quadrant des Mittagskreiſes reichet: ſo wird die Sonne an einem jeden Orte der kalten Zonen zugleich in der Mittagsfläche und in dem Horizonte erſcheinen, wenn ihre Abweichung der Entfernung des Orts von dem Pole, das iſt, der Ergänzung ſeiner Breite, gleich iſt; und es wird dieſes um den Nordpol herum ſich in der Mitternachtſtunde zutragen, wenn die Abweichung der Sonne nördlich iſt, und in der Mittagsſtunde, wenn die Sonne nach Süden abweichet. Iſt die Abweichung der Sonne kleiner als die Ergänzung der Breite des Orts, ſo gehet die Sonne an demſelben auf und unter: iſt ſie aber gröſſer, ſo bleibt ihm die Sonne einige natürliche Täge lang beſtändig über dem Horizonte, wenn die Abweichung der Sonne nördlich iſt, und unter demſelben, wenn ſich die Sonne an der andern Seite des Gleichers befindet. Eben die Bewantniß hat es auch mit den Oertern um den Südpol: und überhaupt kan einige Betrachtung der Zeichnungen alles deutlicher machen, als viele Worte. T. V. F. 82.

Fernere Eintheilung des Erdbodens.

§. 445. Dieſes ſind die Haupttheile der Oberfläche der Erde, deren jeder ferner durch Cirkel, welche durch jeden Grad der Breite, dem Gleicher parallel, in derſelben beſchrieben werden, nach Befinden weiter getheilet wird. Die Alten haben in der That noch eine andere Eintheilung beliebt. Sie giengen auf einem der Mittagskreiſe von dem Gleicher ſo lang fort, bis ſie an einen Ort kamen, deſſen längſter Tag zwölf und eine halbe Stunde betrug. Durch dieſen Ort beſchrieben ſie einen Cirkel dem Gleicher parallel, und nenten den zwiſchen dieſen zween Cirkeln beſchloſſenen Theil der Erdfläche das erſte Clima. Von dannen giengen ſie weiter, bis in einen Ort, deſſen längſter Tag dreyzehn Stunden enthielt, und beſchrieben durch denſelben einen andern ſolchen Cirkel, der das zweite Clima gab. Und ſo fuhren ſie von halben Stunden zu halben Stunden immer fort, wodurch bis an den Polkreis vier und zwanzig dergleichen Streifen entſtunden, in deren jedem alle Oerter rings um die Erde herum begriffen waren,

T.V.F.78. deren längſte Täge in die angezeigten Gränzen fallen. Sie benanten aber ein jedes Clima von einem berühmten Orte, ſo ohngefehr mitten in demſelben lag. Und da ihnen an der Mittagsſeite des Gleichers keine dergleichen Oerter bekant waren, ſo begnügten ſie ſich anzuzeigen, welchem der diſſeitigen von einem wichtigen Orte benanten jedes an jener Seite des Gleichers liegende Clima entgegen geſetzt ſey: wobey ſie ein Clima als demjenigen entgegen geſetzt anſahen, in welchem der längſte Tag gleich viele halbe Stunden enthält.

§. 446. Dieſe Eintheilung beruhet auf der Berechnung der Breite eines Orts, an welchem der längſte Tag eine gegebene Zahl von Stunden und Minuten der ſcheinbaren Zeit enthält, welches uns auf die allgemeine Betrachtung der
T.III.F.39. Längen der Täge und Nächte zurück führet. Zwar iſt bereits (*T. III. Fig.* 39.) ein orthographiſcher Entwurf der Himmelskugel vorgeſtellet worden, welcher zu dem gegenwärtigen Zwecke eben ſo gut dienen kan, als er fähig iſt die Zahl der Stunden anzugeben, welche ein Firſtern, deſſen Abweichung von dem Gleicher bekant iſt, bey einer jeden Polhöhe über dem Horizonte und unter demſelben zubringt. Es kan aber auch für jeden Ort des Erdbodens, deſſen Breite bekant iſt, die Länge des Tages, an welchem die Sonne um eine gegebene Zahl von Graden und deren Theilen von dem Gleicher abweichet, durch einen ſolchen Entwurf der Erdkugel gefunden werden, welche zugleich einige andere hieher gehörige Fragen aufloͤſet, und demnach unſere Betrachtung gar wol verdienet.

Längen der Täge und Nächte.

T.V.F.83. §. 447. Es ſey (*T.V.F.*83.) *PQ* die Axe der Erde, durch welche, und zugleich durch den Mittelpunct der Sonne, die Fläche des Cirkels *PAQE* gehet, ſo daß es an einem jeden Orte der Erde Mittag oder Mitternacht wird, wenn derſelbe durch den täglichen Umlauf dieſes Körpers um die Axe *PQ*, in dieſe Fläche *PAQE* gebracht wird, bey welchem Puncte derſelben ſich auch die Sonne befinden mag. Nach dieſer Mittagsfläche *PAQE* richten ſich auch die übrigen Stundenkreiſe, deren Flächen ſämtlich durch *PQ* hindurch gehen, indem ſie mit einander die bekanten Winkel von 15 Graden einſchlieſſen. *AE* iſt der Entwurf des Gleichers, und *FG* ſtellet auch nunmehro den Cirkel vor, welcher den von der Sonne erleuchteten Theil der Erde von dem finſtern abſondert, welches ſeyn wird, wenn der durch den Bogen *PF* gemeſſene Winkel *PCF*, zu dem Tage, deſſen Länge ge-

ſucht

ſucht wird, der Abweichung der Sonne gleich iſt. *BD* ſey der Entwurf des Cirkels, welchen ein in der Oberfläche der Erde angenommener Ort, bey dem täglichen Umlaufe derſelben um die Axe *PQ* beſchreibt, und alſo *AB* die Breite dieſes Orts. Weil nun *BD* der *AE* parallel liegt, ſo wird dieſe Linie bey *H* von der Axe *PQ* in zween gleiche Theile getheilet. Der in der Oberfläche der Kugel um dieſen Mittelpunct *H* von *B* bis an *D* beſchriebene halbe Cirkelkreis iſt der Weg, welchen der angenommene Ort, in der Hälfte eines natürlichen Tages, von *B* bis an *D*, oder von *D* bis an *B* beſchreibt; die in *BH* und *HD* entworfenen Theile dieſes Kreiſes aber ſind vierthel deſſelben, deren jedes in ſechs Stunden beſchrieben wird. T.V.F.83.

§. 448. Eben dieſer Cirkelkreis, deſſen Halbmeſſer *BH* oder *HD* iſt, und deſſen Fläche auf der *PAQE* ſenkrecht ſtehet, wird auch durch die in *FG* entworfene Fläche in zwey ungleiche Theile zerſchnitten, deren eine in den erleuchteten und der andere in den finſtern Theil der Oberfläche der Erde fällt. Der Entwurf des erſten dieſer Theile iſt *BK*, welcher in der gegenwärtigen Zeichnung aus dem Halbmeſſer *HB* und aus *HK* zuſammengeſeßt erſcheinet, der andere aber iſt der Unterſchied des Halbmeſſers *HD* und eben der *HK*. Es iſt alſo in dem Falle, welchen die Zeichnung vorſtellet, der in *BK* entworfene Cirkelbogen, gröſſer als ein Quadrant, und *DK* kleiner: da im Gegentheil, wenn anſtatt des *B* das Punct *b* an der andern Seite des Gleichers genommen, und mit demſelben eben ſo verfahren wird, der durch *bk* vorgeſtelte Bogen kleiner ausfällt als ein Quadrant, der in *kd* vorgeſtelte aber den Quadranten übertrift. In beiden Fällen aber iſt der durch *KB* vorgeſtelte Bogen derjenige, welchen ein jeder in der Oberfläche der Erde angenommener Ort, deſſen Breite *AB* iſt, von dem in *K* entworfenen Puncte, bey welchem er aus dem verfinſterten in den von der Sonne erleuchteten Raum übertritt, bis an das in der Mittagsfläche liegende Punct *B* beſchreiben muß; und der an der andern Seite dieſer Fläche *PAQE* liegende durch eben die *BK* vorgeſtelte Bogen, wird nach Mittag von eben dem Orte beſchrieben. Im Gegentheil beſchreibet dieſer Ort von *D* an, allwo er ſich zu Mitternacht befindet, bis an dem in *K* entworfenen Punct, bey welchem er in den erleuchteten Raum übergehet, den in *DK* entworfenen Bogen, und derjenige, welchen er an der andern Seite der Mittagsfläche, von der Gränze des erleuchteten Raums bis an *D* beſchreibt, iſt von eben der Gröſſe. Mit dem

 an

T. V. F. 83. an der andern Seite des Gleichers entworfenen Bogen *bk*, *dk* hat es eben die Bewantniß. Die Sonne erſcheinet dem angenommenen Orte in dem Horizonte, wenn ſich dieſer in einem der in *K*, *k* entworfenen Puncte befindet: und der Weg, welchen derſelbe von einem dieſer Puncte bis zur Mittagsfläche, oder von der Mittagsfläche bis zu dem Puncte machen muß, wird immer durch den in *KB* oder *KD*, *kb* oder *kd* entworfenen Bogen vorgeſtelt.

§. 449. Ein jeder ſolcher Bogen heißt ein halber Tagbogen, oder ein halber Nachtbogen, nach dem er in dem erleuchteten oder in dem finſtern Theil der Oberfläche der Erde fällt. Denn der in *KB* entworfene Bogen iſt demjenigen ähnlich, in welchen der Mittelpunct der Sonne ſich von dem Morgenhorizonte bis an den Mittagskreis zu erheben, oder von dieſem bis an den Abendhorizont zu erniedrigen ſcheinet; der durch *DK* aber dem, in welchen eben der Mittelpunct vor dem Aufgange der Sonne von der Mittagsfläche bis an den Morgenhorizont ſteiget, oder nach deren Untergang von dem Horizonte bis an dieſe Fläche niedergehet. Aus der Zahl der in jedem dieſer Bogen enthaltenen Graden und Theilen der Grade, iſt die Zeit, in welcher ſich die Sonne in demſelben aufhält, gar leicht zu ſchlieſſen (183), welche uns ferner zur Käntniß der Länge des Tages und der darauf folgenden Nacht führet.

§. 450. Es werden aber zu jeder Breite *AB* und zu jeder Abweichung der Sonne *PF* die Bogen, von welchen die Rede iſt, beide bekant, ſobald derjenige gefunden wird, welcher *HK* zu ſeinem Entwurfe, und folgends, wenn *HB* oder *HD* zum Radius genommen wird, eben die *HK* auch zu ſeinem Sinus hat. Iſt alſo dieſe *HK* durch die Zeichnung der beiden Linien *BD* und *FG* gefunden worden, ſo iſt nichts übrig, als daß man die Zahl der Grade und Minuten eines Bogens entdecke, deſſen Sinus ſich zum Radius verhält, wie *HK* zur *HB* oder *HD*, und dieſes kan durch die bloſſe Zeichnung auf verſchiedene Art geſchehen. Wird alsdann dieſer Bogen zu einem Quadranten hinzugeſetzt, und von demſelben abgezogen, ſo wird durch das eine der halbe Tagbogen, und durch das andere der halbe Nachtbogen herausgebracht, wobey eine geringe Achtſamkeit hinlänglich iſt, jeden dieſer Bogen mit ſeinem wahren Nahmen zu belegen.

§. 451. Zu der endlichen Abſicht, welche gegenwärtig iſt, die Längen der Täge und Nächte zu finden, ſcheinet das bequemſte zu ſeyn, daß man auf *HB* und *HD* von dem Puncte *H*, die zu dem Radius *HB* oder *HD* gehörigen Sinus

der

der Stundenwinkel von 15, 30, 45 Graden und ſo weiter, trage, welches eben die Würkung haben wird, als wenn der zu dem Durchmeſſer *DB* gehörige Umkreis in ſeine vier und zwanzig gleiche Theile getheilet wäre, deren jeden der angenommene Ort, bey ſeiner Bewegung um die Axe *PQ*, in einer Stunde zurücklegt. Dieſes kan nicht nur bey der *BD*, ſondern zugleich auch bey einer jeden andern in dem Mittagskreis *PAQE* der *AE* parallel gezogenen Sehne geſchehen, wenn ſowol die *CA*, als auch die *CE* dergeſtalt getheilt werden, und man durch jede zween Theilungspuncte, die zu eben der Zahl von Graden gehören, und den zu derſelben gehörigen Sinus endigen, eine Ellipſe beſchreibt, die zugleich durch die Pole *P*, *Q* gehet; und es können dieſen noch andere dergleichen Ellipſen beygefüget werden, welche zu den Hälften, oder noch kleinern Theilen der Stunden gehören. Alsdann wird eine, ſtatt der Linie *FG* angelegte Regel, auf der gehörig gezogenen *BD* oder *bd*, die in dem halben Tage oder der halben Nacht enthaltene Stunden, durch die zwiſchen den Ellipſen liegende Theile der *BK* oder *KD* an der einen, und der *bk* oder *kd* an der andern Seite des Gleichers, unmittelbar angeben: und es wird nicht ſchwer ſeyn, auch die Zahl der überſchüſſigen Minuten zu beurtheilen. T. V. F. 83.

§. 452. Einige Betrachtung dieſer Zeichnung wird an die Hand geben, wie hinwiederum aus der Breite eines Ortes *AB*, und der vermittelſt der halben Länge eines Tages, oder der darauf folgenden Nacht gegebenen *BK* oder *DK*, die Abweichung der Sonne *PF* zu finden ſey; oder aus eben der *BK* und der Abweichung *PF* die Breite *AB*. Dieſes leztere kan dienen, einen jeden Parallelen zu entwerfen, bey welchem ein Clima, das wievielſte dieſes auch ſeyn mag, ſich anfängt oder endiget, und die Breite der Oerter, durch welche dieſer Kreis hindurchgehet, anzugeben. Es wird in dieſer Abſicht *PF* der gröſten Abweichung von 23½ Graden, welche die Sonne haben kan, gleich gemacht, da ſich dann das übrige wie von ſelbſt giebt, inſonderheit wenn der halben Ellipſen vier und zwanzig ſind, welche die halben Stundenkreiſe vorſtellen. Denn alsdenn gehet jede *BD*, welche ein Clima von dem nächſten abſondert, durch einen der Puncte, in welchen die Ellipſen von der *FG* geſchnitten werden.

§. 453. Es werden aber dieſe Aufgaben durch eine auf eben die Zeichnung gegründete Rechnung genauer, und gewiſſermaſſen auch leichter aufgelöſet.

Wenn

T. V. F. 83. Wenn wir zum Behuf dieſer Rechnung hier wieder die Breite *AB* durch den einzelnen Buchſtaben *L* andeuten, die Abweichung der Sonne *PF* aber durch *D*, ſo wird zu dem Radius *CA* = 1, die *CH* = *ſin L*, und *HB* = *cos L*. Das Dreyeck *KHC* aber giebt *HK* : *HC* = *tan D* : 1, das iſt *HK* : *ſin L* = *tan D* : 1. Wann nun der geſuchte Bogen, deſſen Entwurf *HK* iſt, durch *A* bedeutet wird, und folgends ſein Sinus durch *ſin A*, ſo wird auch aus *HB* : *HK* = 1 : *ſin A*, oder *cos L* : *HK* = 1 : *ſin A*, welche Proportion mit der vorigen *HK* : *ſin L* = *tan D* : 1, dieſe neue *cos L* : *ſin L* = *tan D* : *ſin A* giebt, oder 1 : *tan L* = *tan D* : *ſin A*, vermittelſt welcher aus jeden zween der drey gegebenen Winkel oder Bogen *L*, *D*, *A* der dritte gefunden wird. Der Bogen *A* wird durch die Zeit gegeben, um welche die Hälfte des Tages länger oder kürzer iſt, als ſechs Stunden; und hinwiederum beſtimmet die Zahl der Grade und Minuten dieſes Bogens *A* den Ueberſchuß der Länge des Tages oder der Nacht über zwölf Stunden, aus den hinlänglich erklärten Gründen.

§. 454. In dem vorhergehenden (186), da wir den Bogen, welchen der Mittelpunct der Sonne oder ein Fixſtern beſchreibt, indem er von dem Horizonte bis an den Mittagskreis auſſteiget, durch eine Zeichnung herausbrachten, iſt ohne einer anderweitigen Veränderung, nicht *PF*, ſondern *AB* der Abweichung des dergeſtalt ſteigenden Puncts, und nicht *AB*, ſondern *PF* der Breite oder Polhöhe des Beobachtungsplatzes ähnlich gemacht worden, ſo daß *FG* den Horizont deſſelben vorſtellen muſte. Es iſt alſo erlaubt die beiden Bogen *D* und *L* mit einander zu verwechſeln, und *AB* nach Belieben dem *D* oder *L* ähnlich zu machen, wenn nur das andere für *PF* gebraucht wird; und es wird auf beide Arten eben der Bogen *A* gefunden. In der That wird auch durch dieſe Verwechslung in der Proportion 1 : *tan L* = *tan D* : *ſin A* nichts geändert, und es bleibt *ſin A* = *tan L*. *tan D*, es mag *L* den Bogen *AB* und *D* den *PF*, oder *L* den *PF* und *D* den *AB* bedeuten; weil doch in beiden Fällen die Tangenten der Bogen *AB* und *DF* in einander multipliciret werden müſſen, damit *ſin A* herauskomme. Der Uebergang aber von der Linie *HK* zu den Bogen oder
T. III. F. 39. Winkel *A*, welcher vermittelſt des daſelbſt gebrauchten in der 39ſten Zeichnung vorgeſtellten Entwurfs mit einiger Weitläuftigkeit geſchiehet, kan gar ſehr erleuchtert werden, wenn auch die nunmehro (451) beſchriebenen Ellipſen in denſelben gebracht werden, welche vermittelſt der *HK* die geſuchte Zeit, in welcher nehmlich

der

der zu dieſer *HK* gehörige Bogen beſchrieben wird, und vermittelſt der Zeit die *HK*, unmittelbar angeben. Durch dieſen Zuſatz werden auch die Stundenkreiſe der Kugel in den Entwurf gebracht, und es wird eine Zeichnung erhalten, welche in Ermangelung einer würklichen Kugel zur Auflöſung nicht nur der gegenwärtigen, ſondern auch einiger andern Aufgaben gebraucht werden kan, deren verſchiedene ſie mit einer Richtigkeit leiſtet, ſo von einer Kugel, deren Durchmeſſer nicht gröſſer iſt, als der Durchmeſſer des Entwurfs, kaum zu erwarten ſtehet; zumalen wenn die Zahl der entworfenen Ellipſen ſo gros iſt, daß vermittelſt derſelben auch die Theile der Stunden richtig angegeben werden. Und die Mühe welche man ſich bey dieſen Auflöſungen zu geben hat, beſtehet meiſtentheils in der bloſſen Anlegung einer Regel. T. V. F. 83.

§. 455. Soll die Breite der Oerter, durch welche ein Cirkel gehet, ſo ein Clima von dem ihm zunächſt liegenden abſondert, durch die Rechnung gefunden werden; ſo wird, weil ſich dieſe Eintheilung nur nach den längſten Tägen richtet, welche wir haben, wenn ſich die Sonne in dem Wendkreiſe des Krebſes befindet, in der Proportion $1 : tan\ L = tan\ D : ſin\ A$ überal geſetzt $D = 23°,28'$. Der Bogen A aber bekomt für die Gränze des erſten Clima, $7\frac{1}{2}$ Grade, für die Gränze des zweiten 15°, für die Gränze des dritten $22\frac{1}{2}$ Grade u. ſ. f. Die geſuchte Breite iſt alsdenn L, welche vermittelſt der alſo geordneten Proportion $tan\ D : 1 = ſin\ A : tan\ L$, oder $1 : cot\ D = ſin\ A : tan\ L$ gefunden wird. Es iſt aber dieſe Eintheilung der Oberfläche der Erde nicht mehr im Gebrauche, da die Lage eines jeden Puncts derſelben, welche es in Anſehung des Gleichers und der Pole hat, durch ſeine Breite viel genauer angegeben werden kan: und wenn dieſe bekant iſt, zur völligen Berichtigung nichts übrig bleibt, als daß auch angezeigt werde, in welche Stelle ſeines Parallelcirkels dieſer Punct zu ſetzen ſey, nachdem die Oerter anderer Puncte in den ihrigen, entweder nach Willkühr angenommen, oder nach richtigen Gründen beſtimmet worden ſind.

Längen der Oerter des Erdbodens.

§. 456. Es werden dazu die Mittagskreiſe gebraucht, ſo durch die Oerter hindurchgehen: und wenn (*T. V. Fig.* 84.) die Lage eines Puncts der Oberfläche der Erde *M* in Abſicht auf einen der Pole *P* und den Gleicher *ABD*, bekant iſt, ſo wird der Ort eines andern *N* in dem durch ſeine Breite angege- T. V. F. 84

T. V. F. 84. benen Parallelen *EF* völlig beſtimt, wenn nur noch der Winkel gegeben wird, welchen die durch *N* gelegte Mittagsfläche *PCB* mit der durch *M* gelegten *PCA* bey der Axe *PC*, und der in der Fläche *PCB* liegende Mittagskreis *PNB*, mit dem in der Fläche *PCA* liegenden *PMA* bey dem Pole *P*, einſchlieſſet. Es iſt klar, daß alsdenn von der Lage des Puncts *N* in Abſicht auf den Gleicher und den Ort *M*, nichts zu fragen übrig bleibe: der Winkel *APB* aber wird durch die Zahl der Grade des Bogens *AB*, oder *EN*, oder eines jeden andern zwiſchen *PMA*, *PNB* liegenden Theils eines Parallelen gemeſſen: und man nennet dieſen Winkel oder ſein Maaß, den **Ueberſchuß der Länge** des Orts *N* über die Länge des andern *M*, wie auch die von dem Orte *M*, deſſen Lage als bekant angeſehen wird, gerechnete **Länge** des *N*. Wenn die beiden Mittagsflächen, von der Fläche des Gleichers in *AC*, *BC*, und von der Fläche eines Parallelen in *EG*, *NG*, geſchnitten werden, ſo iſt $ACB = EGN$ der Winkel, von welchem geſprochen wird.

§. 457. Die Längen werden gewöhnlicher Weiſe von Abend gegen Morgen genommen, und ſind auf der Erde eben das, was wir (191) bey den Sternen und andern himliſchen Körpern den Vorſprung genennet haben. Doch hindert nichts dieſelbe auch von Morgen gegen Abend zu erſtrecken, und es kan daraus kein Irthum erfolgen, wenn nur zugleich angezeigt wird, daß von der weſtlichen, und nicht der gemeinen öſtlichen Länge die Rede ſey. Vielmehr werden dadurch die groſſen Zahlen vermieden, durch welche jene Längen, ausgedruckt werden, wenn die weſtlichen Längen klein ſind, und nur einige wenige Grade halten. Denn da immer die öſtliche Länge übrig bleibt, wenn die weſtliche von 360 Graden abgezogen wird, ſo kan dieſelbe bis gar nahe an dieſe Zahl ſteigen. Auch werden dadurch, daß man die Längen bald öſtlich bald weſtlich machet, deutlichere Zeichnungen erhalten; weswegen wir uns dieſer Freyheit hier ebenfalls bedienen wollen.

§. 458. Wir haben kein Punct auf der Erde, welches uns bewegen könte die Längen vielmehr von demſelben als von einem jeden andern zu rechnen: und gleichwol wäre es überhaupt unſchicklich bald dieſes bald ein anderes Punct des Gleichers zum Anfang der Längen zu machen. Es muſte alſo das Punct der Erde, durch welches der Mittagskreis gehen ſollte, welcher dieſen Anfang beſtimte,

nach

nach Willkühr genommen werden. Dieſes haben verſchiedene Erdbeſchreiber auf verſchiedene Art gethan, nachdem ſie dabey dieſe oder jene Nebenabſicht hatten, und der dazu gebrauchte Mittagskreis wird der erſte genennet. Ptolomäus beſchrieb denſelben durch die äuſſerſte der canariſchen Inſeln, weil ihm weiter gegen Abend keine Länder bekant waren. Die Franzoſen ſind durch einen königlichen Befehl angewieſen ihn durch die Inſel Fer zu ziehen, und ſetzen ihn alſo 20 Grade von Paris, gegen Abend. Die Holländer nehmen den Mittagskreis des hohen Berges auf der Inſel Teneriffa, für den erſten an. Auch iſt es nicht ungewöhnlich den Mittagskreis irgend einer Hauptſtatt zum erſten zu machen, inſonderheit wenn dieſelbe einen berühmten Beobachtungsplatz einſchlieſſet, oder in der Nähe hat. Dieſe Verſchiedenheit verurſachet, daß wir etwas mehr acht haben müſſen: ſonſt bringt ſie der Erdbeſchreibung keinen Nachtheil. Es komt nicht darauf an, welcher Mittagskreis zum erſten gemacht wird, ſondern blos auf die Ausfindung der, von dem dadurch beſtimten Anfang, nach Morgen oder Abend zu gerechneten Länge, zu deren Ausfindung die nachfolgenden Gründe dienen. *T. V. F. 84.*

Verſchiedenheit der Uhren bey verſchiedenen Längen.

§. 459. In der 85ſten Zeichnung wird die Erde durch *ABE*, als auf die Fläche ihres Gleichers orthographiſch entworfen, vorgeſtellet, da denn die Axe derſelben, welche nunmehro auf der Fläche des Entwurfs perpendicular ſtehet, durch den bloſſen Mittelpunct *P* angegeben wird, welcher zugleich die beiden Pole vorſtellet. Ein jeder Halbmeſſer des um *P* beſchriebenen Cirkels aber, *PA* oder *PB* iſt der Entwurf eines der Mittagskreiſe der Erde, und der Winkel *APB* giebt den Unterſchied der Längen jeder zween Oerter an, durch deren einen der Mittagskreis *PA*, durch den andern aber, deſſen Entwurf *D* ſeyn mag, der *PB* hindurchgehet. Wird nun ein Punct *S* angenommen, das nicht aus der unbeweglichen Fläche *PS* weichet, indem die Erde ſich, in Abſicht auf dieſes Punct *S*, von *A* nach *B* gleichförmig um ihre Axe *P* herumwälzet: wie wir würklich die Sonne als ein dergleichen Punct anſehen, indem wir die Bewegung, mit welcher ſie in einem natürlichen Tage um uns herum zu gehen ſcheinet, vor eine Würkung jener Bewegung der Erde halten: ſo verhält ſich die Zeit *T*, in welcher der Mittagskreis *PA* aus ſeiner gegenwärtigen Lage in *PB* übergehet, zu der Zeit des ganzen Umlaufs, nach welchem die Fläche *PA* wieder durch das angenommene Punct *S* gehet, wie der Bogen *AB* zu dem ganzen Umkreiſe. Es *T. V. F. 85.*

T. V. F. 85. wird alſo, da die Zeit des ganzen Umlaufs, das iſt, der natürliche Tag, in vier und zwanzig Stunden getheilet wird, der Mittagskreis *PA* eine Stunde Zeit brauchen in *PB* zu gelangen, wenn der Bogen *AB* 15 Grade hält; zwo Stunden, wenn dieſer Bogen 30 Grade in ſich begreift, und ſo nach Proportion wenn er eine andere Gröſſe hat. Und zwar werden dieſes die gewöhnlichen wahren Sonnenſtunden ſeyn, wenn der als unbeweglich angenommene Punct *S* der Mittelpunct der Sonne iſt. Alsdenn aber haben alle Bewohner der in dem Mittagskreiſe *PA* liegenden Oerter ihren Mittag, wenn ſich dieſer Kreis in der Stellung befindet, in welcher er gezeichnet iſt. Die in *PB* aber haben ihren Mittag albereits vor einer längern oder kürzern Zeit gehabt, und werden den nächſten nicht ehe haben, als wenn dieſer Kreis *PB* durch das drehen der Erde in die Fläche komt, in welcher gegenwärtig *PA* liegt. Nun hat zu der Zeit der Mittagskreis *PA* die Fläche, in welcher ſich die Sonne befindet, noch nicht erreicht; die Bewohner deſſelben haben alſo noch nicht Mittag, ſondern eine für dieſelbe richtig nach der Sonne geſtelte Uhr weiſet ſo viele Stunden vor Mittag, als vielmal 15 Grade in dem Bogen *AB* enthalten ſind.

§. 460. So ferne müſſen demnach in allen Mittagskreiſen, die dem *PA* gegen Morgen liegen, die Uhren früher gehen, und indem die für *PA* eingerichteten den Mittag angeben, eine von den Nachmittagsſtunden weiſen, die der Gröſſe des Bogens *AB* gemäß iſt. Iſt aber der Zeitpunct, in welchem die Uhren in *PB* den Mittag angeben, von dem Puncte des Mittags in *PA* um die Zeit *T* entfernet, ſo muß auch derjenige Zeipunct, in welchem die Uhren in *PB* eine jede andere Stunde und Minute anzeigen, von dem, an welchem in *PA* eben die Stunde und Minute gezählet wird, um eben die Zeit *T* entfernet ſeyn. Woraus folget, daß überhaupt in einem jeden Zeitpuncte die Uhr des Mittagskreiſes *PB* um die Zeit *T* früher gehen werde, als die Uhr des *PA*, welcher mehr weſtlich iſt; ſo daß, wenn die Zeit *T* durch Stunden und deren gewöhnliche Theile angegeben wird, in eben dem Augenblicke, in welchem die mehr öſtliche Uhr die Stunde *H* weiſet, die mehr weſtliche die Stunden und Minuten *H* — *T* angeben wird.

§. 461. Wird alſo der Gleicher nicht in Grade, ſondern in vier und zwanzig gleiche Theile getheilet, und jeder dieſer Theile in 60, u. ſ. w. ſo giebt

der

der Unterſchied der Uhren *T*, die von dem Mittagskreiſe *PA* gerechnete Länge *T.V.F.* 85.
AB des Orts *D*, unmittelbar in dergleichen Theilen, und die ſehr leichte Rechnung, vermittelſt welcher die Zeit in Grade des Gleichers verwandelt wird, indem man 15 Grade für eine Stunde rechnet, iſt hinlänglich ſie auch durch dieſe und ihre Theile auszudrucken. Alſo komt bey der Ausfindung der Längen alles darauf an, daß man den Unterſchied der Uhren *T* in den zween Mittagskreiſen *PA* und *PB* zu finden wiſſe. Dazu aber giebt es verſchiedene Mittel. Und überhaupt kan eine jede Erſcheinung, die nur einen Augenblick oder eine nur gar kurze Zeit währet, und an zween Oertern beobachtet werden kan, deren einer in dem Mittagskreiſe *PA* der andere aber in *PB* liegt, dazu gebraucht werden.

Wie der Unterſchied der Längen zweyer Oerter gefunden wird.

§. 462. Sind die zween Oerter ſo wenig von einander entfernet, daß aus jedem derſelben die Spitze eines hohen Berges geſehen werden kan, ſo iſt ein auf dieſer Spitze plötzlich entzündetes oder gelöſchtes Feuer hinlänglich. Zween Beobachter merken, jeder an ſeinem Orte, und nach der Uhr deſſelben, den Zeitpunct, in welchem ſie das Feuer erſcheinen oder verſchwinden ſehen. Der Unterſchied der Minuten und Secunden, welche die beiden Uhren in dieſem Zeitpuncte zeigen, iſt die Zeit *T*, durch welche die Länge gegeben wird. Iſt aber die Entfernung des einen Orts von dem andern ſo groß, daß es nicht möglich iſt von jedem derſelben einen Ort des Erdbodens zugleich zu ſehen, ſo bedienet man ſich zur Beſtimmung eines dergleichen Zeitpuncts irgend einer Begebenheit des Himmels, die aus den zween Oertern zugleich beobachtet werden kan. Dergleichen ſind der Anfang oder das Ende, am beſten aber, die Mitte einer Mondfinſterniß, weil ſich dieſe am genauſten beſtimmen läßt; die Verfinſterung eines Trabanten des Jupiters, oder eine jede Entfernung eines himliſchen Körpers von einem andern, die ſchnell geändert wird, und uns alſo in den Stand ſetzet, den Augenblick der Zeit, in welcher ſie dieſe oder jene Gröſſe erreichet hat, genau genug anzugeben.

§. 463. Die Begebenheiten des Himmels haben auſſerdem noch den Vorzug, daß man ſie berechnen und alſo voraus wiſſen kan, in welchem durch die Uhr dieſes oder jenes Orts angegebenen Zeitpunct, ſie ſich zutragen werden. Es läßt ſich, zum Beyſpiel, mit ziemlich geringen Fehlern vorher ſagen, in welcher

T. V. F. 85. Stunde, Minute und Secunde der Berliner Uhr der Anfang, das Mittel und das Ende einer in etlichen Monaten oder Jahren zu erwartenden Mondfinſterniß fallen werde. Weis nun jemand dieſes, der an irgend einem Orte des Erdbodens dieſelbe Finſterniß, nach der Uhr dieſes Orts, würklich beobachtet hat, ſo iſt es ihm leicht alsbald, ohne weitere Nachricht, die Zeit T zu finden, und vermittelſt derſelben die von dem Mittagskreiſe der Berliner an gerechnete Länge ſeines Orts anzugeben. Und wenn die Beobachtung von der Art iſt, daß ſie auch zur See auf einem Schiffe genau genug verrichtet werden kan, ſo wird dadurch die Länge des Orts, an welchem ſich das Schiff zu der Zeit befindet, mit einer Richtigkeit entdecket, die den Schiffer befriedigen kan, welchem öfters ſehr viel daran gelegen iſt den eigentlichen Ort zu wiſſen, an welchem er ſich befindet. Nur muß auch die Rechnung richtig ſeyn, und die Zeit der gebrauchten Erſcheinung, nach der Uhr des Orts, deſſen Mittagskreis als der erſte angeſehen wird, genau genug angeben.

§. 464. Durch dieſe Einſchränkung werden den Seefahrern verſchiedene Mittel entzogen, deren wir uns auf dem Lande, zur Erfindung der Längen, mit Nutzen bedienen können: wozu noch komt, daß ſie die Gelegenheit eine brauchbare Beobachtung anzuſtellen, nicht immer erwarten können, ohne indeſſen ihr Schiff einer groſſen Gefahr auszuſetzen. Das bequemſte, ſo allen Schwierigkeiten abhelfen könte, wäre eine Uhr welche etliche Monathe lang, zur See wie auf dem Lande, ihren Lauf mit völliger Richtigkeit fortſetzte: und es hat das Anſehen, daß dergleichen Uhren ihrer Volkommenheit nahe ſind, wenn ſie dieſelbe nicht bereits erreichet haben. Wäre ein Schiff mit einem dieſer Zeitmeſſer verſehen, und dieſer in London, nach der mittlern Zeit, richtig geſtellet worden, ſo könte man auf demſelben in jedem Augenblicke die Zeit wiſſen, welche die londner Uhr angiebt, und es wäre leicht, für eben den durch London gehenden Mittagskreis, die ſcheinbare Zeit eben des Augenblicks zu berechnen. Nun kan auch auf dem Schiffe, wo ſich dieſes auch befinden mag, aus der Höhe der Sonne die ſcheinbare Zeit des Augenblicks, in welchem dieſe Höhe genommen wird, zu dem Mittagskreiſe deſſelben Orts, geſchloſſen werden (397); und wenn die Sonne unſichtbar iſt, ſo kan ein Fixſtern zu eben dem Zwecke führen. Da alſo, für eben den Augenblick der Beobachtung, die ſcheinbare Zeit des Mittagskreiſes von London aus dem Zeitmeſſer zu erfahren wäre, ſo hätte man alles, was zur Ausfindung der Länge nöthig iſt.

§. 465.

Die Oerter des Erdbodens auf eine Kugel zu bringen.

§. 465. Wenn die Längen und Breiten verſchiedener in der Oberfläche der Erde liegender Oerter bekant ſind, ſo iſt es nicht ſchwer in der Oberfläche einer Kugel Puncte anzubringen, welche dieſe Oerter in ihrer wahren Lage vorſtellen. Denn es iſt nicht nöthig dazu einen Körper von einer andern Geſtalt zu nehmen, da die Erde von einer volkommenen Kugel ſo wenig abweichet. Man wählet in der Oberfläche der Kugel zween Puncte, die durch einen ihrer Durchmeſſer mit einander verknüpft werden können, zu Polen derſelben, und beſchreibt einen Cirkel, welcher von jedem dieſer Pole überal gleich weit entfernet iſt. Dieſer wird den Gleicher vorſtellen, und iſt von einem beliebigen Anfange in ſeine Grade zu theilen, welche zugleich Grade eines jeden andern in der Oberfläche der Kugel zu beſchreibenden Cirkels, in deſſen Fläche der Mittelpunct der Kugel fällt, abgeben werden. Durch den Anfang des Gleichers aber wird der erſte Mittagskreis gehen, und kan, wenn man will, ebenfals in der Oberfläche der Kugel gezeichnet werden, wiewol die Lage deſſelben durch die beiden Pole und den Anfang des Gleichers hinlänglich beſtimmet wird. Soll nun ein Ort, deſſen Länge und Breite bekant iſt, auf die Kugel gebracht werden, ſo werden erſtlich auf den Gleicher deſſelben, von deſſen Anfange die Grade, und ſo weit es geſchehen kan, auch die Minuten der Länge gezählt, und es wird, durch das Ende des dadurch beſtimten Bogens, ein anderer Mittagskreis beſchrieben, auf welchem von dem Gleicher die Grade und Minuten der Breite getragen werden. Dadurch wird erhalten was verlangt wurde; und mit den übrigen Oertern, deren Längen und Breiten bekant ſind, wird auf eben die Art verfahren. Man ſiehet leicht, daß man die Längen nunmehro überal von Morgen gegen Abend zählen, und ſich hüten müſſe die mittägigen Breiten mit den mitternächtigen zu verwechſeln. Wird dieſes in Acht genommen, ſo bekomt allerdings ein jedes auf die Kugel getragenes Punct, in Abſicht auf den Gleicher und den erſten Mittagskreis, die Lage, welchen der durch daſſelbe vorgeſtellte Ort auf der Erde hat, und jedes derſelben erſcheinet von einem jeden andern um ſo viel Grade und Minuten des Gleichers entfernet, als die Oerter auf der Oberfläche der Erde von einander entfernet ſind. Es wird überhaupt die Kugel, mit den darauf verzeichneten Puncten, der die Oerter, welche durch dieſe Puncte vorgeſtellet werden, tragenden Erde ähnlich, und jede zwiſchen zween dieſer Puncte in der Oberfläche beſchriebene Cirkelbogen bekommen eben die Zahl der Grade und Minuten, welche diejenigen *T. V. F. 85.*

haben,

T. V. F. 85 haben, die man ſich auf der Oberfläche der Erde, zwiſchen den durch jene Puncte vorgeſtellten Oertern einbilden kan; wenn nur der Mittelpunct zu dieſen letztern Cirkelbogen eben ſo genommen wird, als der Mittelpunct zu dem auf der Kugel beſchriebenen genommen worden iſt. Gemeiniglich ſind dieſe Puncte das Mittel der Erde und der Kugel.

§. 466. Wenn nur die Breite eines Orts bekant iſt, anſtatt der Länge deſſelben aber die Entfernung dieſes Orts von einem andern, der bereits richtig auf der Kugel ſtehet, in Graden des Gleichers oder des Mittagskreiſes gegeben wird: ſo kan dieſer Ort ebenfalls auf die Kugel gebracht, und dadurch die Länge deſſelben beſtimmet werden. Den wenn man in der Oberfläche derſelben ein Theil
T. V. F. 86. des Parallelkreiſes *AB* (*T. V. Fig.* 86.) beſchreibet, in welchem der verlangte Punct *B* liegen muß, und von dem richtig angeſetzten Puncte *D*, bis an dieſen Bogen *AB* die gegebene Entfernung *DB* erſtrecket: ſo wird allerdings die Stelle dieſes Puncts *B* und ſeine Länge beſtimt. Nur muß auch bekant ſeyn, ob der Ort *B* dem bekanten *D* gegen Morgen oder gegen Abend liege. Auf eben die Art kan auch verfahren werden, wenn nicht *D* ſondern *B* der bereits richtig angeſetzte Punct iſt, von dem Orte *D* aber allein die Länge, ſamt der Entfernung deſſelben von *B* bekant iſt. Denn nunmehro kan ein Theil des Mittagskreiſes *AD* beſchrieben werden, in welchen *D* kommen muß, und die aus *B* bis an dieſen Bogen *AD* reichende Entfernung *DB* beſtimmet in demſelben die Stelle des Puncts *D*, ſamt ſeiner Breite, wenn nur auch bekant, ob dieſer gröſſer oder kleiner ſey, als die Breite des *B*. Auch ſiehet man leicht, wie ein Punct *A* auf die Kugel zu bringen ſey, deſſen Entfernungen *AB*, *AD* von zween bereits richtig angeſetzten Puncten *B* und *D* in Graden des Gleichers oder des Mittagskreiſes bekant ſind. Dadurch aber, daß ein Ort auf die Kugel gebracht wird, wird allerdings ſeine Länge und Breite beſtimmet, wozu alſo die Entfernungen von bekanten Oertern, ſo wie gewieſen worden iſt, gebraucht werden können, wiewol auch hier die Rechnung alles viel genauer giebt, wenn nur die bey derſelben als bekant angenommene Gröſſen mit einer hinlänglichen Richtigkeit gefunden ſind: bey welcher wir uns aber nicht aufhalten wollen.

§. 467. Es iſt nöthig eine gewiſſe Zahl von Puncten dergeſtalt auf die Kugel zu bringen, damit man ſich bey der Zeichnung der Flüſſe, die bey den

dadurch vorgeſtelten Oertern vorbey laufen, bey dem Entwurfe der Seeküſten, T. V. F. 86.
und bey Beſtimmung der Gränzen der Länder, darnach richten könne. Alsdenn giebt eine dergleichen Kugel eine richtige Vorſtellung der Oberfläche der Erde, ſo weit ſie bekant iſt, aus welcher man ſich von der Gröſſe und Geſtalt ihrer Theile, und der Seen, welche ſie umgeben oder ſonſt unterbrechen, einen richtigen Begriff machen, und die Entfernung eines jeden auf der Kugel vorgeſtelten Orts von einem jeden andern, wie auch die Lage des einen in Anſehung des andern, mit Zuverläßigkeit hernehmen kan. Auſſerdem werden auch, neben dem Gleicher, die zween Wendkreiſe, ſamt den Polarcirkeln auf die Kugel gezeichnet, und durch dieſelbe in die fünf Streifen zertheilet, welche die Zonen der Erde angeben, deren Eigenſchaften oben betrachtet worden ſind. Dieſen wird noch die Vorſtellung der Ecliptic beygefüget, ſo ſchief zwiſchen den zween Wendkreiſen liegt, und dieſelbe beide berühret, wiewol ſie zu der Erde eigentlich nicht gehöret. Es iſt aber dieſes das ſchicklichſte Mittel die Abweichung der Sonne von dem Gleicher für jeden Tag des Jahres unmittelbar auf die Kugel zu bringen, indem man nur die Sonne in dasjenige Punct der gezeichneten und zu dem Ende getheilten Ecliptic ſetzet, welcher den Ort vorſtellet, an welchem ſich dieſelbe an dem Tage würklich befindet.

Nutzen einer Erdkugel.

§. 468. Man ſiehet unter andern an einer ſolchen Kugel in einem Blicke daß die Erde rings herum bevölkert ſey, und die Nahmen, durch welche die Bewohner derſelben von einander unterſchieden werden, würklich ſtatt finden. Es werden nehmlich im griechiſchen genent: Synöci, die auf eben dem Mittagskreiſe in eben der Breite wohnen, und alſo die nehmlichen Jahreszeiten und die nehmlichen Stunden des Tages haben: Periöci, die auf eben dem Parallelkreiſe, und in eben der Mittagsfläche, aber in den verſchiedenen Hälften derſelben wohnen, ſo daß ſie zwar die nehmliche Jahreszeit genieſſen, in Anſehung der Stunden aber dergeſtalt von einander abweichen, daß dieſe Mittag haben, wenn es bey jenen Mitternacht iſt: Antöci, die an den zwo verſchiedenen Seiten des Gleichers, in eben der Breite, und in eben dem Mittagskreiſe wohnen. Dieſe haben den Mittag zugleich; was aber die Jahreszeiten anlangt, ſo iſt es bey dieſen Sommer, wenn es bey jenen Winter iſt, und eben der Gegenſatz hat auch in den übrigen Monathen ſtatt: Antipodes, die an den zwo verſchiedenen Seiten

T. V. F. 86. des Gleichers in eben der Breite wohnen, und zugleich in den verſchiedenen Theilen eben der Mittagsfläche, ſo daß die von dem Wohnplatze der einen an den Wohnplatz der andern gezogene gerade Linie durch den Mittelpunct der Erde gehen würde. Bey dieſen ſind ſowol die Tagesſtunden, als die Jahreszeiten einander entgegen geſetzt. Jene zählen in eben dem Zeitpuncte ſo viele Stunden nach Mitternacht, als dieſe nach Mittag zählen, und haben Winter, wenn dieſe des Sommers genieſſen.

§. 469. Die gewöhnliche Art Erdkugeln zu verfertigen, welche auch bey den Himmelskugeln gebraucht wird, iſt, daß man die dazu nöthigen Zeichnungen erſt auf Papier bringt, und dieſes hernach mit dem gehörigen Fleiße auf eine dazu von Gyps verfertigte Kugel leimet, welche noch mit einem Horizonte und einem Mittagsringe verſehen wird, in welchem die Axe dergeſtalt befeſtiget iſt, daß ſich die Kugel um dieſelbe frey drehen läßt. Bey dieſer Einrichtung, welcher noch verſchiedene Nebendinge beygefügt werden, leiſtet ſie, auſſer dem angezeigten, noch andern Nutzen, welchen die Handhabung derſelben gleichſam von ſelbſt darbiethet. T. V. F. 83. Wird ſie der 83ſten Zeichnung gemäß, dergeſtalt geſetzt, daß der zu einer gewiſſen Zeit von der Sonne erleuchtete Pol derſelben *P* ſich über ihren Horizont *FG* um den Bogen *PF* erhaben befindet, welcher der Abweichung der Sonne gleich iſt: und man bringet alsdenn die Kugel dadurch, daß man ſie um ihre Axe drehet, in den Stand, welchen die Erde zu einer, nach der Uhr unſers oder eines jeden andern Orts gerechneten Stunde dieſes Tages würklich hat: ſo ſtellet die über ihren Horizont ſichtbare Hälfte der Kugel die Hälfte der Erde vor, welche in dieſem Zeitpuncte von der Sonne erleuchtet wird, die unter der Seite des Mittagsrings, welche eigentlich die Mittagsfläche vorſtellet, liegende Puncte der Oberfläche der Kugel geben die Oerter an, die zu der Zeit ihren Mittag haben: die in der weſtlichen Hälfte des Horizonts liegenden diejenige, denen die Sonne aufgehet, und die in der oſtlichen die, welchen ſie untergehet. Auch machen es die auf die Kugel gezeichnete Mittagskreiſe leicht die Stunde anzugeben, welche jeder Einwohner der Erde zu der Zeit an ſeiner Uhr zählet: und die dem Gleicher parallel beſchriebene Cirkel, welche gröſtentheils von dem Horizonte getheilet werden, geben für eben die Zeit die Länge der Täge und Nächte über den ganzen Erdboden.

§. 470.

§. 470. Wolte jemand die Axe einer von ihrem Horizonte und Mittags-ringe befreyten Erdkugel der Axe der Erde parallel machen, und zugleich die Vorſtellung ſeines Wohnplatzes auf dieſer Kugel in die Mittagsfläche deſſelben bringen: ſo würde dieſe Erdkugel, ſo lang ſie in dem beſchriebenen Stande verbleibt, in jedem Augenblicke von der Sonne eben ſo erleuchtet werden, wie die Erde von derſelben erleuchtet wird: und dadurch würden die Oerter ſichtlich werden, bey welchen zu der Zeit die Sonne auf und unter gehet; es würde ſich zeigen wie lang überal der Tag iſt, und was man an jeden beſondern Ort nach der Uhr deſſelben vor eine Stunde zähle, ſamt andern dergleichen Begebenheiten. Insbeſondere würde dieſe Kugel für den Platz, an welchen ſie errichtet iſt, eine Sonnenuhr abgeben. T. V. F. 83.

Von den Landkarten.

§. 471. Bey dem allen kan die Kugel, wegen der geringen Gröſſe die man ihr geben kan, wenn ſie nicht unbehülflich werden ſoll, nicht allen Nutzen leiſten, welcher von einer richtigen Vorſtellung der Oberfläche der Erde und ihrer beſondern Theile erwartet wird, und es war nothwendig dieſen Mangel durch die Land- und Seekarten abzuhelfen. Dieſe ſtellen einen gröſſern oder kleinern Theil der Erdkugel in einer Ebene vor, welches um deſto richtiger geſchehen kan, je kleiner dieſer Theil ſeyn ſoll. Denn alsdenn ſind die Theile der Mittagskreiſe und der Parallelcirkel, die auf der Kugel in denſelben fallen, ſo wenig gekrümmet, daß ſie, ohne einen ſonderlichen Fehler, für gerade Linien angenommen werden können; welche die Eintheilung des Rechtecks, in welches die Karte gebracht werden ſoll, gar leicht machen; und zum Ueberfluſſe wird ein dergleichen Netz in der 87ſten Zeichnung vorgeſtellet, in welchem *SM* ein Theil des Mittagskreiſes iſt, T. V. F. 87. der durch die Mitte des vorzuſtellenden Landes gehet. Dieſer wird in ſo viele gleiche Theile getheilet, als viele Grade der Breite die Karte faſſen ſoll, und es werden durch die Puncte dieſer Theilung gerade Linien der *SM* perpendicular gezogen, welche als Theile der durch dieſelbe hindurchgehenden Parallelcirkel angeſehen werden können. Doch dürfen die äuſſerſten dieſer Linien *AB*, *CD* nicht eben volle Grade der *SM* abſchneiden, wenn dadurch ein allzugroſſer Theil der Tafel unnütze werden ſollte. Nun werden die Grade der Parallelcirkel, in welche *AB* und *CD* fallen, aus den Graden der *SM*, welche zugleich Grade des Gleichers ſind, berechnet (270), und von *S* nach *A* und *B*, wie auch von *M* nach *C* und *D* getragen. Zu den

 Puncten

T. V. F. 87. Puncten dieſer Theilung werden die Grade der Länge geſchrieben: und von *C* nach *A*, wie auch von *D* nach *B* die Grade der Breite. Alles übrige iſt aus der Zeichnung klar, und es werden die Puncte, welche Städte und andere merkwürdige Plätze vorſtellen ſollen, in dieſes Netz eben ſo eingetragen, wie ſie auf die Oberfläche einer Kugel gebracht werden.

§. 472. Man kan ſich auch einen hohlen Cylinder von Papier, dergeſtalt um eine Erdkugel gelegt vorſtellen, daß er dieſe überal in dem Gleicher berühre, welches erfordert, daß der Cylinder gerade ſey, und die Axe deſſelben in die Axe der Kugel falle. Alsdenn iſt die Entfernung der Oberfläche des Cylinders von der Oberfläche der Kugel, nahe an dem Gleicher, ſehr gering, und wird erſt bey zunehmender Breite beträchtlich. Es können alſo die Theile der Mittagskreiſe zunächſt an dem Gleicher durch gerade Linien vorgeſtelt werden, die in der Oberfläche des Cylinders der Axe deſſelben parallel liegen, und die in dieſen Linien anzunehmende Grade der Breite, können den Graden der Länge gleich gemacht werden. Man ſiehet leicht, daß, wenn alsdenn die nach dieſen beynahe richtigen Gründen getheilte Oberfläche zu einer Ebene aufgebogen wird, dadurch ein Netz entſtehen müſſe, deſſen Theile ſämtlich Quadrate von einerley Gröſſe ſind. Die wenige Kunſt, welche in dieſem Netze herſchet, iſt ein Bewegungsgrund daſſelbe auch bey einer Vorſtellung des gröſten Theils der Oberfläche der Erde, bis nahe an die Pole, zu gebrauchen, wenn man dabey auf die eigentliche Geſtalt der Länder und Seen nicht zu achten hat, die freylich, in einer beträchtlichen Entfernung von dem Gleicher, durch dieſes Netz gar ſehr verdorben wird. Gewiſſe Seekarten ſtellen zwar ebenfals ſowol die Mittagskreiſe als die Parallelcirkel durch gerade Linien vor, deren erſtere den letztern perpendicular ſind; ſie machen aber die Grade der Breiten einander ungleich, um dadurch gewiſſe Abſichten zu erreichen, die allein den Schiffern nutzen können.

§. 473. Iſt das vorzuſtellende Land ſo groß, und ſo weit von dem Gleicher *AE* (*T. V. Fig.* 88.) gegen einen der Pole *P* oder *Q* entfernet, daß es
T. V. F. 88. durch das eben beſchriebene Netz allzuſehr verunſtaltet werden müſte, ſo darf man nur, anſtatt des Cylinders, einen hohlen Kegel *FGH* nehmen, ein ſchickliches Netz zu erhalten. Der Winkel dieſes Kegels *FGH* muß ſo groß ſeyn, daß,

wenn

wenn die Kugel dergeſtalt in denſelben geſchoben wird, daß ihre Axe *PQ* in die Axe des Kegels *GC* fällt, die innere Oberfläche deſſelben die Oberfläche der Kugel rings herum in den Parallelcirkel *IK* berühre, der mitten durch das vorzuſtellende Land gehet. Alsdenn wird die Oberfläche des Kegels an beiden Seiten dieſes Parallelen *IK* ſehr wenig von der Oberfläche der Kugel abweichen, und man wird die Bogen der Mittagskreiſe, ſo weit ſie in das vorzuſtellende Land fallen, als Theile der geraden Linien *FIG*, *HKG* anſehen können, die in der Oberfläche des Kegels nach deſſen Spitze *G* laufen; die Grade der Breite aber als Theile dieſer geraden Linien. Durch die dergeſtalt beſtimten Puncte werden in der Oberfläche des Kegels die Cirkel *IK*, *LM*, *NO* beſchrieben, welche die Stelle der Parallelen der Kugel vertreten ſollen, deren jeder demnach überal gleich weit von der Spitze des Kegels *G* entfernet ſeyn wird. Wird nun die dergeſtalt getheilte Oberfläche des Kegels *FGH* in eine Ebene aufgebogen, ſo komt dadurch das verlangte Netz zum Vorſchein, welches aus gleichweit von einander entfernten Cirkelbogen beſtehen wird, die ſämtlich ihren Mittelpunct in der Spitze des Kegels *G* haben, und aus geraden Linien, die alle nach dieſem Puncte zu laufen: und es kan nach allem, ſo gezeigt worden iſt, gar nicht ſchwer ſeyn, ein dergleichen Netz zu berechnen und würklich zu zeichnen. T. V. F. 88.

§. 474. Aber auch dieſes Netz iſt nicht wol zu gebrauchen, wenn die Zahl der Grade, mit welcher ſich das vorzuſtellende Land von Mittag nach Mitternacht erſtrecket, etwas gros iſt; und noch viel weniger, wenn die Hälfte der Oberfläche der Erde in einer Fläche vorgebildet werden ſoll. Man iſt in dieſen Fällen gezwungen die Mittagskreiſe und Parallelen einer Erdkugel, nach dieſen oder jenen Gründen, in einer Ebene zu entwerfen, und ſich dieſes Entwurfs als eines Netzes zu bedienen, welches die Stellen der merkwürdigen Städte und andern Theile des Erdbodens beſtimmet. Wolte man dazu einen orthographiſchen Entwurf nehmen, ſo könte man zwar daraus in gewiſſen Abſichten merkliche Vortheile ziehen. Da aber in dieſem Entwurfe gewiſſe Cirkelbogen immer ſehr klein, und andere viel gröſſer erſcheinen: ſo ſchicket ſich derſelbe überhaupt gar ſchlecht zu dem gegenwärtigen Entzwecke; es müſte dann das Land rings um einen der Pole, oder nur in einer geringen Entfernung von demſelben liegen. Dieſes hat die Erdbeſchreiber bewogen zu den Vorſtellungen der halben Oberfläche der Erde, oder eines beträchtlichen Theils dieſer Hälfte, eine ganz an-

T. V. F. 88. dere Art eines Entwurfs zu wählen, welchen ſie den ſtereographiſchen nennen, deſſen Gründe hier nicht wol übergangen werden können.

Stereographiſcher Entwurf der Erdkugel.

§. 475. Man nehme eine auf ihr Geſtell geſetzte Erdkugel, wie ſie gemeiniglich verfertiget werden, mit den in ihrer Oberfläche beſchriebenen Mittagskreiſen, dem Gleicher und deſſen Parallelen, und erhöhe dieſen oder jenen Pol derſelben nach Belieben. Man bringe einen der Mittagskreiſe dieſer Kugel in die Fläche des meſſingenen Mittagsrings, und befeſtige dieſelbe in dieſer Stellung. Alsdenn ſchneide man die Kugel in der Einbildung durch den Horizont, vermittelſt einer Fläche, welche auch durch ihren Mittelpunct gehen wird. Dieſe Fläche, welche nach Belieben auch auſſer dem Umkreiſe des Horizonts erweitert werden kan, wird die Fläche des Entwurfs abgeben. Das Auge wird in den obern Pol des Horizonts geſetzt; alſo in die Oberfläche der Kugel, und nach allen Seiten von dem Horizonte um den Quadranten eines Cirkelkreiſes entfernet. Wäre nun die Kugel volkommen durchſichtig, ſo würde dieſem Auge ein jedes Punct der unter dem Horizonte liegenden Hälfte der Kugel in einer geraden Linie erſcheinen, welche die Fläche des Entwurfs innerhalb des Umkreiſes des Horizonts in einem Puncte durchſticht; und dieſes Punct iſt die Vorſtellung jenes in der Oberfläche angenommen. Wird aber in der Oberfläche der obern Hälfte der Kugel ein Punct angenommenen, und durch daſſelbe, von dem Orte des Auges eine gerade Linie bis an die Fläche des Entwurfs gezogen, ſo wird das Punct, in welchem die Linie dieſe Fläche erreichet, ob es wohl auſſerhalb des Umkreiſes des Horizonts fält, der Entwurf des angenommenen Puncts. Gemeiniglich wird nur die untere Hälfte der Kugel entworfen. Man iſt aber öfters gezwungen auch verſchiedene Puncte der obern in den Entwurf zu bringen, wenn man ſich nicht die Arbeit ohne Noth ſchwer machen will.

§. 476. Hieraus folgt, daß ein jedes Punct der Oberfläche der Kugel gar leicht ſtereographiſch entworfen werden könne, wenn man nur durch daſſelbe einen Verticalcirkel ziehet, und das Azimuth dieſes Cirkels, ſamt den Abſtand des Puncts von dem Zenit oder Nadir der Kugel erforſchet. Ich bediene mich dieſer Worte bey der Erdkugel in eben dem Verſtande, in welchem ſie bey dem Sternhimmel gebraucht werden, welchen wir uns einbilden, in der völligen

Hofnung,

Hofnung, daß ſie ohne einer weitern Erklärung verſtändlich ſeyn werden. Iſt nun (*T. V. Fig.* 89.) *OANB* dieſer Verticalcirkel, und in demſelben *AB* die durch den Mittelpunct *C* gehende Linie, mit welcher die Fläche deſſelben die Fläche des Entwurfs ſchneidet, *O* das in das Zenit geſetzte Auge, und demnach *N* das Nadir, *P* aber das in der untern oder obern Hälfte der Kugel gegebener Punct, ſo iſt *Q* der Entwurf deſſelben in der nach Nothdurft verlängerten *AB*: welches Punct *Q* demnach gefunden wird, wenn man nur *OP* verknüpft, und, wo es nöthig iſt, dieſe *OP* bis an die verlängerte *AB* verlängert. T. V. F 89.

§. 477. Der Abſtand des zu entwerfenden Puncts *P* von dem *N* iſt der Bogen *NP*, deſſen Hälfte den Winkel an dem Umkreiſe *NOP* mißt, welcher auf eben dem Bogen *NP* ſtehet: *CQ* aber iſt die Tangente des Winkels *NOP* oder *COQ*, zu dem Radius *CO*, welcher zugleich der Halbmeſſer der Kugel iſt. Nach dieſem Begriffe wird *CQ*, aus der bekanten Zahl der Grade und Minuten des Bogens *NP*, faſt noch leichter gefunden: indem ſie vermittelſt der Tafel der Tangenten durch Zahlen ausgedruckt wird, die ſich auf die Einheit *OC* beziehen. Iſt nun *SAMB*, (*T. V. Fig.* 90.) deſſen Durchmeſſer dem Durchmeſſer der Kugel ebenfalls gleich genommen worden, der in der Fläche des Entwurfs beſchriebene Umkreis des Horizonts, und in demſelben *SM* der Entwurf des Mittagskreiſes, welcher durch das Zenit gehet, der Winkel *MCA* das von der Mittagsgegend *M* an gerechnete Azimuth, des Puncts *P* und des durch denſelben gelegten Verticalcirkels, folgends *AB* der Entwurf dieſes Cirkels, welcher in der vorigen Zeichnung gebraucht worden iſt; und es wird in dieſer *AB*, von dem Mittelpuncte *C* an die *CQ* der gefundenen *CQ* (*T. V. Fig.* 89.) gleich gemacht: ſo wird in dieſer Fläche der Entwurf des Puncts *P*, durch *Q* mit völliger Richtigkeit angegeben. T. V. F. 90. T. V. F. 89.

§. 478. Es iſt aber in der Anwendung die Linie *AB*, auf welche der Entwurf *Q* fält, ſelten von der *MS* verſchieden, weil das Punct *P* gemeiniglich im Mittagskreiſe liegt, welcher durch das Zenit der Kugel *O* gehet; und alsdenn können die Puncte *P* der 89ſten Zeichnung die Pole der Kugel ſeyn, da denn der Winkel *POP*, welchen die Hälfte des halben Umkreiſes *PNP* miſſet, gerade, und jede *QC* die Tangente der Ergänzung des an der andern Seite der *ON* liegenden Winkels *NOP* wird. Da auch eben der Mittagskreis

OANB

T.V.F.90. *OANB* den Gleicher, und jeden demſelben parallel gemachten Cirkel der Kugel, in zwo Hälften theilet, ſo daß der Durchmeſſer eines ſolchen Cirkels zugleich eine Sehne in dem *OANB* wird: ſo wird jeder dieſer Durchmeſſer in der *AB* entworfen, wenn man nur für *P* ſeine äuſſerſten Puncte annimt. Fällt aber in der 90ſten Zeichnung *AB* nicht in *SM*, ſo iſt ſie faſt immer der *SM* perpendicular, indem ſie den Verticalcirkel vorſtellet, welcher den Horizont in der Linie ſchneidet, die gerade nach Abend und Morgen gehet.

Geometriſche Gründe eines ſtereographiſchen Entwurfs.

§. 479. Es ſind aber zu einem vollſtändigen Entwurfe der Kugel nur gar wenige wie *Q* zu entdeckende Puncte nöthig. Denn gleichwie der Entwurf eines jeden in der Oberfläche der Kugel beſchriebenen Cirkels, deſſen Fläche durch das ins Zenit geſetzte Auge *O* gehet, immer eine gerade Linie iſt, welche durch den Mittelpunct *C* läuft, oder denſelben zur Seite läßt, nachdem die *ON* in die Fläche des Cirkels fällt, oder nicht: ſo iſt auch der Entwurf eines jeden andern in der Oberfläche der Kugel beſchriebenen Cirkelkreiſes, deſſen Fläche nehmlich nicht durch *O* gehet, wieder ein dergleichen Kreis: und die Winkel, welche verſchiedene ſolche Kreiſe in der Fläche des Entwurfs mit einander einſchlieſſen, ſind denjenigen gleich, mit welchen die Kreiſe ſelbſt einander in der Oberfläche der Kugel ſchneiden. Wir müſſen die geometriſchen Sätze erwegen, auf welche dieſe beſondern Eigenſchaften der ſtereographiſchen Entwürfe gegründet ſind, ſamt der Anweiſung dieſelbe in allen Fällen würklich auszuführen.

§. 480. Es ſey ein gemeiner gerader oder ſchiefer Kegel, vermittelſt einer gerade auf ſeine Grundfläche fallende andere Fläche durch die Axe geſchnitten: und es ſey *ABC* (*T. VI. Fig.* 91.) das dadurch zum Vorſchein gebrachte
T.VI.F.91. Dreyeck, *BC* der Durchmeſſer der Grundfläche und *BDC* die Hälfte ihres Umkreiſes. Man theile den Winkel *BAC* in zween gleiche Theile, *BAE* = *EAC*, und da die Winkel bey *E*, wenn der Kegel nicht gerade iſt, nothwendig ungleich ausfallen: ſo ſetze man an die andere Seite der Linie *AE*, und an ein beliebiges Punct derſelben *F*, den Winkel *GFA*, welcher dem *AEC* gleich ſey. Man verlängere die *GF* bis an *AC* in *H*: und ſchneide den Kegel durch die *GH* vermittelſt einer Fläche die auf *BAC* perpendicular ſey. Es kan gezeigt werden,

daß

daß dieſes die Hälfte eines Cirkels *GIH* geben werde, deſſen andere Hälfte in den andern Theil des Kegels fällt. Denn wenn durch das in der *GH* nach Belieben angenommene Punct *K* die *LM* der *BC* parallel gezogen, und der Kegel durch dieſe *LM* eben ſo geſchnitten wird, ſo iſt bekant, daß die zum Vorſchein gebrachte Figur *LIM* ein halber Cirkel ſeyn werde. Die zwo Flächen *GIH*, *LIM* aber, welche beide der *ABC* perpendicular ſind, ſchneiden einander in der *IK*, welche ſowol auf *GH* als auf *LM* ſenkrecht fällt. Es iſt alſo *GIH* ein halber Cirkel, wenn zu einem jeden in der *GH* angenommenen Puncte *K* das Rechteck aus *GK*, *KH* dem Quadrate aus *IK* gleich iſt. Nun iſt aber, weil $GFA = AEC$ und $GAF = EAC$, auch der Winkel *AGF* dem Winkel *ACE*, und dem dieſen *ACE* gleichen *AML* gleich, folgends $LGK = KMH$, die Linien *GH* aber und *LM* ſchneiden einander bey *K* ebenfals mit gleichen Winkeln. Es ſind demnach die Dreyecke *LGK* und *KMH* dergeſtalt ähnlich, daß die Proportion $LK : GK = KH : KM$ ihre Richtigkeit erhält. Hieraus aber folgt $LK \times KM = GK \times KH$, und weil *LIM* ein halber Cirkel iſt, ſo iſt $LK \times KM = IK^q$, alſo auch $GK \times KH = IK^q$. T. VI. F. 91.

§. 481. Wenn die *GH* verlängert wird, bis ſie die ebenfals verlängerte *BC* in *N* erreichet, ſo wird das Dreyeck *FEN* gleichſchenklicht. Denn da $GFA = FEN$, ſo iſt auch $EFN = FEN$: und umgekehrt kan man der *GH* ihre rechte Lage geben, bey welcher nehmlich der Winkel *GFA* dem *AEC* gleich iſt, wenn man nur zu der nach Belieben angenommenen Grundlinie *EF* das gleichſchenklichte Dreyeck *EFN* vollendet. Werden nun die Flächen, in welchen die halben Cirkel *BCD*, *GHI* beſchrieben ſind, erweitert, bis ſie einander in *NO* ſchneiden, ſo wird, weil die einander dergeſtalt ſchneidende Flächen beide der *ABC* perpendicular ſind, auch dieſe *NO* ſowol der *BN* als auch der *GN* perpendicular: und eine jede neue durch *AE* gelegte Fläche *AEP*, welche die erweiterte Fläche *GIH* in der *FP*, und die erweiterte *BDC* in der *EP* ſchneidet, bildet in der erſten das rechtwinklichte Dreyeck *FNP*, und in der zweiten das bey *N* ebenfals rechtwinklichte Dreyeck *ENP*, welche Dreyecke, weil $FN = EN$, und *NP* beiden gemeinſchaftlich iſt, auch bey *F* und *E* gleiche Winkel haben. Und dergeſtalt werden die beiden Flächen *GIH*, *BDN* von einer jeden nach Belieben durch *AE* gelegten geſchnitten, daß nehmlich die Winkel *NFP*, *NEP* oder *HFP*, *CEP* einander gleich werden.

T. VI. F. 91. §. 482. Wenn nun ein Auge in *A* geſetzt und die Fläche *GIH* zur Fläche des Entwurfs gemacht wird, ſo iſt der halbe Cirkel *GIH* der Entwurf des halben Cirkels *BDC*, und der Winkel *HFP* der Entwurf des Winkels *CEP*: woraus leicht geſchloſſen wird, daß bey den angenommenen Bedingungen, da nehmlich das Dreyeck *FNE* gleichſchenklicht, und alſo der Winkel *AFG* dem *AEC* gleich iſt, der Entwurf eines Cirkels ein Cirkel, und der Entwurf eines jeden in der Fläche *BDC* liegenden Winkels, deſſen Spitze in der *AE* liegt, ein Winkel von der nehmlichen Gröſſe ſeyn werde, deſſen Spitze *F* nothwendig in eben die *AE* fallen muß, welche den Winkel *BAC* in ſeine zwo Hälften theilet. Es haben aber dieſe Bedingungen bey dem ſtereographiſchen Entwurfe einer Kugel immer
T. VI. F. 92. ſtatt. Denn wenn *OANB* (*T. VI. Fig.* 92.) wieder den durch den Ort des Auges *O* und den Mittelpunct der Kugel *C* gelegten Cirkel bedeutet: indem *AB* in den Horizont der Kugel, und alſo in die Fläche des Entwurfs fält; und es iſt *DE*, eine der Sehnen dieſes Cirkels, zugleich der Durchmeſſer eines andern in der Oberfläche der Kugel beſchriebenen kleinern oder gröſſern dergleichen Kreiſes, welche *DE* durch die ihr perpendicular gezogene *CP* in gleiche Theile zertheilet wird: ſo wird durch dieſe *CP* zugleich der eine Pol *P* des um *DE* beſchriebenen Cirkels angegeben, und der Bogen *PD* dem *PE* gleich gemacht. Auf dieſen gleichen Bogen *PD*, *PE* aber ſtehen die Winkel *DOP*, *POE*, mit ihren Spitzen *O* in dem Umkreiſe des Cirkels. Es ſind demnach dieſe Winkel ebenfals gleich, und *DOE* wird vermittelſt der *OP* in ſeine zwo Hälften getheilet. Die gerade Linie *PF* aber, welche den Cirkel bey *P* berühret, iſt auf den Halbmeſſer *CP* perpendicular, und demnach der Winkel *GPF* um den *CPG* kleiner als der rechte *CPF*. Der *OGC* aber, ſo dem *FGP* gleich iſt, iſt einer der ſpitzigen Winkel des rechtwinklichten Dreyecks *OCG*, und alſo in dem gegenwärtigen Falle um den Winkel *COG* kleiner als der rechte. Nun iſt *COG* $=$ *CPG*, alſo auch *PGF* $=$ *GPF*, das iſt, das Dreyeck *FGP* iſt gleichſchenklicht; woraus folget, daß das Dreyeck *HGI*, deſſen Seite *IH* der *PF* parallel liegt, ebenfals gleichſchenklicht ſeyn werde. Denn für den Fall da das Punct *P* in den Quadranten *OA* genommen worden iſt, wird der Beweis, nach dem gegenwärtigen, gar leicht eingerichtet.

§. 483. Bey ſo geſtalten Sachen muß der auf die Horizontfläche zu bringende Entwurf des zu dem Durchmeſſer *DE* gehörigen Cirkels, welchen man

ſich

ſich als die Grundfläche eines Kegels gedenken kan, der ſeine Spitze in *O* hat, *T.VI.F.92.*
allerdings ein Cirkel ſeyn, deſſen Durchmeſſer in *AB* zwiſchen den nach Nothdurft verlängerten *OE* und *OD* liegt: die Vorſtellung eines jeden Winkels aber, welchen in der Fläche des zur *DE* gehörigen Cirkels, die Linien einſchlieſſen, in welchen dieſe Fläche von zwo andern durch *OP* gelegten geſchnitten wird, muß dieſem Winkel gleich ausfallen. Ja da eine jede der durch *DE* parallel liegende Fläche, als, die durch *PF*, von zwoen durch *OP* gelegten Flächen geſchnitten, einen Winkel von eben der Gröſſe giebt: ſo wird auch der in die Fläche *AB* gebrachte Entwurf zugleich einen jeden ſolchen Winkel vorſtellen, in welches Punct der nach Belieben verlängerten *OP* auch die Spitze deſſelben fallen mag.

§. 484. Iſt nun insbeſondere die der *DE* parallel gemachte Fläche diejenige, ſo durch *PF* gehet, und alſo die Kugel bey *F* berühret, deren Halbmeſſer *CP* auf *PF*, und alſo auch auf die Fläche ſenkrecht iſt; und es gehen in der Oberfläche der Kugel durch den Berührungspunct *P* zween Cirkelkreiſe, deren fortgeſetzte Flächen auch die durch *PF* gelegte die Kugel berührende Fläche ſchneiden: ſo berühret jede dieſer Schneidungslinien bey *P* denjenigen Cirkel, in deſſen Fläche ſie liegt, eben ſo wie die in der Fläche *OANB* liegende *PF* dieſen Cirkel daſelbſt berühret; und jede zwo ſolcher ihre Cirkel berührende Schneidungslinien, ſchlieſſen mit einander eben den Winkel ein, welchen die Umkreiſe der Cirkel ſelbſt bey *P* mit einander einſchlieſſen. Nun kan durch jede dieſer Berührungslinien, und zugleich durch die *OP*, eine Fläche gelegt werden, gleichwie die Fläche *OANP* durch die *PF* und zugleich durch die *OP* hindurch gehet. Dadurch aber wird der Winkel, welchen zwo dieſer Linien mit einander einſchlieſſen, in der Horizontfläche *AB* entworfen; und der Entwurf wird dem entworfenen Winkel völlig gleich; woraus folget, daß auch der Winkel, welchen die Entwürfe der einander ſchneidenden Kreiſe bey *G* machen, demjenigen, welchen die Kreiſe ſelbſt bey *P* einſchlieſſen, gleich ſeyn werde. Denn wenn die Cirkelbogen *AB*, *CD* (*T. VI. Fig.* 93.) Theile dieſer Entwürfe ſind, welche einan- *T.VI.F.93.*
der bey *Q* ſchneiden, und daſelbſt von den geraden Linien *QE*, *QF* berühret werden; ſo iſt der Winkel der Bogen *DQB* dem Winkel ihrer Tangenten *EQF* immer gleich.

§. 485. Wenn aber *QG*, *QH* die Halbmeſſer ſind, mit welchen die Bogen *AB*, *CD*, in der Fläche des Entwurfs, um die Mittelpuncte *G*, *H* beſchrieben werden

T.VI.F.93. können, ſo iſt auch der Winkel *GQH* dem Winkel der Bogen *BQD* gleich. Denn da die Winkel *GQF*, *HQE* beide gerade ſind, ſo muß der Winkel *FQE* dem Winkel *GQH* nothwendig gleich werden, wenn die *QG*, mit der daran haftenden *QF* aus ihrer gegenwärtigen Lage ſo lange um *Q* gedrehet wird, bis ſie in *QH* fält und alſo *QF* in *QE* zu liegen komt. Hieraus iſt der Schluß leicht zu machen: und dieſer Begriff dienet zugleich den Winkel *BQD*, welcher eigentlich dem *GQH* gleich iſt, von den übrigen Winkeln, welche die Bogen bey *Q* mit einander einſchlieſſen, zu unterſcheiden: wiewol auch *AQC* = *BQD* = *GQH*. Wenn alſo ein Bogen *AB* gezeichnet iſt, zuſamt der Lage des Radius *QG*, welcher zu einem in dieſem Bogen gegebenen Puncte *Q* gehöret; ſo iſt es leicht durch *Q* einen andern Bogen *CD* zu beſchreiben, welcher mit dem *AB* einen gegebenen Winkel *BQD* einſchlieſſe. Man darf nur *GQH* dem gegebenen Winkel gleich machen, und in der *QH* den Mittelpunct zu dem durch *Q* zu beſchreibenden Bogen nach Belieben annehmen. Denn jede zween durch *Q* beſchriebene Cirkelkreiſe, deren einer ſeinen Mittelpunct in der *QG* hat, der andere aber den ſeinigen in der *QH*, ſchneiden einander bey *Q* mit gleichen Winkeln, ſo gros oder klein auch ihre Halbmeſſer ſeyn mögen, weil alle dieſe Kreiſe daſelbſt von eben den Linien *QF*, *QE* berühret werden: und es ſind dieſe Halbmeſſer ſonſt zu beſtimmen, wenn über dieſes die Cirkel von einer gewiſſen Gröſſe ausfallen ſollen. Iſt der Radius *QG* nicht gegeben, wol aber die *QF*, welche den mit demſelben beſchriebenen Bogen *AQB* berühret; ſo wird die Lage des Radius *QH*, welcher mit dem nicht gezeichneten *QG* den Winkel *GQH* einſchlieſſen ſoll, eben ſo leicht gefunden, wenn man nur *FQH* der Ergänzung des Winkels *HQG* oder *EQF*, mit welchem die Bogen bey *Q* einander ſchneiden ſollen, gleich machet. Denn dadurch wird allerdings *FQG* ein rechter Winkel, und man komt völlig auf das vorige zurück.

Die Ausfertigung ſtereographiſcher Entwürfe.

§. 486. Dieſe Sätze ſind hinlänglich eine Erdkugel, zu einer jeden Erhebung des Pols derſelben über ihren Horizont, auf der Fläche deſſelben ſtereo-
T.VI.F.94. graphiſch zu entwerfen. Man beſchreibet einen Cirkel *OMNS* (*T. VI. Fig. 94.*) von der Gröſſe, welche der Entwurf haben ſoll, und theilet denſelben vermittelſt der *SM*, die durch den Mittelpunct *C* gehet, in zwo Hälften. Dieſer Cirkel ſol eigentlich den Horizont vorſtellen, und *SM* die Linie, in welcher derſelbe von

dem

dem durch das Zenit und Nadir der Kugel gehenden Mittagskreiſe geſchnitten *T.VI.F.94.* wird, die zugleich der Entwurf dieſes Mittagskreiſes abgiebt. Man kan ſich aber viele Mühe erſparen, wenn man eben den Cirkel *OMNS* auch für den Mittagskreis annimt, indem man ſich vorſtellet, daß dieſer ſo lang um die *SM* gegen den Horizont geneiget worden ſey, bis er ganz in dieſen gefallen iſt. Denn dadurch wird es unnöthig den Mittagskreis beſonders zu zeichnen, zu theilen, und die in demſelben gefundene Linien in den Entwurf überzutragen. Das Punct *O*, welches den halben Umkreis *SOM* in ſeine zween Quadranten *SO* und *OM* theilet, iſt alsdenn der zugleich in den Horizont niedergelegte Augpunct. Nun wird von *S* gegen *N*, ſo bey der Stellung der Kugel, in welcher man ſie entwerfen will, zum Nadir gemacht worden iſt, die Polhöhe des Orts, getragen, und alſo der Pol *P* in der Mittagsfläche angegeben, von welchem hier angenommen wird, daß er der mitternächtige ſey, und der demſelben gerade entgegengeſetzte *Q* der mittägige. Beide Pole werden auf der zu dem Ende verlängerten *SM* entworfen, der eine vermittelſt der *OP* in *H*, und der andere vermittelſt der verlängerten *OQ* in *I*. Von *P* an wird der Mittagskreis in Theile von ſo vielen Graden getheilet, als deren zwiſchen jeden zween Parallelen, die man in den Entwurf zu bringen willens iſt, enthalten ſeyn ſollen; und es iſt wolgethan, wenn man die Puncte dieſer Theilung mit Ziffern bezeichnet, welche die Grade von *P* durch *S* bis an *Q*, und von *P* durch *M* gegen eben den Pol *Q* angeben.

§. 487. Iſt nun nach dieſer Vorbereitung ein Parallelcirkel zu entwerfen, derjenige zum Beyſpiel, welcher in der Oberfläche der Kugel um 30 Grade von dem mitternächtigen Pol entfernet iſt: ſo werden von *O* durch die mit dieſer Zahl der Grade bezeichnete Puncte *D* und *E* die Linien *OF*, *OG* gezogen, welche den Durchmeſſer des Entwurfs *GF*, ſamt ſeiner Lage, in der Fläche des Entwurfs beſtimmen werden; ſo daß weiter nichts zu thun übrig bleibt, als, nachdem der Mittelpunct durch die Theilung der *GF* gefunden worden iſt, denſelben um dieſen Mittelpunct durch *F* würklich zu beſchreiben. Dieſer Punct *F* iſt gemeiniglich derjenige, ſo in den Cirkel *OMNS* fält, denn ſelten wird mehr als die untere Hälfte der Kugel in den Entwurf gebracht: da denn auch die auſſer den *OMNS* fallende Theile der Kreiſe, welche die Parallelen vorſtellen, wegbleiben müſſen.

T. VI F. 94. §. 488. Auf eben die Art wird mit allen gleichweit von *P* entfernten und mit eben der Zahl bezeichneten Theilungspuncten verfahren, auſſer, wenn einer derſelben in *O* zu liegen kömt. Denn wenn das Punct *E* mit *O* zuſammen fält, ſo wird der Cirkel von der durch dieſe Puncte zu ziehenden *OE* nicht geſchnitten, ſondern nur berühret, welche *OE* demnach der *SM* parallel läuft, und dieſe nirgends erreichet. Es wird alſo hier nur das einzige Punct *F* entdecket, der Entwurf aber des Parallelen, welcher durch *O* gehet, wird eine gerade Linie, und durch dieſes *F* der *SM* perpendicular. Weil jeder der in den halben Umkreis *PSO* gebrachten Theile immer weiter und weiter getheilet werden kan, bis endlich ein Theilungspunct in *O* fält, ſo kan man ſich dieſe gerade Linie auch in den Fällen, da ſie nicht gezeichnet werden darf, doch immer vorſtellen: da denn leicht einzuſehen iſt, daß die Entwürfe der übrigen Parallelkreiſe, welche an den verſchiedenen Seiten *S* und *M* dieſer geraden Linie liegen, ſich auch nach verſchiedenen Seiten krümmen werden.

§. 489. Damit nun auch die übrigen Mittagskreiſe vorgeſtellet werden können, welche durch die Pole der Kugel gehen, und daſelbſt, mit den in *SM* entworfenen, Winkel von einer angenommenen Gröſſe einſchlieſſen: ſo wird die *HI* deren äuſſerſte Puncte die Vorſtellungen der beiden Pole *P* und *Q* ſind, in zwey gleiche Theile getheilet, und durch die alſo gefundene Mitte *K* die *KL* derſelben perpendicular gezogen, welche nach beiden Seiten nach Nothdurft zu verlängern ſeyn wird. Bedeutet nun *a* den Winkel, welchen jeder der zu entwerfenden Mittagskreiſe mit dem ihn zunächſt liegenden einſchlieſſet, welcher *a* gemeiniglich durch eben die Zahl der Grade gemeſſen wird, um welche jede zween der entworfenen Parallelcirkel von einander abſtehen, ſo wird gemacht $HK : KR = 1 : \tan a$, $HK : KT = 1 : \tan 2a$ u. ſ. f. Die dergeſtalt gefundenen Puncte *K, R, T*, werden die Mittelpuncte der Entwürfe der Mittagskreiſe ſeyn, welche ſämtlich durch die Entwürfe der Pole *H* und *I* gehen müſſen, und alſo ſo, wie mit *VX* geſchehen iſt, deſſen Mittelpunct in *T* fält, beſchrieben werden können. Denn die gerade Linie *HI*, welche eigentlich der Entwurf des von *P* durch *N* nach *Q* gehenden Mittagskreiſes iſt, kan auch als diejenige angeſehen werden, welche dieſen Entwurf bey *H* berühret, und mit dieſer Berührungslinie ſchlieſſet der Halbmeſſer *HT* den Winkel *KHT* ein, welcher demnach das Complement des *XHK* ſeyn wird, welchen der mit dieſem Halbmeſſer beſchriebene Bogen *VX*

bey *H* mit der *HK* einſchlieſſet. Hieraus wird der Schluß leicht gezogen, wenn man nur erweget, daß der Unterſchied der Complemente zweener ſpitziger Winkel, immer zugleich der Unterſchied der Winkel ſelbſt ſey. Mit den Entwürfen der übrigen Mittagskreiſe, deren Mittelpuncte gefunden werden, wenn man auf die an die andere Seite der *HI* verlängerte *KL*, die *KR*, *KT*, *etc.* über trägt, hat es eben die Bewantniß. Der Winkel, welchen jeder dieſer Entwürfe mit dem ihm zunächſt liegenden bey *H* einſchlieſſet, bekomt alſo immer die Gröſſe des *a*, welche er haben ſoll. T.VI.F.94.

§. 490. Alles dieſes noch mehr zu erleutern wird in der 95ſten Zeichnung ein volſtändiger Entwurf dieſer Art vorgeſtellet, zu welchem die Polhöhe 30° gewählet worden iſt, weil bey derſelben alle Geſtalten vorkommen, welche die Entwürfe der Parallelen des Gleichers haben können. Dieſes giebt ein Netz zu einer Abbildung der halben Oberfläche der Erde, in welches auch die beiden Wendkreiſe, ſamt den Polkreiſen gebracht werden können, und in welchem jeder Mittagskreis für den erſten angenommen werden kan. Sollen nun in ein dergleichen Netz die verſchiedenen Städte und Länder, ſamt den übrigen in eine Landkarte gehörigen Dingen gebracht werden: und man hält ſich genau an die gegebenen Begriffe, nach welchen die zu entwerfende Hälfte des Erdbodens zur untern gemacht, und das Auge in das Zenit der Kugel geſetzt wird; ſo kommen bey der Lage des Netzes, in welcher es gezeichnet iſt, die Abendländer zur rechten, und die Morgenländer zur linken zu liegen. Es konte aber bey einer dergeſtalt gezeichneten Karte die von einer ſo ungewöhnlichen Lage zu befürchtende Verwirrung vermieden werden, wenn man dieſelbe durchſichtig machte, und hernach umkehrte, und dieſes iſt der Begriff, welchen man ſich von den auf ſtereographiſche Netze gegründeten Vorſtellungen der halben Oberfläche der Erde, oder einiger kleinern Theile derſelben, wie ſie würklich gezeichnet werden, machen muß, wenn alles aufs genauſte ſoll genommen werden. Die Entwürfe der Halbkugeln, welche in den Samlungen von Landkarten gemeiniglich zu erſt erſcheinen, ſind von dieſer Art, und es iſt bey denſelben der erſte Mittagskreis in die Fläche des Entwurfs gebracht worden, welche wir immer auch den Horizont der Kugel genennet haben, in welchem demnach auch die beiden Pole kommen muſten. Der Gleicher gehet nun durch den Ort des Auges, und wird von einer durch den Mittelpunct des Horizonts gezogenen geraden Linie vorgeſtellet. Gemeiniglich T.VI.F.95.

T.VI.F.95. ſind auf eine ſolche Karte noch zween andere Abbildungen gezeichnet, zu welchen der Gleicher in die Fläche des Entwurfs gebracht worden iſt, ſo daß zu der einen der eine Pol, und zu der andern der andere, in das Zenit, als den Ort des Auges, fallen muſte, wodurch die Vorſtellungen aller Mittagskreiſe gerade Linien werden. Das ſtereographiſche Netz für ein Land, welches einen beträchtlichen Theil des Erdbodens ausmachet, iſt ein Theil eines nach den gegebenen Gründen, in der gehörigen Gröſſe, entworfenen Netzes, zu welchen die Polhöhe derjenigen, welche in der Mitte deſſelben Landes bemerket wird, gleich genommen, und der erſte Mittagskreis ſo geſetzet worden iſt, daß eben die Mitte des Landes auch beynahe die Mitte der Karte werden muſte. Dergleichen groſſe Netze ſind durch die bloſſe geometriſche Zeichnung ſchwerlich zu wege zu bringen. Sie müſſen wol ganz oder zum Theil berechnet werden; und dazu iſt die Anweiſung aus den Sätzen, auf welche man ſich bey der Zeichnung gründet, herzuleiten.

Ein beſonderer Entwurf.

§. 491. In der Sternkunde werden noch andere Entwürfe der Puncte und Linien, die wir uns auf der Oberfläche der Erde vorſtellen, gebraucht, die ſich zum Theil auch bey der Sonne und andern himliſchen Körpern anwenden laſſen; unter welchen der nachfolgende eine vorzügliche Betrachtung verdienet.
T.VI.F.96 In *O* (*T. VI. Fig.* 96.) iſt ein Auge, welches nie aus der Fläche weichet, in welcher es ſich ſamt einer von demſelben entfernten geraden Linie *PQ* befindet. Dieſe Fläche *OPQ* wird als unbeweglich angeſehen, wie ſie ſich auch würklich bewegen mag. Die *PQ* aber iſt die Axe einer völlig runden oder bey ihren Polen *P*, *Q* zuſammengedruckten Kugel, um welche ſich dieſe, in Abſicht auf die als unbeweglich angenommene Fläche *OPQ*, mit einer gleichförmigen Geſchwindigkeit, herumdrehet. Wird nun der Ort des Auges *O* mit dem Mittelpuncte der Kugel *C* verknüpft, ſo wird dieſe dem Auge, wo nicht genau, doch ohngefehr als eine Scheibe vorkommen, die ihren Mittelpunct in der *OC* hat, welche der Fläche der Scheibe perpendicular iſt. In dieſer Scheibe nun, ſo durch *AB* vorgeſtellet werden kan, wird ein in der Oberfläche der Kugel angenommenes Punct *D*, welches bey dem Drehen derſelben würklich den Umkreis eines Cirkels beſchreibt, eine gerade oder krumme Linie zu beſchreiben ſcheinen, deren Käntniß, ſamt der Weiſe, ſie im kleinen zu zeichnen, verlangt wird.

§. 492.

§. 492. In der Anwendung iſt *OC* faſt immer ſo gros, daß die von *T.VI.F.96.* *O* an die verſchiedene Puncte der Kugel *PDQ* gezogene gerade Linien als völlig parallel angeſehen werden können, und es iſt nicht nöthig, daß wir uns auf andere Fälle einlaſſen. Iſt alsdenn das Auge *O* ganz ohne Bewegung, ſo daß der Winkel *OCP* immer derſelbe bleibt, ſo wird der verlangte Entwurf des von *D* beſchriebenen Cirkels orthographiſch, und demnach, nach der verſchiedenen Lage der *OC* in Anſehung der Axe *PQ*, eine gerade Linie, ein Cirkel oder eine Ellipſe. Wir haben aber dem Auge *O* nicht alle Bewegungen entzogen; ſondern ihm diejenige, mit welcher es in der Fläche *OPQ* von einem Puncte zu dem andern gehen, und dadurch den Winkel *OCP* ändern kan, gelaſſen. Hat aber das Auge eine dergleichen Bewegung, ſo kan auch die Fläche des Entwurfs *AB* nicht immer dieſelbe bleiben. Sie iſt mit der Linie *OC* unbeweglich verknüpft, und es kan der Winkel *OCP* nicht verändert werden, wenn die Neigung der *AB* gegen die Axe *PQ* die vorige bleiben ſoll. Alsdann aber wird auch der Entwurf des von *D* beſchriebenen Cirkels, in der alſo bewegten Fläche *AB*, nothwendig geändert. Bey dem allen wird ſich auch in dem Falle, da der Winkel *OCP* verändert, und als veränderlich betrachtet wird, der verlangte Entwurf auf der Fläche *AB* verfertigen laſſen, wenn wir nur in dieſer Fläche, ohngeachtet ihrer Bewegung, den Ort zu entwerfen wiſſen, in welchem ſich *D* zu einer gewiſſen Zeit befindet. Denn es iſt klar, daß die durch eine hinlängliche Zahl ſolcher Puncte gezogene Linie, den verlangten Entwurf des von *D* beſchriebenen Cirkels geben werde. Wir wollen die Anwendung nur auf unſere Erde machen, weil dieſe vorzüglich gebraucht wird, wenn *O* den Mittelpunct der Sonne vorſtellet. Alsdenn iſt *BDA* der erleuchtete Theil der Erdkugel und *AEB* der finſtere: ſo daß die Fläche des Entwurfs zugleich die Gränze giebt, welche dieſe zwo Hälften von einander abſondert. Die Fläche *OPQ* aber giebt eine allgemeine Mittagsfläche für alle Orte des Erdbodens ab, deren jeder in dem Augenblicke, in welchem er ſich in dieſer Fläche befindet, Mittag oder Mitternacht rechnet: welches wir alles umſtändlich geſehen haben.

§. 493. Es ſey *paqe* (*T. VI. Fig.* 97.) die Geſtalt der durch ihre Axe *T.VI.F.97.* *pq* geſchnittenen Erde; wobey angenommen wird, daß die Fläche des Schnitts durch den Mittelpunct der Sonne gehe, und daß ſich dieſer Mittelpunct beſtändig in derſelben aufhalte, ob wol der Winkel *SCp*, welchen die von dem Mittelpuncte der

T.VI.F.97. der Erde *C* nach demſelben gezogene Linie *CS* mit der Axe *pq* einſchlieſſet, mit der Zeit geändert wird, welches alles wir uns auch in dem vorhergehenden ſo vorgeſtellet haben. Die Linie *ae* ſey der Durchmeſſer des Gleichers, und *L* ein in der Oberfläche der Erde angegebener Ort, welcher für einen gewiſſen Zeitpunct in eine der Ebenen zu entwerfen iſt, auf welche *SC* perpendicular fält. Wird nun *LB* dem Umkreiſſe der Erde *paqe* bey *L* perpendicular gemacht, und bis an den Durchmeſſer des Gleichers verlängert, wie auch *CL* gezogen: ſo iſt *aBL* die Polhöhe oder Breite des Orts *L*, und wir haben (271. 272) geſehen, wie aus derſelben der Winkel *aCL*, und der Radius *CL* zu beſtimmen ſind, welche demnach, zuſamt dem Winkel *LCp*, welcher jenen *aCL* ergänzet, ebenfals als bekant angeſehen werden müſſen. Man beſchreibe, gröſſerer Deutlichkeit wegen, um *C* mit dem Radius *CL* den Cirkel *PAQE*, der eine Kugel vorſtellen ſoll in deren Oberfläche ſich *L* ebenfals befinden wird, und ziehe *DCF* auf *SC* perpendicular, welche die Fläche des Entwurfs eben ſo gut vorſtellen kan, als eine jede andere, die ihr parallel lieget.

§. 494. Da wir uns die Sonne in der verlängerten *CS* vorſtellen, ſo iſt *ACS* die Abweichung derſelben von dem Gleicher, und dieſer Winkel iſt dem *PCF* gleich, welcher demnach die Abweichung ebenfals angeben wird. Bliebe dieſer Winkel einen Tag lang unverändert, ſo wäre der Entwurf des Cirkels, welchen *L* an dieſem Tage um die Axe *PQ* beſchreibt, eine Ellipſe, deren kleinere Axe in *CF* fält, die gröſſere aber dieſer *CF* perpendicular iſt. Da aber würklich der Winkel *PCF* einer beſtändigen Veränderung unterworfen iſt, ſo kan die zu einer gewiſſen Gröſſe deſſelben entworfene Ellipſe den von *L* beſchriebenen Cirkel nur in ſo ferne vorſtellen, als man die von dieſer Veränderung herrührende Fehler in keine Betrachtung ziehet, welche in der That in einer Zeit von weniger als einer Stunde klein genug ſind. Wird nun *LI* auf die Axe *PQ* perpendicular gezogen, von welcher ſie bey *K* in zwo Hälften getheilet wird: ſo iſt *LI* der Durchmeſſer des zu entwerfenden Cirkels, und *K* ſein Mittelpunct. Wenn alſo der Radius *CL* zur Einheit angenommen, und der Kürze wegen der Winkel *LCP* durch *P*, die Abweichung der Sonne aber $ACS = PCF$ durch *D* bedeutet wird, ſo hat man ſogleich $LK = \sin P$, und dieſe *LK* iſt zugleich die Hälfte der längern Axe der zu beſchreibenden Ellipſe, welche demnach bey jeder Veränderung des Winkels *D* einerley bleibt, ſowol als $CK = \cos P$. Denn der Winkel *PCL* iſt unveränderlich.

§. 495.

§. 495. Läſſet man aber auch aus K, L und I auf DF die Perpendicularlinien KO, LM und IN fallen, ſo iſt O der Entwurf des Mittelpuncts K des zu dem Durchmeſſer LI gehörigen Cirkels, und MN der Entwurf dieſes Durchmeſſers, von welchem wir wiſſen, daß er die kleinere Axe der Ellipſe abgiebt, welche demnach ſich von M bis an N erſtrecket. Da alſo $1 : \cos D = CK : CO = \cos P : CO$, ſo wird $CO = \cos D . \cos P$. Und da in den rechtwinklichten Dreyecken KCG, MLG, welchen der Winkel KGO gemeinſchaftlich iſt, auch die Winkel KCG, MLK einander gleich ſind, und alſo $MLK = D$; ſo iſt auch $1 : \sin D = LK : MO = \sin P : MO$, welches man leicht ſiehet, wenn man ſich durch K eine Linie der MO parallel an die LM gezogen vorſtellet. Demnach iſt $MO = \sin P . \sin D$, und eben ſo gros iſt auch ON; woraus die $CM = CO - OM$ und $CN = CO + ON$ leicht zu berechnen ſind, wenn man ſie beſonders haben will. Da aber auch die Winkel $LCF = P + D$, und $ICF = P - D$ bekant ſind, und CL der Radius iſt, ſo werden dieſe letztern Linien, durch $CM = \cos (P + D)$ und $CN = \cos (P - D)$, ſogleich gegeben; und es kan aus denſelben $MN = CN - CM$, und $MO = ON = \frac{1}{2} CN - \frac{1}{2} CM$ geſchloſſen werden; wie auch $CO = \frac{1}{2} CN + \frac{1}{2} CM$. Endlich giebt die Proportion $\cos PCF : 1 = CK : CG = \cos P : CG$ dieſe $CG = \dfrac{\cos P}{\cos D}$. T.VI.F.97.

§. 496. Die durch das zuletzt beſtimte Punct G in der Fläche des Entwurfs der CF perpendicular gezogene Linie iſt diejenige, in welcher die Fläche des von dem Puncte L beſchriebenen Kreiſes die Fläche des Entwurfs ſchneidet. Sie theilet alſo dieſen Kreis meiſtentheils in zween ungleiche Theile, deren einer von der Sonne erleuchtet wird, der andere aber im finſtern lieget, und ſchneidet zugleich den Entwurf deſſelben ſo, daß der eine Theil den erleuchteten Theil des Kreiſes, und der andere den finſtern vorſtellet. Der erleuchtete Theil des von L beſchriebenen Kreiſes, wird auch in der Fläche der gegenwärtigen Zeichnung, durch LG vorgeſtellt, und der verfinſterte durch GI (448), aus welcher demnach leicht zu ſehen iſt, welcher von den Theilen der alſo durchſchnittenen Ellipſe, die den Entwurf des Kreiſes in der Fläche DF abgiebt, den Weg vorſtellen werde, welchen das Punct L am Tage oder in der Nacht machet. Und nun haben wir alles, ſo zur Beſchreibung der Ellipſe nöthig iſt, die den Weg des Puncts L rings um die Axe PQ mit einer vollkommenen Richtigkeit vorſtellen würde, wenn D unverän-

T.VI.F.97. derlich wäre, und alſo die durch *DF* vorgeſtelte Fläche des Entwurfs immer eben die Lage behielte.

T.VI.F.98. §. 497. In der 98ſten Zeichnung erſcheinet dieſe Ellipſe ſo, wie ſie durch die bisher betrachtete 97ſte Figur beſtimmet wird, und eben die an die *CF* beider Zeichnungen geſetzte Buchſtaben bedeuten einerley Puncte, indem auch die *LI* einander gleich ſind. Die durch *G* der *CF* perpendicular gezogene Linie *OcOr* aber ſchneidet die Ellipſe in die zwey Theile, *OcMOr*, und *OrNOc*, deren erſterer bey der angenommenen Breite des Orts *L*, und der Abweichung der Sonne *D*, den Theil des Weges vorſtellet, welchen dieſer Ort am Tage machet, der zweite *OrNOc* aber denjenigen, welchen er in der Nacht beſchreibt: ſo daß, bey dem angenommenen Orte des Auges in dem Mittelpuncte der Sonne, wenn *F* gegen Mitternacht gerichtet wird, *Oc* das Punct ſeyn wird, bey welchem der Ort *L* aus dem verfinſterten Theile der Erdkugel in den erleuchteten übergehet, und alſo die Sonne aufgehen ſiehet, *Or* aber derjenige, bey welchem er in den finſtern Theil der Erdkugel eintritt, und die Sonne ſich unter ſeinem Horizonte verbirget. Hieraus folget, daß die rings um die Erde gehende Gränzlinie, welche zu derſelben Zeit den erleuchteten Theil ihrer Oberfläche von dem verfinſterten abſondert, durch die Puncte *Oc* und *Or* gehen werde: die alſo von dem Umkreiſe eines um *C* durch dieſe Puncte *Oc* und *Or* beſchriebenen Cirkels nicht weiter abweichen wird, als die Erde von der Geſtalt einer genauen Kugel abweichet. Eben dieſer Umkreis wird auch die Ellipſe bey *Oc* und *Or* berühren, wie man leicht ſiehet.

Der Entwurf eines Orts für jeden Zeitpunct.

§. 498. Um nun in dieſer Ellipſe den Entwurf des Puncts zu finden, in welchem ſich der auf der Oberfläche der Erde angegebene Ort in einem gewiſſen Zeitpuncte würklich befindet, welchen wir gröſſerer Deutlichkeit wegen in eine der Nachmittagsſtunden ſetzen wollen: ſo beſchreibe man um den Mittelpunct der Ellipſe *O* mit der Oefnung *OL* einen Cirkel. Dieſer wird derjenige ſeyn, welchen das Punct *L* der 97ſten Zeichnung würklich um *K* beſchreibt, wenn die Abweichung der Sonne *D* an dem Tage, an welchem dieſes geſchiehet, als unveränderlich betrachtet wird: und der durch *L* bedeutete Ort wird ſeinen Mittag haben, wenn er ſich in dem Puncte befindet, welches, wie *H*, den halben Umkreis *LHI* in ſeine zween Quadranten *LH* und *HI* theilet. Wird alſo der Bogen *HT* demjenigen gleich gemacht, welchen das Punct *L* in der vom Mittage an bis an den gegebenen Zeitpunct verfloſſenen Zeit zurücklegen muß, wenn

es an dem angenommenen Tage mit einer gleichförmigen Bewegung ganz herum- kommen ſoll; ſo iſt die verlangte Vorſtellung leicht zu finden. Man darf nur *TZ* der *HC* parallel ziehen, welche den Theil der Ellipſe *LMI* in dem verlang- ten Punct *V* ſchneiden wird (33). Es wird aber der Bogen *HT* leicht gefunden, wenn auch hier für jede Stunde der wahren Zeit, welche das Punct braucht aus *H* in *T* zu kommen, 15 Grade, gerechnet werden. T.VI.F.98.

§. 499. Man ſiehet leicht, daß wenn der Zeitpunct vor Mittag gegeben wird, der Bogen, welchen das Punct *L*, in der von dieſem Zeitpuncte an bis an den wahren Mittag verflieſſenden Zeit, beſchreibt, von *H* nach *L* getragen, und übrigens wie vorher verfahren werden müſſe. Wenn alſo der halbe Umkreis *LHI* von funfzehn zu funfzehn Graden getheilet, und jeder Theilungspunct ſo gebraucht wird, wie bey *T* geſchehen iſt: ſo wird die ganze Hälfte *LMI* mit Puncten verſehen, wel- chen die Zahlen beygeſchrieben werden können, die da anzeigen, zu welcher Stunde des Tages ſich der angegebene Ort gerade über jeden derſelben befindet. Eben die der *HC* parallel gezogene Linien, welche dieſe Stundenpuncte geben, theilen auch die andre Hälfte der Ellipſe *LNI* dergeſtalt in Stunden, und es iſt leicht zu ſehen, wie man verfahren müſſe, wenn dieſe Stunden weiter getheilet werden ſollen. Alsdenn ſiehet man auch die wahre Zeit des Aufgangs der Sonne bey *Oc*, und ihres Untergangs bey *Or*. Gemeiniglich ſind nur diejenigen Stunden- puncte von Nutzen, welche zwiſchen dieſe Puncte *Oc* und *Or* fallen, und zu der Zeit gehören, in welcher ſich der Ort *L* in der erleuchteten Hälfte des Erdbodens befindet.

§. 500. Iſt nun die Abweichung der Sonne *D* genau diejenige, welche ſie in dem gegebenen Zeitpuncte, zu welchem der Entwurf *V* gehöret, würklich hat, ſo wird auch dieſes Punct mit völliger Richtigkeit beſtimt: die übrigen Puncte der Ellipſe *LMIN* aber weichen von der genauſten Wahrheit deſto mehr ab, je gröſſer der zwiſchen derſelben und dem Puncte *V* liegende elliptiſche Bogen iſt: wovon die Ur- ſache in der Veränderung der *D* lieget. Wolte man die äuſerſte Strenge beob- achten, ſo müſten wenigſtens alle übrige Stundenpuncte durch ihre beſondere *D* be- ſtimmet werden; und dieſes iſt eben ſo ſchwer nicht, wenn man ſich zu dieſer Be- ſtimmung der Rechnung bedienet, zu deren Behuf durch *C*, den Mittelpunct der Erde, in der Fläche des Entwurfs *RC* auf die Mittagslinie *CH* perpendicular gezogen iſt.

§. 501. Bedeutet nun *T* den Bogen *HT*, der den Winkel *HOT* miſſet, und durch den zwiſchen dem Augenblicke des wahren Mittags und dem ge- gebenen Zeitpuncte verflieſſenden Zeitraum immer gegeben wird, ſo iſt 1 : *ſin T* = *OT*

T.VI.F.98. OT oder $OH = OL : OV = \sin P : OV$, alſo $OV = CX = \sin P . \sin T$, welche CX demnach blos durch den Zeitwinkel T und den beſtändigen Winkel P gegeben wird, ohne daß D in denſelben einigen Einfluß hätte. Ferner iſt $1 : \cos T = OT : TV$, und, wie wir oben geſehen haben, $HO : NO = 1 : \sin D$. Es iſt aber auch $HO : NO = TV : ZV$, alſo $1 : \sin D = TV : ZV$; demnach, wenn man dieſe Proportion mit der vorigen $1 : \cos T = OT : TV$ zuſammen nimmt, $1 : \sin D . \cos T = OT : ZV = \sin P : ZV$, alſo $ZV = VY = \sin P . \sin D . \cos T$.

§. 502. Die Rechnung, welche die erſte dieſer Vorſchriften $CX = \sin P . \sin T$ erfodert, iſt leicht genug: die letztere wird dadurch etwas ſchwer, daß CO für jede Abweichung der Sonne berechnet werden muß, ehe man LI ziehen, und die VY oder VZ anbringen kan. Es kan aber dieſe Arbeit merklich erleichtert werden. Denn da $MO = \sin P . \sin D$, ſo iſt $MO - VY = \sin P . \sin D - \sin P . \sin D . \cos T = \sin P . \sin D \, (1 - \cos T)$, und eben ſo groß iſt auch $ON - VZ$. Nun aber iſt leicht zu erweiſen, daß bey einem jeden durch T bedeuteten Bogen oder Winkel die Gleichheit $1 - \cos T = 2 (\sin \frac{1}{2} T)^2$ ſtatt habe. Dadurch aber wird $\sin P . \sin D \, (1 - \cos T) = 2 \sin P . \sin D (\sin \frac{1}{2} T)^2$, und dieſes letztere läßt ſich durch die Logarithmen berechnen. Iſt aber $MO - VY$ oder $ON - VZ$ dergeſtalt gefunden worden, ſo wird $XY = XV - VY = CM + MO - VY = CM + 2 \sin P . \sin D . (\sin \frac{1}{2} T)^2$, und $XZ = XV + VZ = CN - NO + VZ = CN - 2 \sin P . \sin D (\sin \frac{1}{2} T)^2$, in welchen Vorſchriften CM, CN faſt keine weitere Schwürigkeit machen, da $CM = \cos (P + D)$ und $CN = \cos (P - D)$, ohne einige Rechnung, durch die Tafel gegeben werden. Durch die beiden Linien CX und XY aber, oder CX und XZ werden die Puncte Y und Z allerdings gegeben.

§. 503. Die Linie GOr oder GOc wird gefunden, wenn man in dem Ausdrucke $CX = \sin P . \sin T$, den Buchſtaben T den Bogen bedeuten läßt, welchen der angenommene Ort in der Hälfte des Tages oder der Hälfte der Nacht beſchreibt, welchen zu finden, an ſeinem Ort (453) gewieſen worden iſt. Denn dadurch wird allerdings $CX = GOr$, weil $MIOr = MLOc$ den halben Tagebogen und $NOr = NOc$ den halben Nachtbogen vorſtellet. Auf dieſe Art wird zwar die Linie $MINL$ aufs richtigſte herausgebracht werden, deren Ende an ihren Anfang, welcher zum Beyſpiel bey N genommen ſeyn mag, nicht anſchlieſſen kan,

wenn

wenn die Abweichung der Sonne *D* ſich in der Zeit des natürlichen Tages, für T.VI.F.98.
welchen der Entwurf verlangt wird, merklich geändert hat. Denn weil der Anfang des nachfolgenden Tages mit dem Ende des vorhergehenden in jeder Abſicht einerley iſt: ſo muß, wenn der Weg, welchen das in der Oberfläche der Erde angenommene Punct *L* an etlichen auf einander folgenden Tägen um deren Axe beſchreibt, nach dieſen Gründen entworfen werden ſoll, ein einziger krumlinichter Zug entſtehen, welcher ſich zwar für jeden Tag, beynahe wie eine Ellipſe, umſchlinget, aber keinesweges eine wahre Ellipſe iſt. Es iſt aber gar ſelten nöthig ſo gar genau zu verfahren: zumalen, wenn ſich die Abweichung der Sonne an dem gegebenen Tage nicht ſehr ändert, oder der Weg nur vor einige Stunden zu entwerfen iſt. In dieſem Falle wird immer nur die Ellipſe beſchrieben, welche die wahre Vorſtellung ſeyn würde, wenn in dem angenommenen Zeitraume die Abweichung der Sonne volkommen dieſelbe bliebe, welche ſie beym Anfange oder Ende, oder beſſer, im Mittel derſelben hatte: und man bedienet ſich bey der Beſchreibung dieſer Ellipſe nicht einmal immer der Rechnung, ſondern bringt dieſelbe durch die bloſſe Zeichnung heraus.

Entwurf der Stundenkreiſe.

§. 504. Wenn zu einer hinlänglichen Anzahl in der Oberfläche der Erde angenommener Oerter *L*, die ſämtlich ſich in eben dem Mittagskreiſe befinden, und alſo bey verſchiedenen Breiten eben die Länge haben, die Puncte *V* gefunden werden, über welchen ſich jene Oerter in eben dem Zeitpuncte befinden, ſo zum Benſpiel das Ende der zweiten Stunde nach Mittag ſeyn mag: ſo wird die zu dieſem Zeitpuncte gehörige Stundenlinie von dem einen Pole bis zum andern entworfen, wenn man alle dieſe Puncte *V* mit einander verknüpfet, und durch die zugleich gefundene Puncte Z wird dieſer Entwurf ferner von dem leztern Pole bis an den erſtern fortgeſezt. Stellet man ſich aber die Erde als eine vollkommene Kugel vor, ſo wird die dergeſtalt zu verzeichnende Linie der orthographiſche Entwurf eines Cirkels, und alſo eine Ellipſe, welche durch die Entwürfe der beiden Pole gehet. Denn die Fläche des dergeſtalt entworfenen Stundenkreiſes ſchneidet die mit dem Durchmeſſer *DF* beſchriebene Scheibe *AFBD* (*T. VI. Fig.* 99.), deren Umkreis die von der T.VI.F.99.
Sonne erleuchtete Hälfte des Erdbodens von der finſtern abſondert, in einem ihrer Durchmeſſer *AB*, welcher zugleich die gröſſere Axe der Ellipſe *APBQ* iſt, und die Ellipſe in ihre zwo Hälften theilet, deren eine den erleuchteten, die andere aber den finſtern Theil des Stundenkreiſes vorſtellet. Wenn nun in der Scheibe

AFBD

T.VI.F.99. *AFBD* auch nunmehro *DF* die Mittagsfläche vorſtellet, von welcher angenommen wird, daß ſich die Sonne beſtändig in derſelben aufhalte, und es ſind *P*, *Q* die in dieſer *FD* entworfene Pole, *P* der erleuchtete und *Q* der finſtere: die angenommene Stunde aber iſt noch immer die zweite nach Mittag, ſo iſt *AC* die zweite Stundenlinie zu einer in der Fläche *AFBD* zu beſchreibenden Sonnenuhr, deren Mittelpunct in *C* fält, die Polhöhe aber der Abweichung der Sonne *D* gleich iſt. Dieſes ſiehet man aus demjenigen, ſo von den Sonnenuhren geſagt worden iſt, gar leicht ein, inſonderheit wenn eine Erdkugel zu Hülfe genommen wird, deren Pol um *D* über ihren Horizont erhöhet worden iſt, damit dieſer Horizont die Fläche des Entwurfs vorſtellen möge. Es wird alſo der Winkel *FCA*, und ein jeder anderer dergleichen, auf eben die Art gefunden, wie zu einer Sonnenuhr, auf deren Fläche die Fläche des Mittags ſenkrecht fält, ein jeder Stundenwinkel gefunden wird, indem man ſich nehmlich der Proportion $1 : \mathit{ſin}\, D = \mathit{tan}\, T : \mathit{tan}\, FCA$ bedienet, in welcher die Buchſtaben *D*, *T* noch immer die erklärte Bedeutung haben. Denn *D* iſt hier die Polhöhe der Uhr, und *T* der Winkel, welchen die Fläche des zu entwerfenden Stundenkreiſes mit der Mittagsfläche einſchlieſſet. Die volſtändig beſchriebene Sonnenuhr giebt dieſe Linien *AB* alle.

§. 505. Da nun die Ellipſe durch die beiden Pole *P* und *Q* gehen muß: ſo kan, nachdem die gröſſere Axe derſelben *AB* richtig gezogen iſt, aus einem der Pole *P* die *PE* derſelben ſenkrecht gemacht, und bis an den Cirkelkreis *AFBD* in *G* verlängert werden, welches die Linien *PE*, *GE* beide bekant machet. Es verhält ſich aber *PE* zur *GE*, wie die kleinere Axe der Ellipſe zur gröſſern, und wie die Hälfte der kleinern zu der Hälfte der gröſſern: demnach fehlet weiter nichts, ſo zur Beſchreibung derſelben *APBQ* erfordert wird. Eben dieſe Verhältniß der kleinern Axe der Ellipſe zu der gröſſern wird auch entdecket, wenn man den Winkel ſuchet, welchen die Fläche des zu entwerfenden Stundenkreiſes mit der Fläche des Entwurfs einſchlieſſet. Denn es verhält ſich die gröſſere Axe zu der kleinern wie der Radius zum Coſinus dieſes Winkels (29). Einige weitere Aufmerkſamkeit aber kan zeigen in wieferne eben dieſe Anweiſung gebraucht werden könne, wenn vorausgeſetzt wird, die Erde ſey bey ihren Polen dergeſtalt zuſammengedruckt, daß alle Durchſchnitte derſelben, welche durch die Axe geſchehen, gleiche Ellipſen geben.

Der

Der

Aſtronomiſchen Vorleſungen

achter Abſchnitt.

Von dem Monathe, dem Monde, deſſen Schatten, und dem Schatten der Erde.

Von dem bürgerlichen Jahre.

§. 506.

Ob zwar die Wiederkehr der Jahreszeiten an einem jeden Orte des Erdbodens ſich nach dem tropiſchen Jahre richtet, welches zugleich auf die Eintheilung der Oberfläche unſerer Erde den angezeigten Einfluß hat, wodurch viele unſrer Verrichtungen an dieſes Jahr gebunden werden: ſo iſt doch daſſelbe im bürgerlichen Leben nicht in der völligen Strenge zu beobachten, da es aus keiner ganzen Zahl von Tagen beſtehet, ſondern über 365 noch beynahe den vierten Theil eines Tages enthält. Man würde, nachdem man ein Jahr mit dem Anfange des bürgerlichen Tages, in der Mitternachtſtunde angefangen hatte, das darauf folgende ohngefehr um 6 Uhr früh, das nächſte um Mittag, und das dritte um beynahe 6 Uhr Abends anfangen müſſen, wovon die Unſchicklichkeit ſogleich in die Augen fält. Das bürgerliche Jahr muß immer mit dem Tage zugleich angehen, wobey die alzuſtarke Abweichung deſſelben von dem tropiſchen nicht anders vermieden werden kan, als wenn, ſo oft es nöthig iſt, ein ganzer Tag eingeſchaltet, und dadurch das Jahr um einen Tag länger gemacht wird. Wenigſtens iſt dieſe Einſchaltung das bequemſte Mittel, welches gehörig angewendet, die Abweichung ſo klein macht, als ſie nur werden kan: und man ſiehet leicht, wie bey dieſer Einſchaltung zu verfahren wäre, wenn das tropiſche Jahr würklich aus $365\frac{1}{4}$ Tägen beſtünde. Da alsdann das Ende des vierten Jahres, welches zugleich der Anfang des fünften iſt, wieder in die Mitternachtſtunde fallen würde, ſo dürfte

T.VI.F.99. man nur dieſem vierten Jahre einen Tag mehr, und alſo 366 Täge geben, um den Anfang des bürgerlichen Jahres wieder in den Zeitpunct zu bringen, bey welchem das tropiſche den ſeinigen nimt. Drey gemeine Jahre mit dem darauf folgenden Schaltjahre würden die ganze Verbeſſerung ausmachen. In der That hat Julius Cäſar, bey ſeiner Berichtigung des römiſchen Calenders, dieſe ſehr einfache Einſchaltung beliebt; dieſelbe iſt, vornehmlich in den Abendländern, beynahe 1600 Jahr lang überal gebraucht worden, und wird noch jetzt von denen beybehalten, die ſich zu der griechiſchen Religion bekennen.

§. 507. Da aber das tropiſche Jahr die angenommene Gröſſe nicht hat, ſondern mit viel gröſſern Rechte nur auf 365 Täge 5 Stunden und 48¾ Minuten geſetzt wird: ſo konte dieſe Einſchaltung den vorgeſetzten Zweck nicht völlig erreichen, und das julianiſche Jahr muſte mit der Zeit weit genug von dem tropiſchen abweichen. Der Ueberſchuß deſſelben über das tropiſche Jahr, wie es hier angeſetzt wird, beträgt 11¼ Minuten. Dieſe geben in vier Jahren 45 Minuten oder ¾ Stunden, welche über die Gebühr eingeſchaltet werden, und dieſe ¾ Stunden machen nach 32 Schaltjahren, da ſie zwey und dreyßigmal eingeſchaltet worden ſind, genau einen natürlichen Tag aus, welcher demnach hätte weggelaſſen, und das zwey und dreyßigſte Schaltjahr zu einem gemeinen gemacht werden ſollen. Da dieſes nicht geſchehen iſt, ſo muſte nach jeden 128 Jahren der Anfang des julianiſchen Jahres um einen ganzen Tag ſpäter fallen, als der Anfang des tropiſchen.

§. 508. Der römiſche Biſchof Gregorius hat im Jahre 1582 dieſen Fehler verbeſſert, indem er, mit Auslaſſung ganzer zehn Täge, welche ſeit der nicäiſchen Kirchenverſamlung zu viel eingeſchaltet waren, den 15 October dieſes Jahres unmittelbar auf den vierten folgen ließ. Er verordnete überdieſes, daß zwar jedes vierte Jahr, nach wie vor, ein Schaltjahr seyn ſolte, doch aber mit Auslaſſung dreyer Schalttäge aus vierhundert Jahren, welche er ſo vertheilte, daß er die Jahre 1700, 1800, 1900 zu gemeinen, das Jahr 2000 aber wieder zu einem Schaltjahre machte: und in dieſer Ordnung ſolte es immer fortgehen. Dieſes iſt das gregoriſche Jahr, nach welchem ſich gegenwärtig faſt ganz Europa richtet.

§. 509. Es ſind in der That die Fehler dieſer Einſchaltung gering genug. *T.VI.F.*99. Da bey der angenommenen Gröſſe des tropiſchen Jahres in 128 Jahren 31 Tage eingeſchaltet werden müſſen, ſo kommen derer auf vierhundert Jahre $96\frac{7}{8}$, ſtatt welcher in dieſer Zeit würklich 97 eingeſchaltet werden, welches um $\frac{1}{8}$ eines Tages, das iſt, um 3 Stunden zu viel iſt. Da nun dieſe 3 Stunden achtmal genommen wieder einen Tag geben, ſo folgt, daß die Gregorianer in dem Zeitraume 400 achtmal genommen, oder in 3200 Jahren, einen Tag zu viel einſchalten, und alſo jedes vom Anfange ihrer Einrichtung an gezähltes dreytauſend zweyhundertſtes Jahr zum gemeinen Jahre machen müſſen, wenn ſie nie mehr, als beynahe um einen ganzen Tag, von dem Himmel abweichen wollen. Geſetzt nehmlich das tropiſche Jahr habe auf das genauſte die Länge von 365 Tagen 5 Stunden und $48\frac{3}{4}$ Minuten, und behalte dieſelbe ohne Veränderung zu allen Zeiten.

Abweichung des gregoriſchen Jahres.

§. 510. Dem ohngeachtet weichet in dem Zeitraume von 400 Jahren, welcher bey der gregoriſchen Einſchaltung zum Grunde gelegt wird, der Anfang des bürgerlichen Jahres von dem Anfange des tropiſchen zu gewiſſen Zeiten um mehr als einen Tag ab. Dieſes deutlich zu machen, wollen wir das tropiſche Jahr mit dem Zeitpuncte anfangen, in welchem die Sonne in das Zeichen des Widders trit, uns ſelbſt aber in einen der Oerter der Erde verſetzen, nach deſſen Uhr ſich in dieſem Zeitpuncte ein Tag anfängt, welchen wir zugleich zu dem erſten Tage des bürgerlichen Jahres machen wollen. Dieſes Jahr ſoll in dem Zeitraume von 400 Jahren das erſte ſeyn, alſo das erſte nach 1600 ſeit unſers Herrn Geburth, oder ein anderes dergleichen. Alsdenn wird das Jahr darauf der Augenblick der Nachtgleiche um 5 Stunden $48\frac{3}{4}$ Minuten nach dem Anfange des Jahres eintreten, das nachfolgende um 11 Stunden und $37\frac{1}{2}$ Minuten, und das dritte um 17 Stunden und $26\frac{1}{4}$ Minuten. In dem vierten hierauf folgenden Jahre müſte die Nachtgleiche um 23 Stunden 15 Minuten ſpäter fallen, als der Anfang des Jahres, wenn dieſes nicht zum Schaltjahre gemacht würde. Da dieſes aber geſchiehet, und dadurch der Anfang des bürgerlichen Jahres um vier und zwanzig Stunden weiter hinausgeſetzt wird, ſo fält in dieſem Jahre der Augenblick der Nachtgleiche würklich um 45 Minuten vor dem Anfange des Jahres: und da derſelbe in den nächſten vier Jahren eben ſo zurück rucket, wie in den vier vorhergehenden; ſo werden nunmehro die Zeiten, um welche die

T. VI. F. 99. Nachtgleiche ſpäter einfält, als der Anfang des Jahres, ſämtlich um 45 Minuten kleiner als ſie in den vorhergehenden Jahren waren. Das zweite Schaltjahr ſetzt die Nachtgleiche noch um andere 45 Minuten vor dem Anfange des bürgerlichen Jahres, und ſo jedes anderes; woraus folgt, daß nach vier und zwanzig Schaltjahren, (und ſo viele ſind deren in dem erſten Jahrhunderte) die Nachtgleiche ſich um 18 Stunden vor dem Anfange des Jahres ereignen werde.

§. 511. Von dieſem Zeitpuncte nun rücket der Augenblick der Nachtgleiche in den nächſten vier Jahren um 23 Stunden und 15 Minuten fort, und ereignet ſich alſo am Ende des letzten dieſer Jahre, welches zugleich der Anfang des erſten im zweiten Hunderte iſt, um 5 Stunden 15 Minuten nach dem Anfange des Jahres. Da nun in den nächſten drey Jahren die Nachtgleiche noch immer fortrücket, ſo muß dieſelbe nach dem letzten derſelben um nicht weniger als 22 Stunden $41\frac{1}{4}$ Minuten nach dem Anfange des Jahres einfallen. Die darauf folgenden Schaltjahre verkürzen dieſe Abweichung in der That: mit dem Ende des zweiten Jahrhunderts aber kommen noch andere $5\frac{1}{4}$ Stunden hinzu, und es fält am Ende dieſes Jahrhunderts die Nachtgleiche ganze $10\frac{1}{2}$ Stunden ſpäter, als der Anfang des Jahres. Eben ſo iſt es auch mit dem Ende des dritten, da die Nachtgleiche ſich um $15\frac{3}{4}$ Stunden ſpäter, als der Anfang des Jahres ereignet. Dieſe Abweichung iſt die gröſte unter allen in ihrer Art: weil beym Ende des vierten Jahrhunderts, durch eine neue Einſchaltung, der Augenblick der Nachtgleiche wieder um drey Stunden vor den Anfang des Jahres geſetzt wird. Es kommen aber in den erſten drey Jahren des vierten Jahrhunderts zu dieſen $15\frac{3}{4}$ Stunden noch 17 Stunden $26\frac{1}{4}$ Minuten hinzu, um welche der Augenblick der Nachtgleiche noch ſpäter fält, ſo daß ſich derſelbe in allen um 33 Stunden $11\frac{1}{4}$ Minuten verſpätet. Und dieſes iſt die gröſte Abweichung nach dieſer Seite. Denn durch die folgenden Einſchaltungen wird die Nachtgleiche dem Anfange des Jahres wieder näher gebracht, und endlich vor denſelben geſetzt, ſo daß ſie nunmehro ſich vor dem Anfange des Jahres ereignen muß.

§. 512. Die Zeit der Abweichung an dieſer Seite, mit welcher nehmlich der Augenblick der Nachtgleiche vor dem Anfange des Jahres vorher gehet, iſt ebenfals bald gröſſer bald kleiner: ſie kan aber nie mehr als 24 Stunden betragen. Denn ſie rühret blos von der Einſchaltung her, welche nie geſchiehet wenn ſich die Nachtgleiche

gleiche vor dem Anfange des Jahres ereignet. Da alſo auch niemals mehr als ein ganzer Tag auf einmal eingeſchaltet wird, ſo iſt es nicht möglich, daß dadurch dieſer Zeitpunct um mehr als einen Tag vor den Anfang des Jahres vorausgeſetzt werden ſolte. Der einzige Fall, in welchem derſelbe in dem gregoriſchen Calender um einen ganzen Tag vor dem Anfange des Jahres vorhergehet, iſt das 3200 Jahr des angenommenen Zeitraumes, in welchem, nach unſerer Rechnung, der Anfang des tropiſchen Jahres ohne Einſchaltung wieder genau in den Anfang des bürgerlichen fält. Wird alſo in dieſem Jahre die gewöhnliche Einſchaltung beobachtet; ſo wird dadurch allerdings der Anfang des bürgerlichen Jahres um einen vollen Tag verſpätet. T.VI.F.99.

Die Monathe.

§. 513. Bey der Eintheilung des bürgerlichen Jahres in 12 Monathe iſt viel willkührliches. Solte jeder derſelben dreyſſig Täge bekommen, ſo blieben fünf Täge, und im Schaltjahre, ſechs übrig, welche in die Monathe dergeſtalt hätten vertheilet werden können, daß fünf oder ſechſe derſelben 31 Täge bekämen und die übrigen 30. Es wird aber anſtatt deſſen die folgende Ordnung beobachtet:

Martius	*Auguſtus*	*Ianuarius*
Aprilis	*September*	*Februarius.*
Maius	*October*	
Iunius	*November*	
Iulius	*December*	

Die Monathe, deren Nahmen vorſtehen, bekommen 31 Täge, die übrigen 30, der Februar aber bekomt im gemeinen Jahre 28, und im Schaltjahre 29.

§. 514. Die Veranlaſſung das Jahr in zwölf Monathe zu theilen, hat der Mond gegeben; welcher Körper unter allen, die wir am Himmel wahrnehmen, nach der Sonne am meiſten in die Augen fält, indem er uns ohngefehr ſo gros erſcheinet, als die Sonne, und uns ein Licht zuſendet, welches, in Ermangelung des Lichts derſelben, zu verſchiedenen unſerer Verrichtungen hinlänglich iſt. Dieſer Körper verändert ſeine Geſtalt in einem Zeitraume von beynahe $29\frac{1}{2}$ Tägen

T.VI.F.99. gar ſehr. Er erſcheinet uns in demſelben einmal als eine über und über gleich ſtark erleuchtete Scheibe, die wir den Volmond nennen: und nach der Hälfte dieſer Zeit, oder nach vierzehn Tägen, wird er völlig unſichtbar, welches wir dadurch ausdrucken, daß wir ſagen, es ſey Neumond. Denn bald hernach erſcheinet uns ein geringer Theil des Mondes wieder erleuchtet, in der Geſtalt einer Sichel; und dieſe wird von Tag zu Tag breiter, bis endlich die inwendige Gränze dieſer Sichel ſich in eine gerade Linie verwandelt, und dadurch dem Monde die Geſtalt einer halben Scheibe giebt. Dieſes nennen wir das erſte Mondviertel, welches die Zeit von dem Neumonde bis an den Volmond wieder in zwo Hälften theilet, deren eine $7\frac{3}{8}$ Tage beträgt, oder wenn der Bruch weggelaſſen wird, eine Woche. Von dem erſten Viertel wächſet der erleuchtete Theil des Monds noch immer, indem die Gränze deſſelben, welche bey dieſem Viertel geradlinicht war, ſich auswärts beuget, und dieſes von Tag zu Tag mehr, bis endlich dadurch die völlige Rundung des Volmonds entſtehet.

§. 515. Von dem Volmonde nimt alsdenn der erleuchtete Theil der Scheibe wieder ab, bis zum letzten Viertel, und ſo weiter zum Neumonde, und dieſes dergeſtalt, daß die Zeit vom Volmonde bis zum letzten Viertel, der vom erſten Viertel bis zum Volmonde verfloſſenen, beynahe gleich wird, und die vom letzten Viertel bis zum Neumonde, der vom Neumonde bis zum erſten Viertel. Eben die Bewantniß hat es auch mit jeden zwo andern Erſcheinungen des Monds vor und nach dem Volmonde, die beide eben die Geſtalt und Gröſſe haben. Die Zeit, welche von einer dieſer Erſcheinungen bis an die andere verflieſſet, wird immer von dem Zeitpuncte des Volmonds in zwey Theile getheilet, deren Unterſchied gering, und nicht ohne Mühe zu entdecken iſt.

§. 516. Alles dieſes macht den Gebrauch des eigentlichen Mondenmonaths gar leicht und bequem; und es brauchte nicht vieles Nachſinnen demſelben eine Länge zu geben, bey welcher der Neumond immer in den erſten Tag des Monaths fallen muſte. Man durfte nur auf einen Monath von 30 Tagen einen von neun und zwanzigen folgen laſſen, auf dieſen wieder einen von dreißigen, und ſo immer wechſelsweiſe. Dieſes würde den Neumond auf immer an den erſten Tag des Monaths gebunden haben, und den Volmond an den mittelſten Tag deſſelben, wenn der Zeitraum von einem Volmonde oder Neumonde zu dem nächſten würk-

lich nicht mehr oder weniger als 29 Täge und 12 Stunden betrüge. Es iſt aber derſelbe um 44 Minuten und beynahe 3 Secunden gröſſer, und dieſer Ueberſchuß verurſachet in 33 Monathen einen Fehler von einem ganzen Tage und $13\frac{2}{3}$ Minuten. Es war leicht dieſen 33 Monathen einen Tag zu zuſetzen, indem man einen derſelben um einen Tag länger machte. Der dadurch übrig gelaſſene Fehler von $13\frac{2}{3}$ Minuten in 33 Monathen iſt klein genug, und konte erſt nach 3477 Monathen einen ganzen Tag ausmachen. Eine eben nicht ſehr genaue Beobachtung des Mondes konte die Nothwendigkeit hiervon zeigen, und die Zeit, in welcher ein Tag einzuſchalten war, an die Hand geben. T.VI.F.99.

Das Mondenjahr.

§. 517. Bey dieſer Einrichtung wird zwar der Anfang und das Mittel eines jeden Monaths durch ein ſichtbares Zeichen angegeben, ja faſt jeder Tag deſſelben von einem jeden andern durch eine beſondere Geſtalt, in welcher ſich der Mond an demſelben zeiget, unterſchieden. Es läßt ſich aber aus einer gewiſſen Zahl ſolcher Mondenmonathe das Sonnenjahr nicht zuſammenſetzen. Zwölfe derſelben kommen dieſem Jahre am nächſten. Da aber deren ſechſe 30 Täge, und die übrigen nur 29 Täge halten müſſen, ſo bekomt das aus dieſen zwölf Monathen zuſammengeſetzte Mondenjahr nicht mehr als 354 Täge, und alſo 11 Täge weniger, als das gemeine Sonnenjahr, welches deren 365 enthält. Die Abſicht, daß der Neumond immer an einem gewiſſen Tage des Monaths gebunden bleiben ſolte, leidet keine andere Einſchaltung, als die eines ganzen Monaths von 29 oder 30 Tägen. Dieſe aber kan den Anfang des Mondenjahrs unmöglich immer auf einen gewiſſen Tag des Sonnenjahrs bringen; und die Stunden ſamt deren Theile, um welche beiderley Jahre die angegebene ganze Zahlen der Täge übertreffen, machen die Sache noch verwirter.

§. 518. Das einzige, ſo durch die Einſchaltung ganzer Monathe verhindert werden konte, iſt eine allzuſtarke Abweichung des Anfangs des Mondenjahres, von der Zeit des Umlaufs der Sonne, bey welchem dieſer Anfang bald in den Sommer, bald in den Winter oder eine andere Jahreszeit gefallen wäre. Und dazu hat der Zeitraum von 19 Jahren, welchen Meton zuerſt in Griechenland bekant gemacht hat, vorzüglich bequem geſchienen. Nach dieſer Zeit fallen die Neumonden, und alſo auch die Volmonden, wieder auf eben die Täge des

Sonnen=

T.VI.F.99. Sonnenjahres, ja beynahe in eben die Stunden. Denn wenn wir die Länge des Sonnenjahres noch immer auf 365 Täge, 5 Stunden $48\frac{3}{4}$ Minuten ſetzen, ſo enthalten 19 dieſer Jahre 6939 Täge, 14 Stunden $26\frac{1}{4}$ Minuten. Wird aber die Zahl 6939 durch die Summe von 30 und 29, welche 59 iſt, getheilet, ſo komt 117, mit dem Ueberſchuſſe von 36, welches anzeigt, daß in 6939 Tägen 117 Monathe von 30 und eben ſo viel von 29 Tagen enthalten ſind, und noch über dieſes 36 Täge. Dieſe 36 Täge geben einen Monath von 30 mit 6 übrigen Tägen, durch welche ſechs Monathe von 29 in eben ſo viele von 30 verwandelt werden können. Dadurch wird die Summe aller Monathe von dreyßig Tägen, die in dem Zeitraume von 19 Jahren enthalten ſind, $117 + 1 + 6 = 124$, und die Summe aller Monathe von 29 Tägen, $117 - 6 = 111$, welche Zahlen gehörig eingetheilt, ſo daß ein Jahr gemeiniglich 12, zuweilen aber 13 Monathe bekomt, den Anfang des Mondenjahres bey Verflieſſung der 19 Jahre wieder auf eben den Tag bringen werden, auf welchen er im Anfange derſelben gefallen iſt; zum Beyſpiel, auf den Tag der einen oder andern Nachtgleiche.

§. 519. Wil man genau ausmachen, ob und wie ſehr die Zeit von 235 Monathen von 19 genau genommenen Sonnenjahren abweiche, ſo darf man nur 29 Täge, 12 Stunden 44 Minuten und 3 Secunden, welche die Länge eines Monaths ausmachen, 235mal nehmen. Es werden dadurch 6939 Täge 16 Stunden $31\frac{3}{4}$ Minuten herausgebracht: neunzehn Sonnenjahre aber halten nicht mehr als eben ſo viele Täge, 14 Stunden und $26\frac{1}{4}$ Minuten, welche von den vorigen abgezogen 2 Stunden $5\frac{1}{2}$ Minuten übrig laſſen. Um ſo viel ſind alſo 235 Monathe gröſſer als 19 Sonnenjahre; und um ſo viel wird gefehlet, wenn man dieſe zwo Währungen einander völlig gleich ſetzet. Dieſer Abweichung und allen übrigen Schwierigkeiten, welche bey der Vergleichung des Mondenjahres mit der Zeit des Umlaufs der Sonne, unveränderlich ſind, mit einemmal abzuhelfen, und alle Jahre, ſo weit es möglich war, einander gleich zu machen, iſt in dem römiſchen Calender, deſſen wir uns bedienen, das Mondenjahr gänzlich bey Seite geſetzt worden. Es wurden alſo blos die 365 Täge des gemeinen Jahres in zwölf einander beynahe gleiche Theile getheilt, welche bey uns den Nahmen der Monathe führen, und zum Unterſchiede der Monden-Monathe auch Sonnenmonathe genennet werden.

Täge der Volmonde.

§. 520. Es iſt andem, daß bey dieſer Eintheilung des Jahres die Neu= T.VI.F.99.
monde, und mit denſelben die Volmonde und Viertel, immer auf andere und andere Täge der beynahe wilkührlich angenommenen Sonnenmonathe fallen. Und doch müſſen dieſe Täge voraus bekant ſeyn, theils weil ſie in verſchiedene unſerer Verrichtungen einen Einfluß haben, vornehmlich aber, weil ſich nach denſelben das Oſterfeſt der Chriſten, nebſt verſchiedenen andern Feſttägen richtet. Denn es iſt in der nicäiſchen Kirchenverſammlung feſtgeſetzt worden, daß Oſtern immer an dem Sontage gefeyert werden ſoll, welcher zunächſt auf den nach der Nachtgleiche des Frühlings einfallenden Volmond folget, um zu verhindern daß der Oſtertag der Chriſten nicht auf den Tag des jüdiſchen Paſcha falle, welcher ſelbſt der Tag des angezeigten Volmondes iſt: und nach dem dergeſtalt beſtimten Oſtertage richten ſich die Pfingſten, ſamt allen übrigen ſogenanten beweglichen Feſten, die nicht an gewiſſe Monathstäge gebunden ſind, ſondern bald früher bald ſpäter fallen. Es laſſen ſich aber auch die Monathstäge, auf welche die Volmonde nach der mitlern Bewegung, welche die Mondenmonathe einander völlig gleich machet, ob ſie es zwar eigentlich nicht ſind, in jedem Jahre fallen, auch ſonſt ohne groſſe Schwürigkeit ausmachen.

§. 521. Vorzüglich iſt der Tag des Oſtervolmondes zu beſtimmen, welcher nehmlich unmittelbar vor dem Oſtertage vorher gehet. Dazu hat man ſich vor dem der ſogenanten güldenen Zahl bedienet. Es wurden nehmlich, von dem Anfange des Jahres vor der Geburth des Heilandes an, neunzehn Jahre gezählet. Mit dem Anfange des zwanzigſten dieſer Jahre wurde ein neuer Zeitraum von neunzehn Jahren angefangen, und ſo immer fort gefahren. Man nahm an, daß in jedem erſten Jahre eines ſolchen Zeitraumes der Oſtervolmond auf eben den Monathstag falle, und ſo in jedem zweiten, in jedem dritten, und ſo weiter. Nun war es eben nicht ſchwer jedem dieſer Täge ausfindig zu machen, indem man eine Beobachtung zum Grunde ſetzte, und von dem Tage dieſes Volmonds die Mondenmonathe fortzählte: da ſich denn die Täge aller Volmonde in jedem der angenommenen neunzehn Jahren geben muſten: unter welchen derjenige, ſo zunächſt auf den Tag der Nachtgleiche des Frühlings folget, leicht auszuleſen war, indem geſetzt wurde, daß dieſe Nachtgleiche, durch die vom Kayſer Julius eingeführte Einſchaltung, beſtändig an den 21ſten März gebunden bleibe. Die der-

T.VI.F.99. geſtalt verfertigte Tafel wurde auch für den nächſten Zeitraum von neunzehn Jahren gebraucht, und für jeden der folgenden, ſo daß man nur zu wiſſen brauchte, das wievielſte jedes ſeit der Geburth des Herrn gerechnetes Jahr in einem dieſer Zeitraume ſey, um für daſſelbe den Tag, auf welchen der nächſte Volmond nach dem 21ſten März einfält, aus der Tafel nehmen zu können. Dieſes aber zu erfahren, durfte man nur von der ſogenanten Jahrzahl, neunzehn, ſo oft es geſchehen konte, abziehen, und dem was übrig blieb ein Jahr zuſetzen. Die dergeſtalt gefundene Zahl war die verlangte, welche wegen ihres Nutzens, und vielleicht auch aus andern Urſachen den Nahmen der güldenen Zahl führet. Es iſt aber aus dem, ſo wir (518) geſehen haben, klar, daß dieſe Art zu rechnen endlich um viele Täge von dem Himmel abweichen, und den Volmond früher geben müſſe, als er in der That einfält.

Aſtronomiſche Epacten.

§. 522. Viel richtiger werden die Neumonden das ganze Jahr durch vermittelſt der Epacten gegeben. Wir werden gleich ſehen was dieſes vor Zahlen ſind, und wie vermittelſt derſelben die mitlern Neumonden mit völliger Zuverläſſigkeit beſtimmet werden. Wenn nehmlich die Zeit von einem Neumonde bis zum andern, die wir öfters gebraucht haben, das iſt, 29 Täge, 12 Stunden, 44 Minuten und 3 Secunden, von den 31 Tägen abziehet, die den Jennermonath ausmachen, ſo bleibt 1 Tag, 11 Stunden 15 Minuten und 57 Secunden übrig, welche anzeigen, daß wenn der erſte Neumond des Jahres genau in den Anfang deſſelben fält, welches der Augenblick des Mittags des erſten Jenners iſt, der zweite Neumond 1 Tag $11\frac{1}{4}$ Stunden und etwas drüber, vor dem Ende dieſes Monaths, oder den Anfang des Hornung, einfallen werde. Dieſe Zahl der Täge, Stunden und ihrer Theile iſt nun die Epacte des Hornungs. Und die Epacte eines jeden andern Monaths iſt die Zahl der Täge Stunden und ihrer Theile, um welche ſich der nächſte Neumond vor dem Anfange dieſes Monaths, in eben dem Falle ereignet, wenn nehmlich der erſte Neumond des Jenners genau in deſſen Anfang fält. Sol alſo die Epacte des Märzmonaths gefunden werden, ſo ſind der Epacte des Hornungs noch die 28 Täge dieſes Monaths zuzuſetzen. Dadurch kommen nicht mehr als 29 Täge, 11 Stunden 15 Minuten und 57 Secunden heraus, welches weniger iſt als ein eigentlicher Monath von 29 Tägen, 12 Stunden, 44 Minuten und 3 Secunden. Es

gehet alſo eben der Neumond, welcher unmittelbar vor dem Anfange des Hor- *T.VI.F.99.* nungs vorher gieng, auch unmittelbar vor dem Anfange des Märzes vorher, und die Epacte dieſes Monaths beträgt 29 Täge, 11 Stunden, 15 Minuten und 57 Secunden. Werden nun zu dieſer Epacte wieder die 31 Täge des Märzes geſetzt ſo kommen 60 Täge, 11 Stunden 15 Minuten und 57 Secunden, um welche eben der Neumond vor dem Anfange des Aprils vorhergehet. Es iſt aber dieſer Neumond nicht der nächſte vor dem Anfange des Aprils, weil in dem gefundenen Zeitraume zween ganze Mondenmonathe enthalten ſind. Werden dieſe abgezogen, ſo bleibt 1 Tag 9 Stunden 47 Minuten und 51 Secunden übrig, die zwiſchen dem nächſten Neumonde und dem Anfange des Aprils verflieſſen: und auf dieſe Art wird die Epacte eines jeden der folgenden Monathe gefunden. Man ſetzet zu der Epacte des vorhergehenden Monaths die Zahl der Täge des Monaths deſſen Epacte man finden will, und ziehet von der Summe die Länge eines Mondenmonaths ab; der Ueberſchuß iſt die geſuchte Epacte, wie dieſe in der nachſtehenden Tafel neben dem Nahmen des Monaths ſtehet, zu welchem ſie gehöret.

Jan.	$0^d, 0^h, 0', 0''$	May	$1^d, 21^h, 3' 48''$	Sept.	$6^d, 18^h, 7', 36''$
Feb.	1, 11, 15, 57	Jun.	3, 8, 19, 45	Oct.	7, 5, 23, 33
März	29, 11, 15, 57	Jul.	3, 19, 35, 42	Nov.	8, 16, 39, 30
April	1, 9, 47, 51	Aug.	5, 6, 51, 39	Dec.	9, 3, 55, 27

§. 523. Wenn auch zu der Epacte des December die Zahl der Täge dieſes Monaths 31 hinzugeſetzt, und von der Summe die Länge eines eigentlichen Monaths abgezogen wird, ſo komt die Epacte von 10 Tägen 15 Stunden 11 Minuten und 24 Secunden, welche anzeigt, daß der nächſte Neumond ſo viele Täge, Stunden und Minuten vor dem Anfange des Jahres, ſo auf das zuerſt angenommene folget, einfallen werde. Mit dieſem Neumonde rücken ſodann auch die Neumonde aller übrigen Sonnenmonathe zurück, und fallen um 10 Täge, 15 Stunden 11 Minuten und 24 Secunden früher, als ſie in dem vergangenen Jahre einfielen. Dieſe iſt die Epacte eines gemeinen Jahres. Denn die Epacte des Schaltjahres iſt um einen Tag gröſſer, weil dieſes Jahr einen Tag mehr, als das gemeine, in dem der Hornung deſſelben enthält, von deren letzten die monathliche Epacte eben ſo zurück gezählet wird, als von dem 28ſten des Hornungs

 eines

T.VI.F.99. eines gemeinen Jahres. Die Epacte zweyer gemeinen Jahre iſt alſo 21 Tage 6 Stunden 22 Minuten 48 Secunden, doppelt ſo groß als die vorige, weil in jedem gemeinen Jahre die Neumonden gleich ſtark vorrucken, und durch die Zuſammenſetzung dieſer beiden Epacten komt die zu drey gemeinen Jahren gehörige von 31 Tägen, 21 Stunden 34 Minuten und 12″, welche anzeiget, wie weit eben der Neumond vor dem Anfange des Jahres vorgerücket. Weil aber dieſe Zeit mehr beträgt, als ein Monath von 29 Tägen, 12 Stunden 44 Minuten und 3″, ſo iſt der dadurch angezeigte Neumond nicht der nächſte vor dem Anfange des Jahres, ſondern es muß dieſer Monath von der gefundenen Zeit abgezogen werden, damit die eigentliche Epacte von 2 Tägen, 8 Stunden, 50 Minuten und 9″ herauskomme. Wird endlich hierzu noch die Epacte des Schaltjahres geſetzt, wodurch 14 Täge, 1 Minute und 33 Secunden kommen, ſo iſt dieſes die Epacte zu vier auf einander folgenden Jahren, woraus die Epacten zu 8, 12, 16, 20 und mehrern Jahren leicht zu berechnen iſt.

§. 524. Iſt nun auch die Epacte eines gewiſſen Jahres aus den Beobachtungen geſchloſſen worden, als die zum Schaltjahr 1760 gehörige, die nach der pariſer Uhr 13 Täge 5 Stunden und beynahe 2 Minuten beträgt, ſo bekomt man die Epacte eines jeden andern Jahres, wenn man zu derſelben, ſo oft es nöthig iſt, die Epacte zu vier Jahren, und ſodenn, wenn das Jahr das erſte nach dem Schaltjahre iſt, die Epacte von einem Jahre, iſt es das zweite, die Epacte von zwey Jahren, und ſo fort, hinzuſetzet: von der Summe aber ſo viele ganze Mondenmonathe abziehet, als in derſelben enthalten ſind. Wird alsdenn zu dieſer Epacte des Jahres auch die Epacte des Sonnenmonaths hinzugethan, deſſen Neumond verlangt wird, und dadurch die Zeit gefunden, welche zwiſchen dem Anfange des Monaths und dem unmittelbar vorhergegangenen Neumonde verfloſſen iſt: ſo darf man nur von dieſem Neumonde an einen ganzen Mondenmonath fortzählen, um den Zeitpunct zu finden, in welchem der mittlere Neumond des vorgegebenen Sonnenmonaths fällt. Dieſes Fortzählen aber geſchiehet auf einmal, wenn man von 29 Tägen 12 Stunden und 44′ die gefundene Epacte des Monaths (die immer kleiner ſeyn wird, als dieſe Zahl) abziehet, und eine kleine Tafel kan die Arbeit noch mehr erleichtern. Auf dieſe Art werden die mitlern Neumonde das ganze Jahr durch gefunden, und zugleich die darauf folgenden mitlern Vollmonde, wenn man zu dem Zeitpuncte des Neumonden die Hälfte eines Mondenmonaths, das iſt, 14 Täge 18 Stunden und 22 Minuten hinzuſetzet.

§. 525.

§. 525. Es kan die dergeſtalt berechnete Zeit beynahe um einen ganzen Tag von derjenigen entfernet ſeyn, in welcher ſich der Neumond oder Volmond würklich an dem Himmel ereignet. Noch mehr aber kan gefehlet werden, wenn man ſich, anſtatt der erklärten aſtronomiſchen, derjenigen Epacten bedienet, nach welchen der römiſche Calender berechnet wird: weil bey deren Einrichtung mehr auf die Leichtigkeit der Rechnung, und darauf, daß dieſelbe durch alle Zeiten gleichförmig bleiben möge, als auf die ſtrengſte Richtigkeit geſehen worden iſt. Weswegen auch die Proteſtanten in Teutſchland ihre Oſterrechnung, nicht auf dieſe gregoriſche Epacten, ſondern auf den wahren Zeitpunct des zunächſt nach der Nachtgleiche des Frühlings einfallenden Volmondes, wie dieſer durch die rudolphiniſche Tafeln angegeben wird, zu gründen vor das beſte gehalten haben. Wir müſſen aber dieſe Berechnung, welche vorausſetzet, daß man den eigentlichen Ort des Mondes an dem Himmel für jeden Zeitpunct anzugeben wiſſe, noch zur Zeit ausgeſetzt ſeyn laſſen, bis wir uns um die eigentliche Bewegung der himliſchen Körper werden bekümmern können, und uns indeſſen an die bloſſen Erſcheinungen halten. *T.VI.F.*99.

Die Bahn des Mondes.

§. 526. Wir ſehen aber den Mond ſich, ſo wie die Sonne, an dem Sternhimmel in einem fort von Abend gegen Morgen bewegen, und er entfernet ſich bey dieſer Bewegung nicht einmal ſehr von der Bahn der Sonne. Denn ſeine gröſte Abweichung von der Ecliptic beträgt nie mehr als 5 Grade und 18 Minuten, welches kaum den acht und ſechzigſten Theil der Länge derſelben ausmachet: ſo daß, wenn man dieſen an dem Sternhimmel beſchriebenen Kreis gerade biegen, und durch *AB* (*T. VI. Fig.* 100.) vorſtellen will, man dieſer *AB*, in einer Entfernung von nicht mehr als den acht und ſechzigſten Theil derſelben, oder den vier und dreyßigſten ihrer Hälfte $AC = CB$, die *ab* zu beiden Seiten parallel ziehen muß, um die Kreiſe vorzuſtellen, zwiſchen welchen ſich der Mittelpunct des Mondes beſtändig aufhält, ohne ſie zu überſchreiten. Bey einer ſo geringen Breite dieſes Streifen kan dieſe gänzlich bey Seite geſetzt, und angenommen werden, daß ſich der Mond würklich in der Fläche der Ecliptic bewege, ſo lang es uns nur um die Erklärung ſolcher Erſcheinungen zu thun iſt, die keine genauere Beſtimmung erfordern. *T. VI. Fig* 100.

T. VI. Fig. 100. §. 527. Es verändert aber der Mond bey dieſem Umlaufe um die Erde ſeine Entfernung von dem Mittelpuncte derſelben ſogar ſehr nicht. Sein Durchmeſſer erſcheinet nie viel gröſſer als $33\frac{1}{2}$ Minuten, und nie viel kleiner als $29\frac{1}{2}'$, woraus folget, daß die gröſte Entfernung deſſelben von dem Mittelpuncte der Erde, ſich zu der kleinſten beynahe wie 67 zu 59 verhalte. Der Unterſchied dieſer Zahlen iſt 8, welche Zahl über 7mal in 59 enthalten iſt. Dieſes zeuget nun zwar von einer an ſich gar nicht unbeträchtlichen Veränderung des Abſtandes: die aber doch in die gröbern Erſcheinungen einen ſo geringen Einfluß hat, daß wir uns zum Anfange die Bahn des Mondes um die Erde als den Umkreis eines Cirkels vorſtellen können, der ſeinen Mittelpunct in dem Mittelpuncte der Erde hat. Der mitlere ſcheinbare Durchmeſſer des Mondes wird von ſorgfältigen Beobachtern auf 31 Minuten und 31 Secunden geſetzt.

§. 528. Da aber doch die Veränderung des Abſtandes des Monds von dem Mittelpuncte der Erde an ſich beträchtlich genug iſt: ſo kan auch die Horizontparallaxe deſſelben nicht immer von einerley Gröſſe ſeyn. Und man ſiehet nach einer kleinen Betrachtung leicht, daß die Horizontparallaxe des Monds in eben der Verhältniß wachſen und abnehmen müſſe, in welcher ſein Durchmeſſer gröſſer oder kleiner erſcheinen würde, wenn man ihn aus dem Mittelpuncte der Erde betrachten könte. Denn da die Horizontparallaxe des Monds der Winkel iſt, in welcher ein Auge in dem Monde den halben Durchmeſſer der Erde ſehen würde, ſo muß ſie allerdings in eben der Verhältniß wachſen und abnehmen, in welcher ſich der Mond der Erde nähert, oder von derſelben entfernet, das iſt, in derjenigen, in welcher zugleich der ſcheinbare Durchmeſſer des in eben der Entfernung geſehenen Mondes geändert wird. Es kan dieſe Parallaxe auf verſchiedene Arten entdecket werden. Die begreiflichſte und ſicherſte beſtehet in der Vergleichung zwoer Mittagshöhen des Mondes, die zu gleicher Zeit an zween Orten des Erdbodens genommen werden, die, auf eben dem Mittagskreiſe, weit genug von einander entfernet ſind (305): und es beträgt ihre mitlere Gröſſe beynahe 57 Minuten und 26 Secunden, oder 3446 Secunden.

§. 529. Wenn alſo die Horizontparallaxe der Sonne auf 8,7 Secunden geſetzt wird, ſo zeiget die Vergleichung dieſer Parallaxen, daß uns der Mond 396 mal näher ſey als die Sonne; denn ſo oft ſind 8,7 in 3446 Secunden enthalten.

Werden

Werden nun aber in dem Dreyecke *TLS* (*T. VI. Fig.* 101.), deſſen Winkel bey *L* gerade iſt, der *TL* 8,7 und der *TS* 3446 Theile gegeben, ſo bekomt der Winkel *TSL* ohngefehr $8\frac{1}{2}$ Minuten. Dieſen Winkel ſchlieſſet alſo eine von dem Mittelpuncte der Sonne *S* nach dem Mittelpuncte der Erde *T* gezogene gerade Linie mit derjenigen ein, die von eben dem *S* nach dem Mittelpuncte des Mondes reichet, wenn dieſer bey ſeiner mitlern Entfernung von der Erde ſo ſtehet, wie er in der Zeichnung vorgeſtellet wird. Bey einer andern Entfernung iſt dieſer Winkel bey eben dem Stande des Mondes kaum um eine Minute gröſſer (528), ſonſt aber, wenn der Winkel *LTS* nicht gerade iſt, immer kleiner. Es iſt alſo eine von der Erde an den Mittelpunct der Sonne gezogene gerade Linie, einer ſich von dem Monde eben dahin erſtreckenden, beynahe parallel: und kan bey Betrachtungen, die ſich nicht mit jeder Kleinigkeit beſchäftigen, als derſelben völlig gleichlaufend angeſehen werden. Der Winkel, in welchem einem Auge in der Sonne die ganze Bahn des Mondes erſcheinen würde, kan alſo kaum mehr als 17 bis 19 Minuten betragen, welche Gröſſe die Hälfte des Winkels, in welchem wir von der Erde den Durchmeſſer der Sonne ſehen (314), gar wenig übertrift. *T. VI. Fig.* 101.

§. 530. Aus der Horizontparallaxe des Monds kan die Entfernung deſſelben von dem Mittelpuncte der Erde berechnet werden. Denn wenn in der 101ſten Figur der Winkel *TLS* gerade iſt, und der um *T* beſchriebene Kreis die Erde, *S* aber den Mittelpunct des Mondes vorſtelt, ſo iſt der Winkel *TSL* die Horizontparallaxe des Monds, und wenn *TL* zum Radius gemacht wird, *LS* die Cotangente dieſes Winkels, die geſuchte *TS* aber ſeine Coſecante. Nun wird aus der Tafel, zu dem Radius *TL* = 1, die Coſecante von 57 Minuten und 26 Secunden, vermittelſt einer kleinen Rechnung, gefunden 59,86. Dieſes iſt alſo der mitlere Abſtand des Mittelpuncts des Monds von dem Mittelpuncte der Erde, welcher leicht in teutſchen Meilen angegeben werden kan, nachdem die Gröſſe einer ſolchen Meile (267) beſtimt iſt.

Die Oberfläche des Mondes.

§. 531. Bey dieſer geringen Entfernung iſt es kein Wunder, daß wir den Mond durch gute Teleſcope ſo deutlich ſehen können. Es ſiehet auch ein bloſſes Auge gewiſſe Theile der Oberfläche des Monds merklich heller als die übrigen: durch das Fernrohr aber erſcheinen dieſe Flecken genau genug begränzet, ſo

daß

T. VI. Fig. 101. daß ſie mit beſondern Namen belegt, und dadurch von einander unterſchieden werden konten. Wird der Mond viele Tage nach einander betrachtet, in welchen die verſchiedenen Theile ſeiner Oberfläche dem Lichte der Sonne bald ſo bald anders ausgeſetzt ſind, ſo laſſen die Schatten, welche einige dieſer Theile auf andere werfen, uns nicht zweifeln, daß der Mond ein dunkler Körper ſey, welcher uns, wie die meiſten Körper die wir auf der Oberfläche der Erde ſehen, blos durch das Licht ſichtbar wird, welches er von der Sonne empfängt, und nach allen Seiten zerſpreitet. Eben dieſe Schatten zeigen deutlich, daß auf dem Monde viele und hohe Berge, mit den dazwiſchen liegenden Thälern, und einer Art anderer Vertiefungen ſind. Von Flüſſen, Seen oder ſonſt mit Waſſer bedeckten Stellen aber finden wir nicht die geringſte Spur: und es zeigt ſich die Oberfläche des Monds, wenn uns nur unſere Wolken erlauben wollen nach derſelben zu ſehen, immer ſo helle, daß wir gar nicht denken können, es ſey dieſer Körper in einen Dunſtkreiſe eingehüllet, in welchem ſich ſo, wie in unſerer Luft, Nebel und Wolken zuſammenziehen können. Die genaueſten Beobachtungen der Strahlen, welche, indem ſie von den Fixſternen kommen, dichte bey dem Monde vorbeygehen, ſtellen dieſelben als durchaus geradlinicht dar, und laſſen keinen Schein einiger Brechung, welche nothwendig erfolgen müſte, wenn der Mond, ſo wie unſere Erde, mit Luft umgeben wäre.

§. 532. Die Flecken um die Mitte des Monds bleiben uns immer ſichtbar, ſo lange ſie hinlänglich erleuchtet ſind. Am Rande entziehen ſich einige nach und nach unſerm Geſichte, indem andere an der entgegengeſetzten Seite zum Vorſchein kommen. Wir ſehen alſo zwar meiſtens, aber doch nicht völlig, immer eben die Seite des Mondes, welches wir nicht erklären können, wenn wir nicht demſelben, wenigſtens ſo weit er ſich zeiget, die Geſtalt einer Kugel zuſchreiben, die in Abſicht auf unſere Erde etwas um ihren Mittelpunct, bald nach dieſer bald nach einer andern Seite, hin und her wanket. Alle übrige Erſcheinungen beſtärken dieſes, und wer will zweifeln, daß der Mond dieſe Geſtalt einer Kugel durchaus habe, ob uns zwar ein gar groſſer Theil ſeiner Hälfte nie zu Geſicht komt; wenn nur dabey einige kleine Abweichungen von der volkommenſten Rundung zugeſtanden werden.

§. 533.

§. 533. Der mitlere Winkel, in welchem uns der halbe Durchmeſſer des Mondes aus dem Mittelpuncte der Erde erſcheinen würde, wird auf 15 Minuten und 42 Secunden geſetzt, oder auf 942 Secunden. Wird dieſer mit der Horizontparallaxe des Monds verglichen, die 3446 Secunden ausmachet, ſo findet ſich, daß er ſich zu derſelben wie 1 zu 3,66 verhalte. Da nun die Horizontparallaxe der Winkel iſt, in welchem der halbe Durchmeſſer der Erde aus dem Mittelpuncte des Mondes geſehen wird, und folgends in eben der Entfernung, in welcher ein in den Mittelpunct der Erde geſetztes Auge den Mond betrachtet; ſo folgt, daß auch der halbe Durchmeſſer des Monds ſich zu dem halben Durchmeſſer der Erde wie 1 zu 3,66 verhalte, das iſt, daß der halbe Durchmeſſer der Erde etwas weniger betrage, als den halben Durchmeſſer des Monds viermal genommen. Wird umgekehrt 942 durch 3446 getheilet, ſo zeiget ſich, daß der Halbmeſſer des Monds 0,27 des Halbmeſſers der Erde ausmache, welches etwas weniges mehr als ein Viertel iſt. Da alſo der Mond von der Sonne faſt eben ſo weit entfernet iſt, als die Erde, ſo kan der Winkel, in welchem ein in den Mittelpunct der Sonne geſetztes Auge den Halbmeſſer des Mondes ſehen würde, kaum mehr als den vierten Theil desjenigen, in welchem es den Halbmeſſer der Erde ſiehet, das iſt, kaum mehr als 2 Secunden, betragen. T. VI. Fig. 101.

Geſtalt des uns ſichtbaren erleuchteten Theils des Mondes.

§. 534. Und nun haben wir alles, ſo zur Erklärung der Geſtalten erfodert wird, in welchen uns der Mond nach und nach in jedem ſeiner Monathe erſcheinet. Wegen des groſſen Abſtandes der Sonne von dem Monde, welcher niemals beträchtlich gröſſer oder kleiner iſt, als der Abſtand derſelben von der Erde, wird immer nur etwas weniges mehr, als die Hälfte der Oberfläche des Mondes, von der Sonne erleuchtet. Dieſe erleuchtete Hälfte ſtehet nur in dem Falle dem Auge gerade entgegen, wenn ſich dieſes in der geraden Linie befindet, die ſich von dem Mittelpuncte des Mondes bis an die Sonne erſtrecket; und alsdenn ſiehet daſſelbe den Mond als eine über und über erleuchtete cirkelrunde Scheibe. Iſt aber (*T. VI. F.* 102.) *LS* die von dem Mittelpuncte des Mondes nach dem Mittelpuncte der Sonne laufende Linie, und es befindet ſich das Auge auſſer derſelben in der *LT*, ſo weit von *L* entfernet, daß es, wegen dieſer Entfernung, beynahe die Hälfte der Oberfläche des Mondes überſehen könte, und man bildet ſich ein, daß der Körper des Monds durch die beiden Linien *LS*, *LT* vermittelſt einer Fläche geſchnitten, und dadurch der um *L* T. VI. Fig. 102.

 beſchrie-

T. VI. Fig. 102. beſchriebene Cirkel zum Vorſchein gebracht worden ſey: ſo ſtellet der der *LS* perpendicular gelegte Durchmeſſer dieſes Cirkels *AB* den Umkreis vor, welcher den von der Sonne erleuchteten Theil des Mondes *ACB* von dem finſtern *ADB* abſondert. Die der *TL* perpendicular gezogene *EF* aber iſt der Durchmeſſer desjenigen Kreiſes, welcher den, einem in der *LT* weit genug von *L* entfernten Auge ſichtbaren Theil der Oberfläche des Mondes, von dem unſichtbaren abſondert. Es würde nehmlich dieſes Auge den Bogen *EGF* ganz überſehen, wenn ſich nicht der Theil deſſelben *BF* auſſer dem von der Sonne erleuchteten Theile des Monds befände. So aber ſiehet daſſelbe nur den Theil deſſelben *EGB*: und hieraus iſt die Geſtalt, in welcher ihm der erleuchtete Theil der Oberfläche des Mondes erſcheinet, ohne groſſe Schwürigkeit zu beurtheilen; inſonderheit da es nicht nöthig iſt alles ſo genau zu nehmen, weil bey der geringen Gröſſe, in welcher ſich uns der Mond zeiget, wir doch nicht alle kleine Veränderungen dieſer Erſcheinungen wahrnehmen können.

§. 535. Wenn nehmlich aus irgend einem Puncte der Linie *LT*, die von dem Monde bis an die Erde reichet, eine andere *TS* nach dem Mittelpuncte der Sonne gezogen wird, ſo iſt dieſe *Ts* der *LS* beynahe parallel, und demnach der Winkel *TLS* von der Ergänzung des *LTs* zu zween rechten Winkeln wenig verſchieden. Wird aber *T* ſelbſt in der Oberfläche der Erde genommen, ſo iſt der Winkel *LTs* derjenige, welchen eine von dieſem Puncte *T* nach dem Mittelpuncte des Monds *L* gezogene gerade Linie *TL* mit der von demſelben nach der Mitte der Sonne laufenden *Ts* einſchlieſſet, und dieſer Winkel, oder der Bogen welcher ihn miſſet, kan gar wol der ſcheinbare Abſtand des Mondes von der Sonne, oder dieſer von jenem, genennt werden. Nun aber wird der Winkel *TLS* durch den Bogen *CG* gemeſſen, welcher dem *BF* gleich iſt, alſo miſſet *ECGB*, die Ergänzung dieſes Bogens *BF* zu dem halben Umkreiſe, den ſcheinbaren Abſtand *LTs*, und dieſer Bogen *EGB*, iſt dem Auge, welches wir in der *LT* weit genug von *L* entfernet angenommen haben, in der durch *SL* und *LT* gelegten Fläche, ſichtbar.

§. 536. Es erſcheinet aber der Bogen *EGB* dieſem Auge kaum anders, als ihm die gerade Linie *EH* erſcheinen würde, welche aus dem halben Durchmeſſer des Mondes *LE*, und aus *LH*, dem Coſinus des Bogens *FB* oder *EGB*, zuſam-

zuſammengeſetzt iſt. Der ganze von der Sonne erleuchtete und zugleich gegen das Auge gekehrte Theil der Oberfläche des Mondes aber erſcheinet dem Auge als eine auf die Fläche *EF* gebrachter orthographiſcher Entwurf, welcher aus der Hälfte einer mit dem Radius *LE* beſchriebenen Scheibe, und aus einer daran geſetzten halben Ellipſe beſtehet, deren gröſſere Axe halb genommen eben der *LE*, die Hälfte der kleinern aber der *LH* gleich iſt. Es wird nehmlich angenommen, daß die Lichtſtrahlen, vermittelſt welcher wir den Mond ſehen, ſämtlich der *EF* perpendicular ſind. Dadurch wird allerdings der orthographiſche Entwurf der durch *LB* vorgeſtellten halben Scheibe zur Hälfte einer Ellipſe, deren Axen die angezeigten Gröſſen haben, und die ganze Geſtalt des Mondes iſt in dem Falle, welcher vor uns lieget, da nehmlich der Winkel *TLS* ſpitzig, und die ſcheinbare Entfernung des Mondes von der Sonne gröſſer iſt, als ein Quadrant, aus der halben Scheibe *MENL* (*T. VI. Fig.* 103.) und aus der halben Ellipſe *MHNL* zuſammengeſetzt. T. VI. Fig. 102. T. VI. Fig. 103.

§. 537. Der zweite Fall aber, in welchem die Entfernung des Mondes von der Sonne kleiner iſt, als ein Quadrant, kan durch eben die Zeichnung vorgeſtellet werden, wenn nur die *LS* durch *D* nach *R* verlängert wird, und man ſich die Sonne an dieſer Seite *R* vorſtellet, indem die Erde noch immer ihren Ort in der verlängerten *LT* behält. Wird alsdenn *Tr* nach dem Mittelpuncte der Sonne zu gezogen, ſo iſt der Winkel *LTr* die ſcheinbare Entfernung des Mondes von der Sonne, und dieſer Winkel iſt ſpitzig, *RLT* aber ſtumpf. Es iſt aber *ACB* nun nicht mehr der erleuchtete, ſondern der finſtere Theil des Umkreiſes *ACBD*, und das Auge ſiehet von dem erleuchteten Theile deſſelben *ADB* nicht mehr, als den Bogen *FB*, welcher vorher finſter war. Alſo iſt auch in der 103ten Zeichnung *MENH* nicht mehr der Entwurf des erleuchteten, ſondern des gegen das Auge gekehrten finſtern Theils der Oberfläche des Mondes; und *MFNH*, ſo in dem vorigen Falle finſter war, iſt der Entwurf des nunmehro erleuchteten Theils derſelben; welcher demnach entſtehet, wenn man aus der halben Scheibe *MFNL* die halbe Ellipſe *MHNL* herausſchneidet. Die Hälfte der kleinern Axe dieſer Ellipſe iſt auch hier der Coſinus der Entfernung des Mondes von der Sonne, zu dem Radius *LM*, weil beyde Winkel bey *T* (*T. VI. Fig.* 102.) eben den Coſinus haben. Wird dieſer Winkel *T* gerade, welches geſchiehet, wenn *LT* in die *AB* fält, und die Entfernung des Mondes von der Sonne T. VI. Fig. 102.

 durch

T. VI. Fig. 103. durch einen Quadranten gemeſſen wird, ſo verſchwindet der Coſinus dieſer Entfernung, und mit demſelben *LH* ſamt der halben Ellipſe *MHNL* (*T. VI. F.* 103.), ſo daß blos die Hälfte der Scheibe *MENL* oder *MFNL* übrig bleibt, welcher die Geſtalt des Mondes angiebt. Fällt aber *LT* in die *RS*, ſo ſiehet man auch blos aus der Zeichnung, daß die Geſtalt des erleuchteten oder finſtern Theils des Mondes, welche uns alsdenn erſcheinet, oder erſcheinen würde, wenn ſie Licht hätte, eine volle Scheibe ſeyn werde.

T. VI. Fig. 104. §. 538. Indem nun der Mond in ſeinem Kreiſe, von der Linie *TS* (*T. VI. Fig.* 104.), die von der Erde *T* nach dem Mittelpuncte der Sonne läuft, von Abend gegen Morgen gehet, ſo wird der Winkel *LTS*, welcher anfänglich gar keine, oder doch eine unbeträchtliche Gröſſe hatte, nachdem bey *N* der Mittelpunct des Mondes entweder genau durch die Linie *TS* hindurch gieng, oder etwas von derſelben, nach der mittägichen oder mitternächtigen Seite der Ecliptic abwich; es wird, ſage ich, der Winkel *LTS* immer größer und größer, bis er endlich, wenn der Mond bey *P*, in der nach dieſer Seite verlängerten *TS* anlangt, die Hälfte des Umkreiſes zu ſeinem Maaſſe bekomt. Von dieſer Gröſſe nimt der Winkel *LTS* an der andern Seite der Linie *PS* wieder ab, und verſchwindet, oder wird doch unbeträchtlich, indem der Mond bey *N* anlangt. Dadurch bekomt die halbe Ellipſe, welche in der 103ten Zeichnung an eine halbe Scheibe angeſetzt, oder aus derſelben geſchnitten werden muß, um die Geſtalt, in welcher der Mond erſcheinet, herauszubringen, nach und nach eine jede Breite *LH*, und es ereignet ſich jede Geſtalt in einem Monathe zweymal, zuerſt in dem Zunehmen, und zuletzt in dem Abnehmen des Mondes, auſſer dem Volmonde und Neumonde, deren jeder in jedem Monathe nur einmal erſcheinet. Bey dem Stande des Mondes, welcher mit L^1 und L^4 bezeichnet iſt, ſehen wir den Mond wie *MFNH*; bey L^2 und L^3 wie *MENH*, und bey Q^1 oder Q^2, wie eine halbe Scheibe.

Scheinbare Bewegung des Mondes um die Erde.

§. 539. Setzen wir nun zu dieſer Bewegung des Mondes, mit welcher derſelbe ſich immer von Abend gegen Morgen von der Sonne entfernet, und an der Abendſeite derſelben nähert, die bereits angenommene Bewegung der Erde, mit welcher ſich dieſe in vier und zwanzig Sternſtunden einmal um ihre Axe herumdrehet; um dadurch die Bewegung zu erklären mit welcher die Sonne ſamt

allen

allen übrigen himliſchen Körpern, durch eine von Morgen nach Abend gerichtete Bewegung, Kreiſe zu beſchreiben ſcheinen, deren Flächen der Fläche des Gleichers parallel liegen: ſo ſehen wir leicht, warum wir dieſe Bewegung an dem Monde ebenfals wahrnehmen. Da nehmlich ſeine Bewegung von Abend gegen Morgen viel langſamer iſt, als das Drehen der Erde nach eben der Seite, ſo muß, indem ſich die Erde dergeſtalt drehet, der Mond immer mehr und mehr, an der Abendſeite einer jeden Mittagsfläche, zurückbleiben. Weil aber dieſer Bewegung des Mondes, die wir als blos ſcheinbar anſehen müſſen, ſo lange wir das Drehen der Erde vor wahr halten, die andere Bewegung deſſelben, mit welcher er ſich von der Sonne nach der Morgenſeite entfernet, entgegen iſt: ſo folget, daß jeder Zeitraum, der ſich von dem Augenblicke anfängt, in welchem der Mond durch die Mittagsfläche eines Orts gehet, und ſich mit dem unmittelbar darauf folgenden Durchgange endiget, immer länger ſeyn müſſe, als ein natürlicher Tag, deſſen Anfang und Ende durch den Durchgang des Mittelpunctes der Sonne durch eben die Fläche beſtimmet wird. Der Mond beweget ſich von der Sonne bis wieder an dieſelbe beynahe in $29\frac{1}{2}$ Tägen, welches ſo viel iſt als 59mal 12 Stunden. Er entfernet ſich alſo in 24 Stunden um 12 Grade und beynahe 12 Minuten von derſelben, welche zwölf Grade und zwölf Minuten ohngefehr 48 bis 49 Minuten Zeit brauchen würden, durch die Mittagsfläche zu kommen, wenn die Bahn des Mondes dem Gleicher parallel wäre. Dadurch wird der Zeitraum, welcher zwiſchen zween unmittelbar auf einander folgenden Durchgängen des Mondes durch eben die Mittagsfläche verflieſſet, beynahe auf 24 Stunden und 48 Minuten des natürlichen Tages geſetzt, und der vier und zwanzigſte Theil dieſer Zeit übertrift eine Stunde des natürlichen Tages beynahe um 2 Minuten. *T. VI. Fig. 104.*

§. 540. Bey der Erklärung der Erſcheinungen, welche theils von dem Drehen der Erde, und theils von der würklichen Bewegung des Mondes in Abſicht auf die Sonne, herrühren, darf dieſer Ueberſchuß der Zeit des ſcheinbaren Umlaufs deſſelben von einer Mittagsfläche bis wieder an denſelben, über die Länge des natürlichen Tages, nicht auſſer Acht gelaſſen werden: auch, wenn man die übrigen Abweichungen, die theils von der ungleichen Bewegung des Mondes in ſeiner Bahn herrühren, und theils davon, daß er innerhalb den angezeigten Gränzen bald nach Mittag und bald nach Mitternacht von der Ecliptic abweichet,

 indeſſen

T. VI. Fig. 104. indeſſen bey Seite ſetzet. Mit Vorbehaltung dieſer Verbeſſerungen iſt es zu verſtehen, wenn geſagt wird, daß (*T. VI. Fig.* 104.) der Neumond *N* mit der Sonne zugleich auf und untergehe. Denn in der rechten Strenge gehet er ſpäter als die Sonne unter, wenn er mit derſelben zugleich aufgehet, weil er eine längere Zeit braucht einen Tagebogen zu durchlaufen, welcher mit dem von der Sonne beſchriebenen beynahe einerley iſt. Auf eben die Art ſind die übrigen dergleichen Ausdrücke zu erklären, welche nur das gröbere der Erſcheinungen angeben ſollen.

§. 541. Der Volmond *P* ſtehet der Sonne gerade entgegen. Er gehet alſo auf, wenn die Sonne untergehet, und erſt nach dem Aufgange der Sonne wieder unter, ſo daß er ſich die ganze Nacht durch über dem Horizonte zeiget, und uns leuchtet. Ueberhaupt beſchreibt der Mond bey dieſem Stande beynahe eben den Tagebogen, welchen die Sonne beſchreibt, wenn ſie ſich bey dem ihrem gegenwärtigen Orte entgegengeſetzten Puncte der Ecliptic befindet, und hat faſt eben die Mittagshöhe. Aus dieſer Urſache genieſſen wir das Licht des Mondes im Winter am meiſten, und er iſt zu der Zeit eine viel längere Zeit ſichtbar, als im Sommer, wenn wir nehmlich alle Stunden der Nacht, in welchen er ſcheinet, zuſammen nehmen. Denn ſo lang der Mond zwar nicht ganz vol iſt, aber doch zwiſchen L^2 und L^3 uns beynahe cirkelrund erſcheinet, wird der Theil der Nacht, welchen er erleuchtet, nicht viel kleiner gefunden; zumalen wenn man noch, wie geſchehen muß, zu jeder Stunde dieſes Theils, zwo Minuten zuſetzet. Zur Zeit des Volmonds giebt eine richtig geſtelte Sonnenuhr, durch den Schatten ihrer Axe, die Stunde der Nacht mit einer deſto gröſſern Richtigkeit an, je weniger dieſe Stunde von dem eigentlichen Zeitpuncte des Volmondes entfernet iſt.

§. 542. Befindet ſich der Mond bey Q^1 im erſten Viertel, da er von der Sonne um drey Zeichen nach der Morgenſeite entfernet iſt; ſo beſchreibet er beynahe eben den Tagekreis, welchen die Sonne nach drey Monathen beſchreiben wird, weil ſie in dieſer Zeit ohngefehr eben ſo weit in der Ecliptic fortrücket. Es iſt aber der Mond nicht in dem ganzen Theile dieſes Kreiſes, welcher über dem Horizonte ſtehet, ſichtbar: denn wir ſehen ihn nicht, oder achten wenigſtens ſeiner wenig, ſo lang uns die Sonne leuchtet. Gehet aber die Sonne unter, ſo befindet ſich der um drey Zeichen von derſelben entfernte Mond immer in der Gegend

der Mittagsfläche. Daſelbſt erſcheinet er uns alſo zuerſt, und zwar an der Abendſeite dieſer Fläche, wenn ſich die Sonne zu der Zeit in der nordlichen Hälfte der Ecliptic befindet, und an ihrer Morgenſeite, wenn der Ort der Sonne eines der mittägigen Zeichen iſt; und wir ſehen den Mond bey dieſen Umſtänden deſto mehr von unſerm Mittagskreiſe entfernet, je mehr zu der Zeit die Sonne von der Fläche des Gleichers abweichet. Alles dieſes iſt leicht genug einzuſehen, wenn man der Einbildungskraft mit einer Himmelskugel zu Hülfe komt, indem man, wie hier noch zur Zeit geſchiehet, den Mond ſich ebenfals in der Fläche der Ecliptic bewegen läßt. Es komt alles auf die Lage der Pole dieſes Kreiſes an, in welchen ſie ſich, bey dem Untergange der Sonne, in Abſicht auf den Horizont befinden: denn durch dieſe muß die Verticalfläche gelegt werden, welche die zur Zeit des Untergangs der Sonne über den Horizont ſtehenden Hälfte der Ecliptic in zween Quadranten theilen ſoll. Und auf eben die Art können wir überſchlagen, wie lange uns ohngefehr der Mond leuchten werde, wenn er ſich auſſer Q^1 bey L^1 oder L^2 befindet; nachdem die Sonne dieſen oder jenen Ort in der Ecliptic einnimt. Ueberhaupt ſehen wir den Mond nicht aufgehen, ſo lang er ſich von N durch $L^1Q^1L^2$ von der Sonne entfernet, ſondern wir erblicken ihn beym Untergange der Sonne, oder kurz vorher, zuerſt in einer gröſſern oder kleinern Höhe über dem Horizonte, und zwar ſo, daß ſein cirkelrunder Theil, der immer gegen die Sonne gekehret ſeyn muß, gegen Abend lieget. T. VI. Fig. 104.

§. 543. Iſt aber der Mond in ſeinem letzten Viertel bey Q^2, ſo gehet er vor der Sonne auf, und beſchreibt über dem Horizonte beynahe eben den Tagebogen, welchen die Sonne drey Monathe vorher beſchrieb. Er iſt uns aber mit ſeinem Lichte nicht länger, als bis zum Aufgange der Sonne nützlich; in welchem Zeitpuncte er ſich an der Morgenſeite der Mittagsfläche, und deſto mehr von derſelben entfernt befindet, je mehr die Sonne von der Fläche des Gleichers nach dem Nordpole abweichet: da im Gegentheil, wenn die Abweichung der Sonne von dem Gleicher mittägig iſt, der Mond vor dem Aufgange der Sonne die Mittagsfläche bereits verlaſſen, und ſich von derſelben deſto mehr nach der Abendſeite entfernet hat, je näher ſich die Sonne an dem Südpole befindet. Wir ſehen nunmehr den Mond nicht untergehen: und eben dieſes iſt auch zu ſagen, ſo lange ſich derſelbe von P durch $L^3Q^2L^4$, in der zweiten Hälfte ſeiner Bahn, der Sonne nähert. Befindet er ſich bey L^3, ſo iſt der Zeitpunct ſeines

Aufgangs

T. VI. Fig. 104. Aufgangs mehr von dem Aufgange der Sonne entfernet, als bey Q^2; und bey L^4 erfolgt dieſer in einer kürzern Zeit nach jenen. Der cirkelrunde Theil der Geſtalt aber, in welcher der Mond erſcheinet, iſt nunmehr nach Morgen gekehret, weil ſich die Sonne auf dieſer Seite aufhält.

Genauere Betrachtung der Bewegung des Mondes.

§. 544. Dieſes ſind die Erſcheinungen, deren Gründe einzuſehen eine gröbere Betrachtung des Laufs des Mondes hinlänglich war. Das übrige erfodert eine viel genauere Käntniß deſſelben, die nicht ohne Schwürigkeit erhalten werden konte. Die erſten Beobachter muſten ſo gar in Verlegenheit ſeyn, wenn ſie den Ort dieſes Körpers an dem Sternhimmel anmerken wolten. Es wird derſelbe durch die gerade Linie angegeben, welche von dem Mittelpuncte der Erde durch den Mittelpunct des Mondes hindurch gehet: und es iſt leicht einzuſehen, daß ein jedes anderes in oder bey der Erde angenommenes Punct, welches man anſtatt des Mittelpuncts der Erde dazu brauchen wolte, ſich zur Beſtimmung dieſes Orts gar nicht ſchicken würde. Nun aber befinden wir uns immer in der Oberfläche der Erde, und die von unſerm Auge durch den Mittelpunct des Mondes gehende Linie, in welcher wir den Mond ſehen, weichet meiſtentheils von derjenigen, die von dem Mittelpuncte der Erde ſich eben dahin erſtrecket, gar ſehr ab: ſo daß faſt jede Beobachtung des Mondes durch eine ſtarke Parallaxe gebeſſert werden muß, wenn ſie uns den Ort deſſelben, wie er uns aus dem Mittelpuncte der Erde erſcheinen würde, mit der gehörigen Zuverläſſigkeit angeben ſoll. Doch hat ein unermüdeter Fleiß den gröſten Theil dieſer Schwürigkeiten nach und nach glücklich überwunden.

§. 545. Das erſte, ſo wir zu einer genauern Beſtimmung des Laufs des Mondes annehmen müſſen iſt, daß derſelbe, bey jedem monathlichen Umlaufe beynahe in eben der durch den Mittelpunct der Erde gelegten Fläche verharre, ſo daß, wenn man ſich eine ebene Fläche vorſtelt, die durch zween verſchiedene Puncte, in welchen ſich der Mittelpunct des Mondes in zween Zeitpuncten ſeines monathlichen Umlaufs befunden hat, und durch den Mittelpunct der Erde hindurch gehet, man dieſe Fläche nur etwas weniges an dem Mittelpuncte der Erde hin und her wanken laſſen darf, um durch dieſe kleine und langſame Veränderung ihrer Lage es dahin zu bringen, daß ſie der Mittelpunct des Mondes bey dieſem

ganzen

ganzen Umlaufe nicht verlaſſe. Dieſe Fläche der Mondbahn ſchneidet demnach die ebenfals durch den Mittelpunct der Erde gehende Fläche der Ecliptic in einer geraden Linie, ſo die Knotenlinie genennet wird: der Winkel aber, welchen ſie mit der Fläche der Ecliptic einſchlieſſet, beträgt nie weniger als fünf Grade, und nie mehr als fünf Grade und 18 Minuten: welche Veränderung ihrer Neigung gegen die faſt völlig unveränderliche Fläche der Ecliptic eine der Folgen ihrer veränderten Lage iſt. Und hievon komt es, daß der Mond bey jedem Umlaufe, um 5 Grade und darüber, nach beiden Seiten von der Fläche der Ecliptic abweichet. *T. VI. Fig.* 104.

§. 546. Bey ſo geſtalten Sachen würde die Bahn, in welcher ſich der Mond an dem Sternhimmel rings um uns herum zu bewegen ſcheinet, uns nicht als ein Cirkelkreis vorkommen, wenn wir ſie auch aus dem Mittelpuncte der Erde betrachten könten: weil nehmlich die Theile derſelben nicht ſämtlich in eben die unbewegte Fläche fallen. Setzen wir aber die angezeigte kleine Veränderung der Lage dieſer Fläche bey Seite, ſo ſchneidet ſie allerdings den Sternhimmel in einem ſeiner gröſten Cirkel, und theilet alſo die Ecliptic, welche ihren Mittelpunct ebenfals in dem Mittelpuncte der Erde hat, in zwey gleiche Theile, von welcher ſie hinwiederum eben ſo getheilet wird. Einer dieſer Theile der ſcheinbaren Mondbahn fält an die mitternächtige Seite der Ecliptic, der andere aber an die mittägige. Die Puncte, in welchen die beiden Bahnen einander ſchneiden, ſind beiden gemeinſchaftlich, und werden die Knoten der Bahn des Mondes genant, die durch die ſogenante Knotenlinie mit einander vereiniget werden. Dieſes iſt der Weg, welchen der Mond an dem Sternhimmel, zwiſchen denen zwo der Ecliptic parallel liegenden Gränzen, zu nehmen ſcheinet. Wird, wie gleich anfangs (*T. VI. Fig.* 100.) geſchehen iſt, der Streifen des Himmels, auſſer welchem er von dem Mittelpuncte der Erde niemals geſehen werden kan, eben gebogen, und dadurch in das Rechteck *ab* verwandelt, in welchem *ACB* die Ecliptic iſt: ſo bildet die Bahn des Mondes die wie eine Schlange gekrümte Linie *ADCEB*, deren Theil *ADC* ihre mitternächtige Hälfte iſt, und *CEB* die mittägige. Die Puncte *A* und *B* fallen an dem Himmel in eins zuſammen, und dieſes *A* oder *B* iſt ein Knoten der Mondbahn, mit welchem in unſerer Zeichnung der mitternächtige Theil derſelben ſeinen Anfang nimt. Er heiſſet das Drachenhaupt, und wird alſo bezeichnet ☊: zu der Benennung aber mag eine Vorſtellung, wie die gegenwärtige iſt, die Veranlaſſung gegeben haben: denn ein Drache iſt nichts anders, als eine groſſe Schlange. Der zweite *T. VI. Fig.* 100.

T. VI. Fig. 100. Knoten iſt C, bey welchem die Bahn anfängt mittägig zu werden. Dieſer heißt der Drachenſchwanz, und hat das Zeichen ☋. Der Mond entfernet ſich in dem erſten Viertel ſeiner Bahn AD von der Ecliptic, bis faſt an die von derſelben um 5 Grad 18 Minuten entfernete Gränze ab, in dem zweiten Viertel DC nähert er ſich derſelben; in dem dritten CE entfernet er ſich nach der andern Seite faſt eben ſo weit, und nähert ſich ihr wieder in dem Viertel EB.

§. 547. Der Ort des Mondes in Abſicht auf die Ecliptic wird eben ſo beſtimt, wie dieſes bey den übrigen himliſchen Körpern geſchiehet, die ſich auſſer derſelben befinden. Man ſtellet ſich nehmlich in der um den Mittelpunct der Erde beſchriebenen Himmelskugel einen Kreis vor, der durch die beiden Pole der Ecliptic und den Mittelpunct des Mondes hindurchgehet. Da dieſer Kreis die Ecliptic nothwendig ſchneidet, ſo iſt der Punct, in welchem dieſes geſchiehet, der Ort des Mondes in derſelben: ſein Abſtand aber von dem Anfange der Ecliptic oder dem erſten Puncte des Widders, iſt alsdenn die Länge des Mondes: und die Breite deſſelben iſt der Theil eben des durch die beiden Pole der Ecliptic gehenden Kreiſes, welcher von der Ecliptic bis an den Mond reichet. Verändert der Mond ſeinen Ort, ſo gehet gemeiniglich ſowol in der Länge als in der Breite deſſelben eine Veränderung vor, und dieſe Veränderung iſt die Bewegung des Mondes nach ſeiner Länge oder Breite. Nach einer gewiſſen Zeit bekomt der Mond ſeine Länge, die er im Anfange dieſer Zeit hatte, wieder; und alsdenn hat er nach der Ecliptic einen ganzen Umlauf gemacht. In dem Augenblicke des Neumondes iſt die Länge des Mondes mit der Länge der Sonne völlig einerley, was auch ſeine Breite seyn mag; und in dem Augenblicke des Volmondes iſt die Länge des Mondes um ſechs Zeichen gröſſer oder kleiner, als die Länge der Sonne.

§. 548. Hieraus folgt daß die Zeit, in welcher der Mond in Abſicht auf die Ecliptic ganz herum komt, beträchtlich kleiner ſeyn müſſe, als der bisher betrachtete Mondenmonath von 29 Tägen 12 Stunden 44 Minuten und 3 Secunden. Denn wenn der Mond nach der Ecliptic einen ganzen Umlauf gemacht hat, hat er die Sonne noch nicht erreichet, welche indeſſen fortgerückt iſt; und ſeine Länge iſt nothwendig kleiner, als die Länge der Sonne. Indeſſen iſt die mitlere Länge der Zeit, in welcher er dieſen Umlauf verrichtet, aus der Länge eines ſolchen Monaths, leicht zu ſchlieſſen. Wir wiſſen, wieviel die Sonne, nach ihrer mitlern Bewegung, in 29 Tagen 12 Stunden und 44 Minuten fortrücke,

indem

indem dieſes aus der täglichen Bewegung derſelben leicht zu rechnen iſt. Es beträgt nehmlich dieſe Länge 29 Grade, 6 Minuten und 24 Secunden, oder 104784 Secunden. Sol der Mond, nachdem er bey einem gewiſſen Puncte ſeiner Bahn mit der Sonne einerley Länge hatte, dieſelbe wieder erreichen, ſo muß er, auſſer dem ganzen Umkreiſe, noch einen Bogen von ſo vielen Secunden beſchreiben. Nun hält der ganze Umkreis eines Cirkels 1296000 Secunden, welche zu dem berechneten Bogen hinzugethan, 1400784 Secunden für die eigentliche Länge des Bogens geben, die der Mond in der Zeit eines Monaths beſchreiben muß. Da alſo die Bewegung deſſelben als gleichförmig angeſehen wird, ſo verhält ſich die Zahl dieſer Secunden 1400784 zu der Zahl 1296000, das iſt der Weg eines Monaths zu dem ganzen Umkreiſe, wie die Zahl der in dem Monathe enthaltenen Zeitſecunden, 2551443, zu der Zahl der Zeitſecunden, welche die Währung eines Umlaufs angiebt. Dieſe Zahl iſt alſo 2360585, welche 27 Täge, 7 Stunden 43 Minuten und 5 Secunden ausmachen, in welcher Zeit der Mond ſeinen Umlauf nach der Ecliptic einmal ganz verrichtet. Werden dieſer Zeit noch die 6 bis 7 Zeitſecunden zugeſetzt, die er braucht, die wenigen Secunden zu beſchreiben, um welche indeſſen der Anfang der Ecliptic zurückgegangen iſt, ſo werden, für die Zeit ſeines Umlaufs in Anſehung der Fixſterne 27 Täge, 7 Stunden 43 Minuten und 11 Secunden herausgebracht. In vier und zwanzig mitlern Stunden verändert der Mond ſeine Länge um 13 Grade 10 Minuten und 35 Secunden; und auch hier iſt von der mitlern Bewegung deſſelben die Rede. *T. VI. Fig. 100.*

§. 549. Der Stand des Mondes, bey welchem ſeine Länge mit der Länge der Sonne einerley iſt, heiſſet die Conjunction oder Zuſammenkunft deſſelben mit der Sonne, welches Wort auch von andern himliſchen Körpern in eben dem Verſtande gebraucht wird; iſt aber die Länge des Mondes von der Länge der Sonne um ſechs Zeichen verſchieden, ſo ſtehet er in der Oppoſition oder dem Gegenſcheine mit derſelben, welches ebenfals von einem jeden andern himliſchen Körper bey dem nehmlichen Umſtande geſagt werden kan. Beides zugleich, ſowol die Oppoſition des Mondes, als auch ſeine Conjunction, wird ohne Unterſchied mit dem Nahmen einer Syzygie belegt. Die Zeit von einer Conjunction bis zu der nächſten, oder von einer Oppoſition bis zu der unmittelbar darauf folgenden, heiſſet Menſis ſynodicus, der Monath der Zuſammenkunft; die Zeit des

T. VI. Fig. 100. ganzen Umlaufs des Mondes aber, oder diejenige, bey deren Anfang und Ende er eben die Länge hat, Menſis periodicus, der Monath des Umlaufs. Jene Zeit iſt eben die, ſo wir uns bisher unter dem Nahmen eines eigentlichen Monaths vorgeſtelt haben, und wir können ihr denſelben laſſen, indem wir den periodiſchen Monath dadurch von demſelben unterſcheiden, daß wir dieſen nur die Zeit des Umlaufs nennen.

Von den Knoten der Mondbahn.

§. 550. Was aber den Ort eines der zween Knoten der Mondbahn anlangt, ſo kan derſelbe beſtimmet werden, wenn man nur den Mond in dem Zeitpuncte beobachtet, in welchem er keine Breite hat. Denn alsdann befindet er ſich gewiß in einem der Knoten, und ſeine Länge iſt mit der Länge dieſes Puncts völlig einerley. Noch genauer wird der Ort des Knotens durch die Länge eines Fixſterns angegeben, der ſich in der Fläche der Ecliptic befindet, indem er uns von dem Monde bedecket wird. Zwar hat in beide Erſcheinungen die Parallaxe einen ſtarken Einfluß, beſonders wenn die Beobachtungen in einer beträchtlichen Entfernung von dem Zenit angeſtellet werden müſſen. Sollen aber zween zu verſchiedenen Zeiten beobachtete Stellen eines Knoten nicht weiter gebraucht werden, als dadurch zu beſtimmen, um wieviel derſelbe in einer gewiſſen Zeit in der Ecliptic fortrücket; ſo dürfen, wenn nur die Zeiten der Beobachtungen weit genug von einander entfernet ſind, die dadurch herausgebrachten Längen ſo volkommen richtig nicht ſeyn. Denn wenn aus dem Bogen der Ecliptic, um welchen ſich der Knote in dieſer langen Zeit von der Stelle, die er beym Anfange derſelben einnahm, entfernet hat, derjenige geſchloſſen wird, in welchem er in einer viel kürzern Zeit eines Jahres oder Monathes fortgegangen iſt, ſo werden die beym Anfange und dem Ende der langen Zeit etwan begangene Fehler nothwendig verkleinert, welches auch bey allen andern Schlüſſen dieſer Art ſtatt findet. Es bewegen ſich aber die Knoten der Mondbahn, wieder die Ordnung der Zeichen, ſo geſchwind, daß ſie in 18 Monathen beynahe ein ganzes Zeichen zurück legen. Eigentlich komt jeder derſelben in 18 gemeinen Jahren, 228 Tägen, 4 Stunden, 52 Minuten und 52 Secunden in der Ecliptic ganz herum, und gehet alſo in einem Tage um 3 Minuten und 11 Secunden zurück. Da alſo der Mond in eben der Zeit um 13 Grade 10 Minuten, 35 Secunden fortgehet, ſo entfernet ſich derſelbe dadurch von ſeinen Knoten, um die Summe dieſer zwo Längen, welche 13 Grade 13 Minuten und 46 Secunden ausmachet.

§. 551. Die richtigſte Beſtimmung des Orts der Knoten, der mitlern Bewegung derſelben und der mitlern Bewegung des Mondes ſelbſt, wird vornehmlich von dem Schatten hergenommen, welche die Erde und der Mond, als dunkele Körper, der Sonne gegenüber werfen. Wäre die Sonne und jeder dieſer Körper ſo klein, daß ſein Schatten als eine gerade Linie, ohne Breite oder Dicke betrachtet werden könte: ſo würde der Schatten der Erde immer ganz in die Fläche der Ecliptic fallen, und keinen Körper treffen, der ſich nicht ebenfals in dieſer Fläche befindet. Der Schatten des Mondes aber würde nie in der Fläche der Ecliptic anzutreffen ſeyn, als in dem Augenblicke, in welchem der Mond ſelbſt durch dieſelbe hindurch gehet. Es wäre alſo ein ſicheres Merkmal, daß der Mond in der Fläche der Ecliptic ſey, wenn entweder ſein Schatten die Erde oder der Schatten der Erde den Mond trift; und man dürfte nur in dem Zeitpuncte, in welchem ſich dieſes zuträgt, den Ort des Mondes oder der Sonne in der Ecliptic ausmachen, um die Stelle eines ſeiner Knoten zu erlangen. Die dicken Schatten, welche dieſe Körper bey ihrer beträchtlichen Gröſſe, der noch viel gröſſern Sonne entgegen werfen, ſind dazu gewiſſer Maaſſen noch geſchickter. Wir müſſen aber dieſe Schatten, von welchem bereits verſchiedenes angemerket worden iſt, nun umſtändlicher betrachten, um dieſelbe ſo ſehr als möglich iſt zu nuzen. *T. VI. Fig. 100.*

Von dem Schatten der Erde und des Mondes.

§. 552. Es ſey (*T. VII. Fig.* 105.) *S* die Sonne, *O* ein dunkler Körper, der Mond oder die Erde, beide kugelrund. Dieſe Körper *S* und *O* ſeyn durch ihre Mittelpuncte, und die gerade Linie *SO*, welche dieſe Puncte mit einander verknüpfet, vermittelſt einer Ebene geſchnitten, welche von jedem einen ſeiner gröſten Cirkel zum Vorſchein bringen wird, wodurch wir in den Stand geſezet werden von den Körpern ſelbſt zu urtheilen, wenn wir betrachten, daß einerley folgen müſſe, man mag die zwo Kugeln ſo oder anders durch *SO* ſchneiden, oder auch die Fläche des Schnitts um dieſe Linie *SO* rings herum kehren. Wird *SO* nach Belieben verlängert und die beide Cirkel berührende *ABCD* gezogen, (welche die verlängerte *SO* in *C* ſchneiden wird, wenn *O* kleiner iſt als *S*, wie wir dieſes, der Beſchaffenheit der Sache gemäß, annehmen müſſen) ſo wird eine andere durch *C* gezogene Linie, welche die kleinere Scheibe bey *b* berühret, bey ihrer Verlängerung, die gröſſere ebenfals bey *a* berühren, und den Winkel *SCb* dem *SCB* gleich machen; folgends auch, wenn ſie nach dieſer Seite verlängert *T. VII. Fig. 105.*

 wird,

T. VII. Fig. 105. wird, *dCE* gleich dem *DCE*. Dadurch wird der Raum *BCb* beſtimt, welcher, im ganzen genommen, die Geſtalt eines geraden Kegels hat, zu welchem *OE* die Axe iſt: und dieſem Kegel iſt bey der Spitze *C* ein anderer Kegel *DCd* entgegen geſetzt, der um eben die Axe ins Unendliche fortlauft.

§. 553. Die Sonne *S* wirft in den Kegel *BCb* gar kein Licht: indem aller übriger Raum um den Körper *O*, wenigſtens von einem Theile derſelben, erleuchtet wird. Und da jedem weit genug von den Kugeln *S* und *O* entferneten Auge, dieſe als Scheiben vorkommen, ſo erſcheinen einem Auge, daß dieſelbe aus einem Puncte der Axe *OE* betrachtet, die zween Mittelpuncte dieſer Scheiben, als ein einziges: zugleich aber erſcheinet die Scheibe *O* gröſſer als die Sonnenſcheibe, und bedeckt nicht nur dieſe, ſondern auch einen beträchtlichen Raum um dieſelbe, wenn ſich das Auge zwiſchen *O* und *C* aufhält. Wird das Auge genau in *C* geſetzt, ſo bedeckt die Scheibe *O* die Scheibe der Sonne ganz, und nicht mehr. Befindet ſich aber das Auge in dem Theile der Axe *CE*, ſo erſcheinet ihm die Scheibe *O* kleiner als die *S*, und läßt einen um den Mittelpunct der Sonnenſcheibe beſchriebenen ringförmigen Raum unbedeckt, der deſto breiter iſt, je weiter ſich das Auge von *C* nach *E* entfernet. Sobald das Auge von der Axe *OE* abweichet, fallen die zween Mittelpuncte aus einander, und der eine entfernet ſich von dem andern deſto mehr, je mehr ſich das Auge von *OE* entfernet: die Gröſſen der Scheiben aber bleiben faſt gänzlich die vorigen, wenn die Entfernung deſſelben von *O* nicht zugleich merklich geändert wird. Hieraus iſt leicht einzuſehen, in welcher Geſtalt die von der dunkeln *O* bedeckte helle Scheibe *S* in jedem Falle erſcheinen werde. Wird das Auge in die Linie *BD*, oder ſonſt in die Oberfläche der Kegel geſetzt, ſo berühren die Umkreiſe der Scheiben einander inwendig, indem die Puncte *B* und *A* in eins zuſammen zu fallen ſcheinen.

§. 554. Weil in dem Dreyecke *SBC* der äuſſere Winkel *ABS* den beiden innern *BSO* und *BCO* gleich iſt, ſo iſt der Winkel *BCO*, welchen die Seite des Kegels *BC* mit ſeiner Axe *OC* einſchlieſſet, der Unterſchied der beiden *ABS* und *BSO*. Wenn nun die Linie *AC*, von der *SB*, die den um *O* beſchriebenen Cirkel ebenfals berühret, bey *B* geſchnitten wird, ſo iſt der Winkel *ABS* derjenige, in welchem ein Auge in *B* den halben Durchmeſſer der Sonne ſehen

ſehen würde, und von dem, in welchem derſelbe dem in den Mittelpunct *O* geſetzten Auge erſcheinet, nicht zu unterſcheiden: *BSO* aber iſt die Horizontparallaxe der Sonne, wenn der Körper *O* die Erde iſt, und überhaupt der Winkel, in welchem der Halbmeſſer des Körpers *O* von einem Auge geſehen wird, welches ſeinen Stand in dem Mittelpuncte der Sonne hat. Alſo iſt überhaupt der Winkel *BCO* gleich dem Unterſchiede der ſcheinbaren Halbmeſſer der Körper *S* und *O*, wenn jeder derſelben aus dem Mittelpuncte des andern betrachtet wird. T. VII. Fig. 105.

§. 555. Wird aber durch *Ff* eine Fläche vorgeſtellet, auf welcher die Axe *OC* ſenkrecht ſtehet, ſo bildet der auf dieſelbe fallende Schatten eine finſtere Scheibe, die deſto gröſſer iſt, je näher die Fläche *Ff* an *O* lieget. Der Mittelpunct dieſer Scheibe iſt *I*, und ihr halber Durchmeſſer *HI*, in welcher Linie die Fläche von dem Dreyecke *BCO* geſchnitten wird. Dieſe *HI* erſcheinet einem in den Mittelpunct des dunkeln Körpers *O* geſetztem Auge, in dem Winkel *HOI*, welcher dem Unterſchiede der beiden Winkel *BHO* und *HCO* gleich iſt. Der erſte dieſer Winkel *BHO* iſt von demjenigen, unter welchem der Halbmeſſer des Körpers *O* einem Auge in *I* erſcheinen würde, deſto weniger zu unterſcheiden, je kleiner *HI* iſt; der andere aber *HCO* oder *BCO* iſt der eben durch die beiden ſcheinbaren Halbmeſſer der Körper *S* und *O* beſtimte Winkel des Kegels. Wird die Axe *CE* auſſer dem Puncte *E* vermittelſt der Fläche *Gg* eben ſo geſchnitten; ſo entſtehet aus dieſer Fläche eine Scheibe, deren Mittelpunct *E* und der halbe Durchmeſſer *DE* iſt. Dieſe Scheibe unterſcheidet ſich dadurch von der vorigen, daß ſie alle Puncte der Fläche *Gg* in ſich begreift, aus welchen der Körper *O* ganz in der Sonne geſehen wird, ſo daß jedes anderes Punct der Fläche *Gg* mehr Licht von der Sonne empfängt, als ein Punct dieſer Scheibe. Der Winkel *DOE* aber, in welchem der Halbmeſſer dieſer Scheibe *DE* aus *O* geſehen wird, iſt eben ſo, wie der Winkel *HOI*, zu berechnen, auſſer daß hier der Winkel des Kegels $ECD = OCB$ der gröſſere iſt. Denn in dem Dreyecke *OCD* iſt $ECD = EOD + BDO$, und alſo $EOD = ECD - BDO$. Dieſer Winkel *BDO* aber läſſet ſich, wenn *ED* klein iſt, von demjenigen, in welchem der Halbmeſſer des Körpers *O* aus *E* geſehen wird, nicht unterſcheiden.

§. 556. Es können noch zwo andere gerade Linien *AG* und *ag* gezogen werden, welche die zween um *S* und *O* beſchriebene Kreiſe berühren, indem ſie

T. VII. Fig. 105. ſie einander zwiſchen *S* und *O* in der *SE* ſchneiden. Iſt *K* dieſer Schneidungspunct, ſo wird durch den Winkel *GKg* ein anderer gerader Kegel angegeben, deſſen Axe in die *SE* fält, und alſo mit jeder in der Oberfläche des Kegels durch deſſen Spitze gezogenen geraden Linie, einen Winkel von der Gröſſe *EKG* einſchlieſſet. Jedes in dieſem kegelförmigen Raume, an der Seite *E* des dunkeln Körpers *O* liegende Punct, auſſer den bereits betrachteten, wird nur von einem Theile der Sonne erleuchtet, welcher dem in daſſelbe geſetzten Auge als eine ausgeſchnittene Scheibe erſcheinet, deren Geſtalt man ſich leicht einbilden kan. Es iſt aber dieſer Theil der Oberfläche der Sonne deſto kleiner, und die ausgeſchnittene Scheibe, in deren Geſtalt er erſcheinet, da wo ſie die gröſte Breite hat, deſto ſchmäler, je weiter das Auge von der Axe *OE* entfernet iſt, und ein in *KG*, oder ſonſt in die Oberfläche des Kegels geſetztes Auge, ſieht die Sonne ganz, indem die Scheiben, welche demſelben die Körper *S* und *O* vorſtellen, einander blos von auſſen berühren, und keine einen Theil der andern decken würde, wenn ſie beide ſichtbar wären. Aus dieſer Urſache wird der kegelförmige Raum, welcher zwiſchen den Linien *Bg* und *bG* ins Unendliche lauft, der Halbſchatten des Körpers *O* genennet.

§. 557. Der Winkel *GKE* = *gKE* oder *BKO*, welchen die Seite dieſes Kegels *Kg* mit ſeiner Axe *KE* einſchlieſſet; iſt in dem Dreyecke *BKS* der äuſſere, und alſo den beiden innern *BSO* und *SBK* zuſammen gleich. Der letztere dieſer Winkel *SBK* oder *SBa* aber iſt von demjenigen, in welchem der Halbmeſſer der Sonne aus *O* geſehen wird, nicht zu unterſcheiden. Alſo iſt, wenn jeder der zween Körper *S* und *O* aus dem Mittelpuncte des andern betrachtet wird, der Winkel *gKE* die Summe der ſcheinbaren Gröſſen ihrer Halbmeſſer. Der Winkel *FOI* aber, in welchem die Hälfte des Durchmeſſers der von dem Halbſchatten auf die Fläche *Ff* geworfenen Scheibe einem Auge in *O* erſcheinet, iſt die Summe der Winkel *BKO* und *BFO*, welcher letztere, ſo lang *IF* klein bleibt, und alſo *OF* die *OI* wenig übertrift, kaum kleiner iſt, als der Winkel, in welchem ein in *I* geſetztes Auge den Halbmeſſer des Körpers *O* ſiehet. Eben ſo iſt es auch, wenn der Halbſchatten auf *Gg* geworfen wird. Der Winkel *EOG*, in welchem der halbe Durchmeſſer deſſelben einem Auge in *O* erſcheinet, iſt die Summe der Winkel *GKE* und *OGK*, welcher letztere wieder kaum kleiner iſt, als derjenige, in welchem der Halbmeſſer des Körpers *O* aus *E* geſehen wird, ſo lang *OG* die *OE* nicht alzuſehr übertrift.

Von

Von dem Schatten der Erde insbeſondere.

§. 558. Iſt nun der dunkele Körper *O* die Erde, indem der um beſchriebene Kreis noch immer die Sonne bedeutet, und man ſtellet ſich mit dem Halbmeſſer *OI*, welcher der Entfernung des Monds von der Erde gleich iſt, um ihren Mittelpunct *O* eine hohle Kugel beſchrieben vor; ſo kan ein kleiner Theil der ebenen Fläche *Ff* rings um *I* als ein Theil der Oberfläche dieſer Kugel angeſehen werden, und man kan annehmen, daß die Erde den cirkelrunden Schatten, deſſen Mittelpunct *I* und der Halbmeſſer *IH* iſt, ſelbſt in dieſe gekrümte Oberfläche werfe. Alsdenn iſt der Winkel *BSO* die Horizontparallaxe der Sonne, *BHO* aber von der Horizontparallaxe des Mondes kaum zu unterſcheiden, da *H* von *I* ſo gar wenig entfernet iſt: demnach iſt, bey dem Schattenkegel, der Winkel *BCO* gleich dem Ueberſchuße des aus *B* oder *O* geſehenen ſcheinbaren halben Durchmeſſers der Sonne *ABS* über die Horizontparallaxe derſelben *BSO*, und es wird nur um die 8,7 Secunden gefehlt, die dieſe Parallaxe ausmachen, wenn man den Winkel des Kegels *BCO* dem ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne gleich ſetzet. Der Winkel *HOI* aber, in welchem der Halbmeſſer der Schattenſcheibe aus dem Mittelpuncte der Erde *O* geſehen wird, bleibt übrig, wenn man von der Horizontparallaxe des Mondes *BHO*, den Winkel des Kegels *HCO* abziehet, das iſt, wenn man von der Horizontparallaxe des Mondes den ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne wegnimt, und, wenn auf das genauſte verfahren werden ſoll, dem Ueberſchuße die Horizontparallaxe derſelben zuſetzet.

S.T. VII. Fig. 105.

§. 559. Alle dieſe Dinge müſſen für eben den Zeitpunct bekant ſeyn, für welchen der ſcheinbare halbe Durchmeſſer des Schattens berechnet werden ſoll. Im Mittel hält der ſcheinbare halbe Durchmeſſer der Sonne 16 Minuten und 3 bis 4 Secunden, das iſt 964 Secunden. Wird alſo die Horizontparallaxe derſelben noch immer auf 8,7 Secunden geſetzt, ſo bekomt der Winkel bey dem Kegel *BCO* 16 Minuten und 12,7 Secunden, oder 972 Secunden. Die mitlere Horizontparallaxe des Mondes hält 57 Minuten und 26 Secunden, und alſo der ſcheinbare Halbmeſſer des Schattens, beynahe 41 Minuten, 14 Secunden, oder 2474 Secunden. Wird nun mit demſelben der halbe Durchmeſſer des Mondes ſelbſt, welcher im Mittel auf 15 Minuten und 45 Secunden, oder 945 Secunden geſetzt wird, gehörig verglichen, ſo zeigt ſich, daß der ſcheinbare

T. VII. Fig. 105. Halbmeſſer des Schatten ſich zu dem ſcheinbaren Halbmeſſer des Mondes, wie 55 zu 21 verhalte, das iſt, wie etwas mehr als 2,6 zu 1

§. 560. Der Kegel *BCb* würde ganz ohne Licht, und folgends die Scheibe des Schattens, welche wir betrachten, völlig dunkel ſeyn, wenn nicht die Erde in Luft eingehüllet wäre. Da aber dieſes iſt, ſo gehen nur die Lichtſtrahlen bey derſelben in gerader Linie vorbey, welche gar nicht in die Luft eindringen, ſondern dieſe aufs höchſte nur berühren; alle übrigen werden einwärts gebrochen. Und wenn der Strahl *ABCD* völlig gerade ſeyn ſoll, ſo muß man ſich vorſtellen, daß er einer von dieſen die Luftkugel blos berührenden Strahlen ſey. Alle übrigen Strahlen, die in einer geringern Entfernung von der Erde durch die Luft durchdringen, werden einwärts gebrochen, und dadurch wird in den Kegel *BCb*, und in die Schattenſcheibe um *I*, Licht gebracht, welches ſonſt nicht dahin kommen könte. Es iſt aber die Brechung dieſer Strahlen verſchieden, nachdem der Weg, welchen ſie in der Luft machen müſſen, länger oder kürzer iſt, und es werden diejenigen, welche ganz an der Oberfläche der Erde in der Luft fortgehen, am allermeiſten gebrochen. Wir wiſſen beynahe, wie ſtark ein ſolcher Strahl, welcher an der Oberfläche der Erde dem Horizonte parallel *läuft*, gebrochen worden ſey, indem er von irgend einem der himliſchen Körper bis dahin gekommen iſt, welchen wir alsdenn in dem Horizonte ſehen. Es wird nehmlich der Winkel, um welchen der Strahl durch dieſe Brechung von ſeinem geraden Wege abgebracht wird, auf 32 Minuten und 24 Secunden geſetzt. Nun wird der Strahl, indemer ſich wieder von der Erde entfernet, nach eben der Seite eben ſo ſtark gebrochen. Es beträgt alſo der ganze Winkel, um welchen er von der geraden Linie, nach welcher er ſonſt fortgegangen wäre, bey ſeinem Durchgange durch die Luft abgebracht wird, zweimal ſo viel, das iſt 1 Grad, 4 Minuten und 48 Secunden; und wenn *BC* der ungebrochene, *BL* aber der bey *B* am meiſten gebrochene Strahl iſt, ſo hat der Winkel *CBL* oder *HBL* dieſe angezeigte Gröſſe. In dieſem Winkel wird der Bogen *HL*, in welchen alle in der Ebene der Zeichnung bey *B* gebrochene Strahlen fallen, aus *B* oder *O* geſehen, und es kan geſagt werden, daß dieſer Bogen *HL* ſelbſt 1 Grad 4 Minuten und 48 Secunden halte. Es iſt alſo deſelbe viel gröſſer als der halbe Durchmeſſer der Schattenſcheibe *HI*, welcher nicht rehr als 41 Minuten und 14 Secunden enthält; woraus folgt, daß dieſe um *I* beſchriebene Scheibe, von dem in der Luft

gebro=

gebrochenen Lichtſtrahlen über und über, wiewol nicht eben ſtark, erleuchtet werde. T. VII. Fig.
Die Rede iſt von dem, ſo bey den angenommenen mitlern Maaſſen erfolgen kan, 105.
und in den allermeiſten Fällen würklich erfolgen muß. Weil aber dieſe Gröſſen veränderlich ſind, und die in der Luft ſich aufhaltende Dünſte die Durchſichtigkeit derſelben öfters gar ſehr vermindern; ſo kan es auch Fälle geben, in welchen *HL* kleiner iſt, als *HI*, und in die mit dem Halbmeſſer *HI* um *I* beſchriebene Scheibe ſo wenig Licht fält, daß unſere an die Oberfläche der Erde gebundene Augen daſſelbe kaum oder gar nicht merken können. Ueberhaupt wird dieſe Scheibe durch unſere Luft, welche nie alle Lichtſtrahlen durchläßt, etwas größer gemacht, als ſie ſonſt ſeyn würde, und man kan den Zuwachs, welchen ihr Halbmeſſer dadurch erhält, immer auf deſſen vierzigſten Theil ſetzen. Das Licht nimt bey dem Umfange derſelben nach und nach ab, welches eine genauere Beſtimmung unnöthig machet.

Von dem Schatten des Mondes insbeſondere.

§. 561. Iſt nun aber die um *O* beſchriebene Kugel der Mond, ſo iſt der Winkel *BSO* derjenige, in welchem ſein halber Durchmeſſer aus der Sonne geſehen wird, welchen wir oben (533) kleiner gefunden haben, als $2\frac{1}{2}$ Secunden. In dem Winkel *ABS* aber würde ein in den Mittelpunct des Mondes geſetztes Auge den halben Durchmeſſer der Sonne ſehen, und dieſer iſt in dem Falle, um welchen es uns hier zu thun ſeyn wird, da nehmlich der Mond zwiſchen der Sonne und der Erde ſtehet, um den 396ſten Theil größer als derjenige, in welchem eben der Halbmeſſer aus dem Mittelpuncte der Erde geſehen wird. Denn um ſo viel iſt alsdenn der Mond der Sonne näher, als die Erde. Da nun der gröſte Winkel, in welchem der halbe Durchmeſſer der Sonne von der Erde geſehen wird 16 Minuten und 20 Secunden, das iſt, 980 Secunden beträgt (314), ſo hält der Ueberſchuß des Winkels *ABS* bey dem Monde, über den aus dem Mittelpuncte der Erde geſehenen ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne, noch nicht gar $2\frac{1}{2}$ Secunden. Es iſt alſo der Winkel zu dem Schattenkegel *BCO*, demjenigen, unter welchem ein in den Mittelpunct der Erde geſetztes Auge den halben Durchmeſſer der Sonne ſiehet, ſehr genau gleich. Denn eigentlich iſt $BCO = ABS - BSO$. Es übertrift aber der Winkel *ABS* den aus dem Mittelpuncte der Erde geſehenen halben Durchmeſſer der Sonne um $2\frac{1}{2}$ Secunden, welche beynahe auch den Winkel *BSO* meſſen. Nun könte aber der Unterſchied dieſer zween Winkel nicht ſo klein ſeyn, wenn der Mittelpunct der Erde, indem der

T. VII. Fig. 105. Mond zwiſchen derſelben und der Sonne durchgehet, von der Spitze des Schattenkegels *C*, ſonderlich entfernet bliebe.

§. 562. Wenn alſo *Ff* eine durch den Mittelpunct der Erde gelegte Fläche vorſtellet, auf welche der Schatten des Mondes fält, und weil dieſe Fläche der Axe des Schattens perpendicular iſt, in derſelben eine dunkle Scheibe bildet: ſo iſt der Winkel *HOI*, in welchem der Halbmeſſer dieſer Scheibe aus dem Mittelpuncte des Mondes geſehen wird, gleich dem Ueberſchuße des ſcheinbaren halben Durchmeſſers des Mondes, über den ſcheinbaren halben Durchmeſſer der Sonne, wenn beide aus dem Mittelpuncte der Erde betrachtet werden: denn es iſt immer $HOI = BHO - BCO$. Es muß demnach der erſtere dieſer Winkel gröſſer ſeyn als der letztere, wenn der Schatten des Mondes würklich die Fläche *Ff* erreichen, und von dieſer geſchnitten werden ſoll. Sind die beiden Winkel einander gleich, ſo fält nur die Spitze des Schattens in dieſe Fläche. Iſt aber der ſcheinbare Halbmeſſer der Sonne gröſſer als der ſcheinbare Halbmeſſer des Mondes, ſo liegt die durch den Mittelpunct der Erde gelegte Fläche auſſer der Spitze des Schattens *C*, ſo wie *Gg*, und der Ueberſchuß des Halbmeſſers der Sonne über den Halbmeſſer des Mondes miſſet den Winkel *EOD*, in welchem *ED*, der halbe Durchmeſſer der um *E* zu beſchreibenden Scheibe erſcheinet, deren Umkreis alle Puncte der Fläche *Gg* einſchlieſſet, aus welchen ein dahin geſetztes Auge den Mond noch ganz in der Sonnenſcheibe ſiehet. Da der gröſte ſcheinbare halbe Durchmeſſer der Sonne 16 Minuten und 20 Secunden hält: der kleinſte aber nur 15 Minuten und 47 Secunden; der gröſte ſcheinbare Halbmeſſer des Mondes aber oben (527) auf 16 Minuten und 52 Secunden, und der kleinſte auf 14 Minuten und 52 Secunden geſetzt worden iſt: ſo kan der halbe Durchmeſſer des Mondes ſowol gröſſer als kleiner ſeyn, als der halbe Durchmeſſer Sonne, und es haben alle dieſe Fälle, mit den daraus folgenden Erſcheinungen, zu gewiſſen Zeiten ſtatt. Iſt der ſcheinbare Durchmeſſer des Mondes ſo groß als er werden kan, der ſcheinbare Durchmeſſer der Sonne aber hat ſeine geringſte Gröſſe, ſo hat der Winkel *HOI* beynahe 1 Minute. Iſt aber der ſcheinbare Durchmeſſer des Mondes der kleinſte, und der ſcheinbare Durchmeſſer der Sonne der gröſte, ſo ſteigt der Winkel *DOE* bis auf 1 Minute und 35 Secunden. Der erſte dieſer Winkel iſt beynahe der 57ſte Theil der Horizontparallaxe des Mondes. Da alſo dieſe Parallaxe zugleich

gleich der Winkel iſt, in welchem der halbe Durchmeſſer der Erde aus dem Mittelpuncte des Mondes geſehen wird: ſo iſt auch der Halbmeſſer der Scheibe, welche einem in den Mittelpunct des Mondes geſetzten Auge die Erde vorſtellen würde, bis 57mal gröſſer, als der Halbmeſſer des Schattens *HI*, und eben ſo leicht läßt ſich auch der gröſte Halbmeſſer *ED* mit dem halben Durchmeſſer der Erde vergleichen. Meiſtentheils aber ſind beide Halbmeſſer *HI* und *ED*, in Abſicht auf den halben Durchmeſſer der Erde, faſt bloſſe Puncte. T.VII. Fig. 105.

§. 563. Der Winkel des Halbſchattens *BKO* iſt die Summe der Winkel *SBK* oder *SBa* und *BSO*, deren erſterer derjenige iſt, in welchem der halbe Durchmeſſer der Sonne aus dem Monde geſehen wird, der letztere aber die ſcheinbare Gröſſe des aus dem Mittelpuncte der Sonne betrachteten Halbmeſſers des Mondes. Es übertrift alſo eigentlich der Winkel *BKO* denjenigen, in welchem der halbe Durchmeſſer der Sonne aus dem Mittelpuncte der Erde geſehen wird, um ohngefehr zweymal $2\frac{1}{2}$, das iſt, um 4 bis 5 Secunden. Man kan dieſen kleinen Ueberſchuß weglaſſen, und auch den Winkel *BKO* demjenigen, in welchem der halbe Durchmeſſer der Sonne der Erde erſcheinet, gleich ſetzen. Alsdenn wird der Winkel *FOI*, in welchem der halbe Durchmeſſer des auf die Fläche *Ff* geworfenen Halbſchattens *FI* einem in den Mittelpunct des Mondes *O* geſetzten Auge erſcheinen würde, welcher immer den beiden Winkeln *BKO* und *BFO* gleich iſt, die Summe der aus dem Mittelpuncte der Erde betrachteten ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne und des Mondes. Dieſe Summe beträgt im Mittel 31 Minuten und 48 Secunden, das iſt 1908 Secunden, indem die mitlere Horizontparallaxe des Mondes, oder der Winkel, in welchem dem Mittelpuncte deſſelben der Halbmeſſer der Erde erſcheinet, 3446 Secunden hält. Die Vergleichung dieſer Zahlen weiſet, das der erſtere dieſer Winkel in dem letzteren 1,8mal enthalten ſey; und eben ſo verhält ſich auch der halbe Durchmeſſer des auf die Fläche *Ff* geworfenen Halbſchattens, zu dem halben Durchmeſſer der Erde. Jener Halbmeſſer iſt nicht viel gröſſer als die Hälfte des halben Durchmeſſers der Erde, oder der vierte Theil ihres ganzen Durchmeſſers. Eigentlich hält der Halbmeſſer des auf die Fläche *Ff* geworfenen Halbſchattens bey ſeiner mitlern Gröſſe 0,58 des halben Durchmeſſers der Erde, es mag nun dieſe Fläche an die eine oder an die andere Seite der Spitze *C* fallen.

 §. 564.

Bedeckung der Sonne durch den Mond.

T. VII. Fig. 105. §. 564. Wenn die in einen der Durchmeſſer des Halbſchattens *IF* fallende *HF*, ſo zwiſchen den zween Strahlen *aF* und *AH* lieget, deren einer von dem Puncte *a* des Durchmeſſers der Sonne *Aa*, der andere aber von dem gerade entgegen geſetzten *A*, dergeſtalt gezogen iſt, daß ſie den Mond bey *B* berühret: wenn, ſage ich, dieſe *HF* bey *M* nach Belieben getheilet, und die *MN* gezogen wird, welche den Mond ebenſals berühret, ſo wird der Durchmeſſer der Sonne vermittelſt des Puncts *N*, ſehr genau in eben der Verhältniß *FM* : *MH* getheilet, weil *MN* bey *B* ohne einen merklichen Fehler durch eben das Punct durchgehen muß, in welchem die *AH* und *aF* einander ſchneiden. Demnach iſt auch $NA : Aa = FM : FH$. Nun aber iſt *Na* derjenige Theil des Durchmeſſers der Sonne, welcher einem in *M* geſetzten Auge von dem Monde bedecket wird, ſo daß daſſelbe an der Seite, an welcher es in Abſicht auf *H* lieget, nur den Theil des Durchmeſſers *AN* ſehen kan. Wird alſo *FH* in eine beliebige Zahl gleicher Theile getheilet, die gemeiniglich zwölfe iſt, ſo iſt aus der Anzahl dieſer Theile, die zwiſchen *F* und *M* fallen, die Gröſſe des dem Auge in *M* von dem Monde bedeckten Theils des Durchmeſſers der Sonne leicht zu ſchlieſſen. Und man ſiehet, daß alles ſich eben ſo verhalten werde, wenn die Schattenſcheibe auſſer *C* fält, und alſo *E* den Mittelpunct derſelben vorſtellet: wiewol hier anſtatt des Puncts *H*, *D* genommen werden muß, ſo an der andern Seite des Mittelpuncts *E* lieget. In dieſem Falle iſt die anſtatt der *HF* zu gebrauchende *Dg* die Summe aus $Eg + ED$, dem halben Durchmeſſer des Halbſchattens, und des kleinen Kreiſes, welcher alle Puncte einſchlieſſet, aus welchen der Mond ganz in der Sonne geſehen wird, gleich; da in dem vorigen *FH* der Ueberſchuß des halben Durchmeſſers des Halbſchattens über den halben Durchmeſſer des Schattens gleich war.

T. VII. Fig. 106. §. 565. Iſt nun (*T. VII. Fig.* 106.) *Na*, die Gröſſe des von dem Monde bedeckten Theils des Durchmeſſers einer nach Belieben angenommenen Scheibe *Aa*, welche die Sonne vorſtellen ſoll, durch die Lage eines Puncts *M* in der Schattenſcheibe, dergeſtalt beſtimmet worden; ſo wird die Gröſſe und Geſtalt des von dem Monde bedeckten Theils dieſer Scheibe ſelbſt angegeben, wenn man nur durch das Punct *N*, bey welchem ſich der verdeckte Theil des Durchmeſſers endiget, mit einem Radius *NL*, der ſich zu dem Radius der Sonnenſcheibe *AS*, wie

wie der ſcheinbare Halbmeſſer des Mondes zu dem ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne verhält, einen andern Kreis ſo beſchreibet, wie es die Zeichnung auf dem erſten Anblick zu erkennen giebt. Uebrigens können die Sätze von den Schatten runder Körper, welche hier nur auf die Erde und den Mond angewendet worden ſind, auch zur Beſtimmung der Schatten der übrigen himliſchen Körper gebraucht werden, welche ihr Licht von der Sonne erhalten, und uns blos vermittelſt deſſelben ſichtbar werden. Denn dieſe werfen nothwendig einen Schatten der Sonne gegen über, welcher, wenn der dunkle Körper kleiner iſt als die Sonne, ſich in einer Spitze endiget, und von einem Halbſchatten umgeben wird, der ins Unendliche lauft. Die Gröſſen aber, welche bey dieſem Schatten zu betrachten ſind, hangen, wie bey dem Monde und der Erde, blos von der Gröſſe des erleuchteten Körpers, der Gröſſe der Sonne, und von dem Zwiſchenraume zwiſchen beiden ab.

T. VII. Fig. 106.

Der

Der

Aſtronomiſchen Vorleſungen

neunter Abſchnitt.

Von den Mondfinſterniſſen.

Durchgang des Monds durch den Erdſchatten.

§. 566.

Die Axe des Schattens der Erde fält immer in die Fläche der Ecliptic, in welcher ſich ſowol der Mittelpunct der Sonne, als der Mittelpunct der Erde befindet. Stellet man ſich nun um den Mittelpunct der Erde eine Kugel beſchrieben vor, deren Oberfläche durch den Ort hindurch gehet, in welchem ſich zu der Zeit der Mittelpunct des Mondes befindet; ſo ſchneidet dieſe Oberfläche ſowol die Fläche der Ecliptic als auch die Fläche der Bahn des Mondes, und man kan die Bogen der gröſten Cirkel, welche durch dieſe Schnitte in der Oberfläche der Kugel entſtehen, ſo lange ſie klein genug bleiben, für gerade Linien, den Theil der Oberfläche der Kugel ſelbſt aber, auf welchen der Schatten der Erde
T. VII. Fig. fält, für eine ebene Fläche halten, dergleichen in der 105ten Zeichnung die
105. *Ff* war: und wenn man ſich eine ebene Fläche vorſtellet, welche die Oberfläche der Kugel bey irgend einem Puncte berühret, und in einer geringen Entfernung von dieſem Berührungspuncte vermittelſt dieſer oder jener andern Fläche geſchnitten wird, die zugleich durch den Mittelpunct der Kugel gehet; ſo werden verſchiedene Umſtände noch deutlicher. Denn in dieſer kleinen Entfernung fält die berührende Fläche mit der Oberfläche der Kugel beynahe zuſammen, ſo ſehr ſie ſich auch nach und nach von derſelben entfernen mag: wenigſtens können unſere Sinnen keinen Unterſchied merken.

§. 567. Iſt nun in der 107ten Zeichnung *AB* der in der Oberfläche dieſer Kugel, welche wir uns durch den Mittelpunct des Mondes einbilden, geſehene kleine Theil der Ecliptic, und *AC* ein in ſeine Minuten und Secunden getheilter Grad derſelben, ſo kan der Erdſchatten in ſeiner gehörigen Verhältniß gegen dieſen Grad immer gezeichnet werden, wenn man dem Halbmeſſer deſſelben *CB* die oben (559) angezeigte Gröſſe giebt. Hier iſt die mitlere Gröſſe von 41 Minuten und 12 Secunden genommen worden, zu welcher man aber immer noch den ſechzigſten Theil, das iſt 41 Secunden hinzuſetzen kan, weil die gemeiniglich mit vielen Dünſten beſchwerte Luft, welche die Erde umgiebet, den Schatten derſelben nothwendig etwas vergröſſern muß. Man ſiehet leicht, daß zu einem dergleichen Entwurfe, bey welchem auf die bloſſe Aehnlichkeit geſehen wird, der Grad *AC* nach Belieben angenommen werden könne; weil der zu demſelben gehörige Radius, welcher in die Zeichnung keinen Einfluß hat, immer ſo gros gedacht werden kan, als ihn die Länge des angenommenen Grades erfodert. Der Mittelpunct des Schattens *C* ſtehet alsdenn dem Orte der Sonne gerade entgegen, und wird gefunden, wenn man jenem ſechs ganze Zeichen zuſetzet. Die durch *C* auf *AB* perpendicular gezogene *PQ* aber ſtellet einen Theil des zu dieſem Orte gehörigen Breitencirkels vor, deſſen Grade eben ſo gros ſind, als die in *AB*. T. VII. Fig. 107.

§. 568. Da nun die Sonne in der Ecliptic immer von Abend gegen Morgen fortrücket, ſo entfernet ſich auch der Schatten mit eben der Geſchwindigkeit von *C* gegen *A*; und nach eben der Seite beweget ſich der Mond, mit einer etwas über dreyzehnmal gröſſern Geſchwindigkeit. Was aber die Bahn anlangt, welche der Mond bey dieſer Bewegung beſchreibt: ſo iſt leicht einzuſehen, daß dieſelbe in die Oberfläche eben der Kugel, die wir uns eingebildet haben, oder in die Ebene, welche dieſelbe bey *C* berühret, fallen werde; und daß, wenn *C* ſelbſt einer der Knoten iſt, und die gerade Linie *DE* mit der *AB* den Winkel *DCB* oder *ACE* bildet, welcher der Neigung der Fläche der Mondbahn gegen die Fläche der Ecliptic gleich iſt, und alſo nie viel mehr hält, als fünf Grade; dieſe *DE* den Weg des Mondes in einer geringen Entfernung von *C*, ſehr genau vorſtellen werde. In dieſem Falle iſt alſo der Winkel *MCD*, welchen die Bahn des Mondes *DE* mit dem Breitencirkel *PQ* einſchlieſſet, die Ergänzung des *DCB*, welchen ſie mit der Ecliptic macht. Eben dieſes wird auch ohne einen ſonderlichen Fehler ſtatt haben, wenn in der verlängerten Vorſtellung der Ecliptic

T. VII. Fig. 107. *AB* der Knote nicht weit von *C* entfernet iſt. Fält aber dieſer Knote in *F* oder *G*, mit einer beträchtlichen Entfernung von dem *C*: ſo iſt zwar die *FG*, welche nunmehro die Bahn des Mondes vorſtellet, noch immer eine gerade Linie; weil in einer Zeit von wenigen Stunden ſich der Mond immer in eben der durch den Mittelpunct der Erde gelegten Fläche aufhält, welche eine jede andere Fläche nothwendig in einer geraden Linie ſchneidet: und weil bey dem Umſtande, welchen wir vor uns haben, die Breite des Mondes *CM* bey ſeinem Durchgange durch den Breitencirkel *PQ* immer klein genug iſt, ſo wird auch der Winkel, welchen die Bahn des Mondes bey dieſem Durchgange mit dem Breitencirkel einſchlieſſet, durch den ihm völlig gleich gemachten *FMC* oder *GMC* ſehr genau vorgeſtellet, und dadurch die Bahn des Mondes *FG* ſo weit richtig entworfen. Es wird aber dieſer Winkel *FMC* oder *GMC* nun nicht mehr das Complement des *DCB*, und behält nicht bey jeder Breite *CM* eben die Gröſſe. Denn ſobald *CF* eine Gröſſe von mehrern Graden bekömt, ſo kan man ſich das Dreyeck *CFM* nicht mehr als geradlinicht vorſtellen, ſondern es muß als ein Kugeldreyeck angeſehen werden, welches bey *C* einen rechten Winkel hat. Denn obwol *CM* noch immer für eine gerade Linie gehalten werden kan, ſo iſt ſie doch würklich ein Bogen, und kan als ein ſolcher betrachtet werden. Alsdann aber iſt aus den Eigenſchaften der Kugeldreyecke zu ſchlieſſen, daß der ſpitzige Winkel *FMC* oder *GMC* immer gröſſer ausfallen müſſe, als die Ergänzung des *F* oder *G*, und zwar ſo, daß dieſer Winkel bey *M* die Ergänzung des *F* oder *G* deſto mehr übertrift, je gröſſer die Seite *CF* oder *CG* wird, und je weiter ſich alſo der Knote *F* oder *G* von dem *C* entfernet. Wenn demnach zu einer noch gröſſern Entfernung des Knoten als *CF* oder *CG* iſt, die Bahn des Mondes *HI* oder *KN* genau entworfen werden ſol, ſo kan dieſelbe keinesweges der *FG*, und noch weniger der *LE* parallel ſeyn. Dieſe Abweichung wird nach und nach ſo gros, daß ſie nicht bey Seite geſetzt, und als Nichts betrachtet werden kan: in dasjenige aber, ſo wir unmittelbar vor uns haben, hat dieſelbe einen ſo geringen Einfluß, daß wir gar wol alle durch die Linien *LE*, *FG*, *HI*, *KN* vorgeſtelte Wege des Mondes als einander parallel anſehen mögen.

§. 569. Der um den Mittelpunct *L*, mit einem Halbmeſſer von 15 Minuten und 49 Secunden des Grades *AC*, beſchriebene Cirkel ſtellet den vollen Mond in ſeiner mitlern Gröſſe vor, deſſen Mittelpunct ſich in der *DE*, oder einer

derſelben

derſelben parallel laufenden Linie, von Abend gegen Morgen beweget, indem der Mittelpunct des Schattens zugleich in der *BA* nach *A* fortgehet: da denn, weil die erſtere Bewegung viel geſchwinder iſt, nothwendig öfters der ganze Mond, oder ein Theil deſſelben, durch die Schattenſcheibe durchgehen muß. Geſchiehet dieſes, ſo wird der Mond an ſeiner nach Morgen, und zugleich mehr oder weniger nach Mittag oder Mitternacht gekehrten Seite, zuerſt verdunkelt, der alſo beſchattete Theil deſſelben wächſet immer mehr, und nimt alsdann wieder ab; ſo daß die an der Abendſeite liegende Theil deſſelben ihr Licht am letzten wieder bekommen. Alles dieſes kan einige Betrachtung der Zeichnung deutlicher machen, als viele Worte es thun würden. Es rühret aber der eigentliche Weg, welchen der Mond durch die Schattenſcheibe, und in einer kleinen Entfernung von derſelben, zu nehmen ſcheinet, wenn dieſe Scheibe als unbewegt betrachtet wird, von dem Fortrücken dieſer Scheibe und von der würklichen Bewegung des Mondes in ſeiner Bahn, zugleich her, und es iſt leicht die Richtung dieſer relativen Bewegung, ſamt ihrer Geſchwindigkeit, anzugeben, wenn jene Bewegungen, von welchen ſie herrühret, völlig bekant ſind. *T. VII. Fig.* 107.

§. 570. Denn wenn (*T. VII. Fig.* 108.) *ABCD* einen Raum vorſtellet, dergleichen die Schattenſcheibe der Erde iſt, welcher nach der Linie *AB* mit einer gewiſſen Geſchwindigkeit fortrücket, die immer dieſelbe bleibt, *L* aber iſt ein Körper, welcher in dem unendlichen Raume würklich die gerade Linie *LE* mit einer gleichförmigen Bewegung beſchreibet; und man will den Weg verzeichnen, welchen dieſer Körper in dem Raume *ABCD* nehmen wird, den man ſich als eine bewegte Tafel vorſtellen kan: ſo darf man nur *EF* der Länge gleich machen, um welche dieſer Raum nach *AB* in der Zeit *T* fortrücket, in welcher der Körper *L* den Weg *LE* zurücke legt, und *LF* ziehen. Nach dieſer *LF* wird der Körper *L* in dem Raume *ABCD* gleichförmig fortgehen, und dieſelbe in eben der Zeit *T* ganz beſchreiben. Denn wenn *LG* der *EF* parallel und gleich genommen, und ſowol dem Raume *ABCD* als auch dem Körper *L* die durch *LG* oder *EF* angegebene Bewegung beygebracht wird, das iſt, wenn man ſich vorſtellet, daß ſowol der Raum *ABCD* als der Körper *L* mit der Geſchwindigkeit *EF* oder *LG* nach dieſer Richtung zurück geſchoben werden: ſo wird allerdings die Bewegung des Raums vernichtet; der Körper *L* aber beweget ſich in dem nunmehro ruhenden Raume, völlig ſo, wie er ſich in Abſicht auf *T. VII. Fig.* 108.

T. VII. Fig. 108. denſelben vorher bewegte, da beide die Bewegung *EF* oder *LG* annoch hatten. Wird aber auch *GF* gezogen, welche der *LE* gleich und parallel ſeyn wird, ſo iſt bekant, daß aus den beiden gleichförmigen Bewegungen nach *LE* und *LG* eine ebenfals gleichförmige Bewegung nach *LF* folge, mit welcher dieſe Linie in eben der Zeit *T* beſchrieben wird, in welcher der Raum *ABCD* nach *AB* um die Länge *EF* fortrückte, und der Körper *L* in dem unendlichen Raume die *LE* zurücklegte (*).

§. 571. In der Anwendung, welche wir hievon zu machen haben, ſtellet *LE* die Geſchwindigkeit vor, mit welcher der Mond in ſeiner Bahn fortgehet, und *EF* diejenige, mit welcher die Sonne in der Ecliptic fortrücket: denn dieſe iſt mit der Geſchwindigkeit des Schattens völlig einerley. Es iſt alſo *LE* über dreyzehnmal ſo gros als *EF*. Der Winkel *LEA* aber iſt derjenige, welchen bey dem Knoten die Bahn des Mondes mit der Vorſtellung der Bahn der Sonne einſchlieſſet, und hält alſo etwas über 5 Grade. Demnach iſt der Winkel *EFG* beynahe ſo gros, als zween rechte Winkel, und mit einem ziemlich geringen Fehler $LE - EF = LF$. Die Verhältniß $FL : EF$ aber iſt beynahe $12\frac{1}{2} : 1$ oder $25 : 2$, und da $LF : EF = \sin LEF : \sin ELF$; die Verhältniß kleiner Winkel aber von der Verhältniß ihrer Sinus wenig verſchieden iſt, ſo hält auch der Winkel *ELF* beynahe 0,08 des Winkels *LEF*, das iſt, 24 Minuten: und um ſo viel übertrift der Winkel *LFA*, welchen die relative Bahn des Mondes mit dem durch *AB* vorgeſtelten Theil der Ecliptic einſchlieſſet, den Winkel *LEA* oder *GFA*, mit welchem deſſen wahre Bahn an dieſelbe anlauft. Man kan alſo in der 107ten Zeichnung die um *C* beſchriebene Schattenſcheibe ſich ganz ohne Bewegung vorſtellen, und aus dieſem leichtern Begriffe alle Erſcheinungen einer Mondfinſterniß herleiten, wenn man nur den Winkel *DCB* oder *ACE* ohngefehr um 24 Minuten vergröſſert, und die Bewegung des Mondes in ſeiner Bahn dem Ueberſchuße der Bewegung des Mondes über die Bewegung der Sonne gleich machet. Es iſt hier nicht um eine genaue Berechnung der Finſterniſſe zu thun, zu welcher freylich alles viel genauer genommen werden muß. Der Ueberſchuß aber der ſtündlichen Bewegung des Mondes über die ſtündliche Bewegung der Sonne beträgt eigentlich im Mittel 30 Minuten und 28 Secunden, das iſt 1828 Secunden.

Verſchie-

(*) S. der Einleitung in die Naturlehre 54. §.

Verſchiedene Arten der Mondfinſterniſſe.

§. 572. Es kan ſich zutragen, daß der Mittelpunct der Scheibe *L*, die den vollen Mond vorſtellet, ſelbſt durch den Mittelpunct des Schattens *C* hindurchgehet: wenn nehmlich in dem Augenblicke, in welchem jener Mittelpunct den Knoten erreichet, auch der Mittelpunct des Schattens ſich in demſelben befindet. Denn da dieſer letztere nie von der Fläche der Ecliptic abweichet, der Mittelpunct des Mondes aber ſich nie in derſelben findet, auſſer wenn er mit einem der Knoten zuſammenfält: ſo können dieſe zween Mittelpuncte ſich auſſer den Knoten mit einander nicht vereinigen. Kommen ſie aber daſelbſt zuſammen, ſo beſchreibt der Mittelpunct des Mondes, bey ſeinem Durchgange durch die Schattenſcheibe, immer einen ihrer Durchmeſſer, und hält ſich alſo in derſelben ſo lang auf, als nur möglich iſt. Denn eine jede Sehne dieſer Scheibe, welche er auſſer dem beſchreiben möchte, iſt kleiner als ihr Durchmeſſer. Die Verfinſterung des Mondes gehet an, ſobald die Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von dem Knoten der Summe der Halbmeſſer der beiden Scheiben gleich wird, und höret auf, ſobald der Mond ſich an der andern Seite *E* wieder eben ſo weit von dem Knoten entfernet hat. Iſt die Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von dem Knoten nicht gröſſer oder kleiner, als der halbe Durchmeſſer der Schattenſcheibe, ſo wird die Scheibe des Mondes bis an ihren Mittelpunct verdunkelt; und es bedeckt der Schatten dieſe Scheibe ganz und gar, ſo lang eben die Entfernung nicht gröſſer iſt, als der Ueberſchuß des halben Durchmeſſers *CB* über den halben Durchmeſſer des Mondes. Alles dieſes iſt leicht zu begreifen, wenn man nur in den Gedanken, den Mittelpunct *L* mit der um denſelben beſchriebenen Scheibe, nach und nach auf *DE* von *D* nach *E* fortſchiebet. T. VII. Fig. 107.

§. 573. Dieſe Verfinſterung iſt total, weil ſie den ganzen Mond trift, und central, weil im Mittel derſelben der Mittelpunct des Mondes genau von dem Mittelpuncte des Schattens bedecket wird, welches anzeiget, daß ſich zu der Zeit der Mittelpunct des Mondes in der geraden Linie befinde, die durch den Mittelpunct der Sonne und durch den Mittelpunct der Erde hindurch gehet. Wenn wir uns auch nunmehro an die mitlern Gröſſen halten, und den Halbmeſſer des Schattens der Erde mit der ſie umgebenden Luft auf 2515, den halben Durchmeſſer der Mondſcheibe aber auf 945 Secunden ſetzen, ſo iſt die Summe

T. VII. Fig. 107. dieſer Halbmeſſer 3460 Secunden, und ihre Differenz 1570 Secunden. Die ganze Finſterniß währet alſo doppelt ſo lang, als der Mond Zeit brauchet, ſich dem Schatten der Erde um 3460 Secunden zu nähern. Da alſo eine Näherung um 1828 Secunden eine Stunde Zeit erfodert, ſo erfodern die 3460 Secunden eine Zeit von beynahe 1 Stunde, 53 Minuten, und doppelt ſo lang, das iſt 3 Stunden und 46 Minuten währet die ganze Verfinſterung, von ihrem erſten Anfange an bis an das Ende. Die 1570 Secunden aber, welche die Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von dem Mittelpuncte der Sonne nicht überſchreiten darf, ſo lang die Finſterniß total ſeyn ſoll, erfodern in eben dem Verſtande etwas über 51 Minuten Zeit. Doppelt ſo lang alſo, das iſt 1 Stunde und 42 bis 43 Minuten, wird, bey den angenommenen Gröſſen, der Mond ganz verfinſtert bleiben. Die wahren Maaße ſind bald gröſſer bald kleiner als dieſe mitlern, und geben bald eine längere bald eine kürzere Währung.

§. 574. Gehet der Mittelpunct des Mondes nicht durch den Mittelpunct der Schattenſcheibe, ſo iſt das ſchicklichſte, daß man ſich dieſe Scheibe um dasjenige Punct der Ecliptic beſchrieben vorſtelle, deſſen Länge in dem Zeitpuncte der Oppoſition von dem Orte der Sonne um 6 Zeichen entfernet iſt, und daſelbſt unbeweglich ruhen laſſe. Iſt nun *C* dieſes Punct der Ecliptic *AB*, auſſer welchem der Knote in *F* oder *G*, oder ſonſt in die verlängerte *AB* fält: ſo iſt die durch *C* der Ecliptic perpendicular gezogene *PQ* ein Theil desjenigen Cirkels, auf welchem die Breite des Mondes, zur Zeit ſeiner Conjunction mit dem Mittelpuncte des Schattens *C*, oder ſeiner Oppoſition gegen die Sonne, nach *P* oder *Q* genommen werden muß, nachdem ſie mitternächtig oder mittägig iſt: und es wird die Gröſſe dieſer Breite durch die Theile des zuerſt angenommenen Grades *AC* angegeben (567). Es theilet aber dieſe *PQ*, den Theil der relativen Bahn des Mondes (die man ſich noch immer der nach den angezeigten Gründen gezogenen *DE* parallel vorſtellen kan) welcher in die Schattenſcheibe fält, und dadurch zu einer Sehne dieſer Scheibe wird, nicht genau in zwo gleiche Hälften, da ſie keiner dieſer Bahnen perpendicular iſt: ſondern es muß, wenn dieſe Sehnen in gleiche Theile getheilt werden ſollen, eine andere Linie *RS* der *DE* perpendicular gemacht werden: welche auch einer jeden durch *FG*, *HI* oder *KN* vorgeſtelten Bahn des Mondes, die der *DE* parallel lieget, ſenkrecht fallen wird. Dieſe *RS*

macht

macht mit der *PQ* einen ſpitzigen Winkel, *RCP*, welcher dem *ACE* gleich iſt, *T. VII. Fig.* und es entſtehen dadurch ähnliche Dreyecke, die gar leicht zu überſehen ſind. *108.* Langet nun der Mittelpunct des Mondes, mit ſeiner relativen Bewegung in Abſicht auf den Schatten, in dieſer *RS* an, ſo iſt er am tiefſten in den Schatten verſenkt, indem ſeine Entfernung von dem Mittelpuncte des Schattens *C* die kleinſte iſt, die er bey dieſem Durchgange haben kan; und in eben dem Zeitpuncte, in welchem ſich der Mittelpunct des Mondes in der Linie *RS* befindet, fält auch das Mittel der Zeit der Verfinſterung. Wir können den Theil dieſer *RS*, welcher von *C* bis an die relative Bahn des Mondes reichet, deſſen kleinſte Entfernung nennen, welche, wenn der Winkel *RCP* = *ACE*, ſamt der auf *CP* zu nehmenden Breite des Mondes bekant ſind, leicht genug gefunden werden kan.

§. 575. Iſt nun dieſe kleinſte Entfernung gröſſer als die Summe des Halbmeſſers der Schattenſcheibe und des Halbmeſſers des Mondes, ſo erfolget keine Mondfinſterniß, ſondern es gehet der Mond bey dem Schatten der Erde vorbey, ohne daß er von dieſem getroffen würde. Iſt die kleinſte Entfernung der Summe dieſer Halbmeſſer gleich, welche wir im Mittel auf 3460 Secunden geſetzt haben, ſo wird zwar der Mond von dem Schatten der Erde berühret, aber kein Theil deſſelben würklich verdunkelt, welches nur alsdenn erfolget, wenn die kleinſte Entfernung weniger beträgt, als dieſe Summe. Und auch bey dieſem Umſtande iſt die Verfinſterung nicht gros, ſo lang die kleinſte Entfernung von der Summe der Halbmeſſer nur wenig übertroffen wird, indem der Schatten nicht ehe bis an den Mittelpunct des Mondes reichet, als wenn die kleinſte Entfernung dem Halbmeſſer des Schattens allein, gleich iſt. Iſt aber dieſe Entfernung noch kleiner, ſo wird auch der Mittelpunct des Mondes von dem Schatten bedeckt. Endlich wird auch nunmehro der ganze Mond verfinſtert, wenn die kleinſte Entfernung nicht einmal den Unterſchied der Halbmeſſer übertrift, deſſen mitlere Gröſſe 1570 Secunden beträgt. Nach eben der kleinſten Entfernung richtet ſich auch die Länge der Zeit, in welcher der Mittelpunct des Mondes ſich in der Schattenſcheibe aufhält, wie auch die ganze Währung der Finſterniß.

§. 576. Es kan alſo eine Mondfinſterniß gar wol total ſeyn, ob ſie gleich nicht central iſt: denn der Mond kan ganz verfinſtert werden, auch wenn

T. VII. Fig. 108. wenn er in ſeiner Bahn bey dem Mittelpuncte des Schattens vorbeygehet. Auſſer dem aber kan der verfinſterte Theil des Mondes ſo klein ſeyn als man will; da denn die Finſterniß partial genennet wird.

Gränzen der Mondfinſterniſſe.

§. 577. Hieraus läſſet ſich auch ohngefehr die kleinſte Entfernung beſtimmen, welche der Mittelpunct des Schattens von dem nächſten Knoten haben muß, wenn eine Mondfinſterniß ſtatt haben ſoll, das iſt, der zwiſchen dem Mittelpuncte des Schattens und dem Knoten enthaltene Theil der Ecliptic. Wenn
T. VII. Fig. 109. (*T. VII. Fig.* 109.) *FC* einen Theil der Ecliptic, *FL* einen Theil der wahren Bahn des Mondes, der um *C* beſchriebene Cirkel den Schatten der Erde, und der kleinere bey *L* den Mond vorſtellen, *CR* aber wird von dem Mittelpuncte *C* auf die Bahn des Mondes perpendicular gezogen: ſo darf die Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von *C* nicht viel mehr betragen, als 3462 Secunden, wenn eine Finſterniß ſtatt haben ſoll. Wird aber der Winkel *F* auf ſeine geringſte Gröſſe von 5 Graden geſetzt, ſo verhält ſich ſein Sinus zum Radius wie 87 zu 1000, und eben ſo verhält ſich auch in dem rechtwinklichten Dreyecke *LFC* die *CL* zu dem zwiſchen dem Knoten *F* und dem Mittelpuncte des Schattens *C* enthaltenen Theil der Ecliptic, welcher demnach komt, wenn 3462000 Secunden in 87 getheilet werden. Dieſe Theilung giebt 39793 Secunden, die genau genug 11 Grade ausmachen. Es wird aber durch eine genauere Berechnung, bey welcher die wahre Bewegung des Mondes, ſamt den Veränderungen des Durchmeſſers des Erdſchattens, der ſcheinbaren Gröſſe des Mondes, und des Winkels *F* in Betrachtung kommen, gefunden, daß auch ein Theil des Mondes verfinſtert werden könne, wenn in dem Augenblicke des mitlern Volmondes die mitlere Entfernung des Mittelpuncts des Schattens von dem Knoten bis $3\frac{1}{2}$ Grade gröſſer iſt, als 11 Grade; gleichwie auf der andern Seite ſich die Verfinſterung gewiß ereignen wird, wenn eben die mitlere Entfernung ſich um $3\frac{1}{2}$ Grad kleiner findet. Dadurch werden die Gränzen der mitlern Entfernung des Mittelpuncts des Schattens von dem Knoten, das iſt derjenigen, die blos durch die mitlere Bewegung der Sonne und des Knotens beſtimmet wird, in welchen ſich eine Mondfinſterniß zutragen muß, auf $7\frac{1}{2}$ Grade geſetzt: die Gränzen derjenigen aber, in welcher ſich eine Mondfinſterniß zutragen kan, ob es wol nicht ſicher iſt, daß ſie würklich erfolgen werde, auf $14\frac{1}{2}$ Grade.

§. 578.

§. 578. Der mitlere Abſtand des Mittelpuncts des Erdſchattens von dem ihm zunächſt liegenden Knoten, iſt allezeit dem mitlern Abſtande des Mittelpuncts der Sonne von dem andern Knoten gleich, und kan alſo aus einer Tafel genommen werden, welche die mitlern Bewegungen der Sonne und der Knoten angiebt. Nun iſt (522) gewieſen worden, wie, vermittelſt der aſtronomiſchen Epacten die Täge und Stunden der mitlern Volmonde das ganze Jahr durch gefunden werden. Wird nun, zu der Zeit eines jeden dieſer Volmonde, die mitlere Entfernung der Sonne von dem ihr zunächſt liegenden Knoten geſucht, indem man nehmlich die Länge der Sonne von der Länge des Knoten, oder dieſe von jener abziehet: ſo iſt man verſichert, daß an dieſem Volmonde ſich eine Finſterniß ereignen werde, wenn die Entfernung kleiner gefunden wird als $7\frac{1}{2}$ Grade. Beträgt ſie mehr als $14\frac{1}{2}$ Grade, ſo geſchiehet keine Verfinſterung. Fält aber die Entfernung zwiſchen $7\frac{1}{2}$ und $14\frac{1}{2}$ Grade, ſo iſt die Finſterniß deſto weniger oder mehr zweifelhaft, je mehr ſich die Entfernung der erſten oder der zweiten dieſer Gränzen nähert. T. VII. Fig. 109.

§. 579. Es können auch aus den Mondfinſterniſſen, welche ſich in einem Zeitraume von 18 Jahren zutragen, diejenigen geſchloſſen werden, die ſich in dem zunächſt darauf folgenden Zeitraume von eben der Gröſſe ereignen, und wir werden hernach ſehen, daß dieſes bey den Verfinſterungen der Erde, die durch den Mond geſchehen, ebenfals ſtatt habe. Denn nach 18 Jahren $10\frac{1}{2}$ Tägen, bey deren Anfange ſich eine Mondfinſterniß ereignet hatte, ereignet ſich immer eine andere beynahe von eben der Gröſſe; wenn jene nur einigermaſſen beträchtlich geweſen iſt. Denn wenn man eine Conjunction des Mondes mit dem Erdſchatten annimt, nahe genug bey einem der Knoten, ſo ſtehet der Mittelpunct des Schattens nach 18 Jahren $10\frac{1}{2}$ Tägen, um 9 Grade, 59 Minuten, 48 Secunden von dem Puncte dieſer Conjunction entfernet: wie aus der mitlern Bewegung der Sonne leicht berechnet werden kan. Der Mond aber hat in dieſer Zeit, auſſer ſeinen ganzen Umläufen, in Abſicht auf die Ecliptic 9 Grade 58 Minuten und 52 Secunden zurück gelegt, ſo daß ihm die Schattenſcheibe nur um 56 Secunden zuvor gekommen iſt. Da dieſes bey den mitlern Bewegungen nichts beträchtliches ausmacht; ſo kan man dieſen Zeitpunct vor den Augenblick des Volmondes annehmen. Nun iſt der Knote, bey welchem ſich im Anfange des Zeitraumes von 18 Jahren $10\frac{1}{2}$ Tägen der Erdſchatten befand, in derſelben

T. VII. Fig. 109. um 11 Zeichen, 18 Grade, 40 Minuten und 59 Secunden fortgerückt, und befindet ſich alſo am Ende derſelben um 11 Grade und 19 Minuten, von der Stelle, die er damals hatte, nach Morgen zu entfernet. Werden nun dieſe 11 Grade und 19 Minuten mit den 9 Graden 59 Minuten und 48 Secunden zuſammen gehalten, ſo findet ſich, daß der Knote nur um einen Grad 19 Minuten und 12 Secunden von ſeinem vorigen Orte mehr nach Morgen zu entfernet ſey, als der Mittelpunct des Schattens. Hat ſich alſo der Knote, beym Anfange des Zeitraumes, an der Abendſeite des Mittelpuncts befunden, ſo liegt er am Ende deſſelben dem Mittelpuncte faſt um $1\frac{1}{3}$ Grade näher, und die Finſterniß am Ende des Zeitraumes iſt etwas ſtärker, als die beym Anfange. Befand ſich aber beym Anfange des Zeitraumes der Knote an der Morgenſeite des Mittelpuncts, ſo iſt er am Ende deſſelben um $1\frac{1}{3}$ Grad mehr von demſelben entfernet, und die Finſterniß am Ende iſt kleiner, als die beym Anfange.

Umſtändliche Betrachtung der relativen Bewegungen.

§. 580. Es kan aber dieſes alles nur beynahe zutreffen, ſo lang anſtatt der wahren Bewegungen der Sonne und des Mondes nur die mitlern gebraucht werden, welche von jenen meiſtentheils weit genug abweichen. Doch ſind dieſe wahren Bewegungen, und die von denſelben herrührenden übrigen Gröſſen das einzige, ſo uns noch zur richtigen Verzeichnung einer Mondfinſterniß fehlet, auf welche alsdenn die Berechnung aller Umſtände derſelben gegründet werden kan, wenn ſie nöthig erachtet wird. Wir wollen aber, ehe wir uns zu dieſen genauern Beſtimmungen wenden, die algemeinen Gründe betrachten, von welchen wir, aus der Bewegung zweener Puncte, die Bewegung eines derſelben in Abſicht auf den andern ſchlieſſen können; das iſt, auf diejenige, welche wir jenem Puncte zuſchreiben, wenn wir uns dieſen ohne alle Bewegung vorſtellen. Wir haben (570) geſehen, daß dieſe relative Bewegung die deutliche Vorſtellung einer Mondfinſterniß gar ſehr erleichtere, und ſie komt uns auch in vielen andern Fällen gar wol zu ſtatten. Es iſt aber nur von ſolchen Bewegungen die Rede, die eine kurze Zeit währen, und in derſelben eine ſo geringe Veränderung leiden, daß ſie als geradlinicht und gleichförmig angeſehen werden können.

§. 581.

§. 581. Beweget ſich aber (*T. VII. Fig.* 110.) ein Körper *A* in der geraden Linie *Aa*, immer mit der nehmlichen Geſchwindigkeit, indem ein anderer Körper *B* die gerade Linie *Bb* mit einer Geſchwindigkeit beſchreibt, die ebenfals immer dieſelbe bleibt, zu der Geſchwindigkeit aber des Körpers *A* ſich wie *Bb* zur *Aa* verhält, welches ſeyn wird, wenn dieſe Wege *Aa*, *Bb* in gleichen Zeiten zurück gelegt werden: ſo iſt überhaupt richtig, daß die relative Bewegung des Körpers *A* in Anſehung des *B*, oder des Körpers *B* in Anſehung des *A* dadurch, daß man jedem dieſer Körper eine neue Bewegung zuſetzet, nicht geändert werde, wenn nur die Geſchwindigkeiten dieſer neuen Bewegungen einander gleich, und ihre Richtungen parallel ſind. Sol nun die Bewegung des einen dieſer Körper *A* in Anſehung des andern *B* gefunden werden, diejenige nehmlich, welche man dem *A* zuſchreiben muß, wenn man ſich den Körper *B* als ruhend vorſtellen wil; ſo darf man nur dem Körper *A* eine neue Bewegung nach *Ac* beybringen, deren Richtung der *Bb* parallel, ſonſt aber gerade entgegen geſetzt iſt, die Geſchwindigkeit aber dieſer neuen Bewegung *Ac* der Geſchwindigkeit *Bb* gleich machen. Denn wenn eben dieſe Bewegung auch dem Körper *B* beygebracht, das iſt, wenn dieſer Körper in der Linie *bB* mit eben der Geſchwindigkeit zurück getrieben wird, ſo wird ſeine Bewegung völlig vernichtet, und die Bewegung, welche der Körper *A* durch den Zuſatz der Bewegung *Ac* zu ſeiner vorigen *Aa* erhält, iſt diejenige, mit welcher er in Abſicht auf den nunmehro würklich ruhenden *B* fortgehet. Es wird aber dieſe aus den beiden *Aa* und *Cc* zuſammengeſetzte Bewegung vermittelſt des zu dem Winkel *cAa* und den Seiten *Ac*, *Aa* beſchriebenen Parallelograms *ca* gefunden, deſſen Durchmeſſer *Ad*, durch ſeine Lage die Richtung, und durch ſeine Gröſſe die Geſchwindigkeit derſelben angiebt. T. VII. Fig. 110.

§. 582. Dieſe Auflöſung iſt algemein, und ſchickt ſich zu einer jeden Lage, ſo die Linien *Aa*, *Bb* haben können: die beſondern Fälle aber, auf welche ſie hier anzuwenden ſeyn wird, ſind ſehr einfach. Man ſiehet leicht, daß wenn (*T. VII. Fig.* 111.) die Körper *A* und *B* beide ſich in eben der geraden Linie *MN* bewegen, *A* mit der Geſchwindigkeit *a*, und *B* mit der Geſchwindigkeit *b*; die Geſchwindigkeit des Körpers *A*, mit welcher er ſich in eben der geraden Linie *MN* dem *B* nähert, oder von demſelben entfernet, die Summe der Geſchwindigkeiten $a + b$ ſeyn werde, wenn die Körper nach verſchiedenen T. VII. Fig. 111.

T. VII. Fig. 111. Seiten gehen, der eine nach *M* und der andere nach *N*; gehen ſie aber beide nach eben der Seite *M* oder *N*, der Unterſchied derſelben *a* — *b*. Und wir haben bereits als bekant annehmen können, daß eben die Rechnung ſtatt habe, wenn *MN* ein Theil des Umkreiſes eines Cirkels iſt, in welchem ſich die Körper *A*, *B* beide bewegen.

T. VII. Fig. 112. 113. §. 583. Bewegen ſich aber (*T. VII. Fig.* 112. 113) die Körper *A* und *B* zwar nicht in der Linie *MN* ſelbſt, wol aber in einer Fläche, die durch dieſe Linie *MN* hindurch gehet, in welcher ſie die Wege *Aa* und *Bb* zugleich beſchreiben: ſo können dieſe Bewegungen auf die *MN* bezogen werden, indem man nur von den Puncten *A*, *B*, *a*, *b*, die *AC*, *BD*, *ac*, *bd* der *MN* perpendicular fallen läßt: da denn der Körper *A* ſich nach *MN* mit der Geſchwindigkeit *Cc*, der Körper *B* aber mit der Geſchwindigkeit *Dd* bewegen wird. Denn es kan ein kurzes Nachdenken zeigen, daß dieſe Bewegungen nach *MN* gleichförmig ſeyn werden, da die nach *Aa*, *Bb* gleichförmig ſind, obwol die Geſchwindigkeit *Cc* nothwendig kleiner iſt als *Aa*, und *Dd* kleiner als *Bb*. Bey dieſen Geſchwindigkeiten nun, mit welchen ſich die Körper *A*, *B* nach *MN* bewegen, hat eben die Frage ſtatt, ſo eben beantwortet worden iſt; wie groß nehmlich die Geſchwindigkeit ſeyn werde, mit welcher ſich *A* dem Körper *B* nähert, oder von demſelben entfernet, wenn dieſer in Anſehung der *MN* als unbeweglich betrachtet wird? Und man ſiehet leicht, daß dieſelbe eben ſo wie die vorige zu beantworten ſey, wenn nur anſtatt der *Aa* die Geſchwindigkeit *Cc*, und anſtatt der *Bb* die *Dd* genommen wird. Erſtrecken ſich dieſe Linien *Cc*, *Dd*, von ihren Anfangspuncten *C*, *D* nach verſchiedenen Seiten, die eine nach *M* und die andere nach *N*, ſo iſt die Geſchwindigkeit, mit welcher ſich *A* dem *B*, in Abſicht auf die Linie *MN* nähert, oder von derſelben entfernet, *Cc* + *Dd*. Erſtrecken ſich aber die Linien *Cc*, *Dd* beide nach eben der Seite *M* oder *N*, ſo nähert ſich *A* dem *B*, oder entfernet ſich von demſelben, mit der Geſchwindigkeit *Cc* — *Dd*. Es iſt leicht in der Anwendung die verſchiedenen Fälle auseinander zu ſetzen, inſonderheit wenn dabey einige Zeichnung gebraucht wird, wodurch die beſondern Regeln, die in dieſer Abſicht gegeben werden konten, überflüßig werden.

§. 584. Wenn *A* und *B* zween himliſche Körper ſind, die ſich in einer geringen Entfernung von der Ecliptic bewegen, ſo kan man einen Theil dieſes Kreiſes, ſamt den daran zu beiden Seiten liegenden Streifen, in der Einbildung der=

dergeſtalt biegen, daß der Theil der Ecliptic zu einer geraden Linie MN, und der Streifen eben wird. T. VII. Fig. 112. 113. Alsdenn wird Cc die Bewegung des Körpers A in die Länge, indem Cc denjenigen Theil der Ecliptic vorſtellet, um welchen die Länge dieſes Körpers A dadurch verändert worden, daß er aus A in a übergegangen iſt; und in eben dem Verſtande wird, um wieviel ſich der Körper B in eben der Zeit in die Länge bewegt hat, durch Dd angegeben. Sind alſo dieſe Bewegungen in die Länge, für einen gewiſſen Zeitraum, welcher gemeiniglich eine Stunde iſt, bekant, ſo wird durch die gegebene Anweiſung gefunden, um wieviel ſich in dieſer Zeit der Körper A dem B in Abſicht auf die Länge genähert, oder von demſelben entfernet hat. Wird aber durch ein beliebiges Punct O die PQ der MN perpendicular gemacht, auf welche die AE, ae; BF, bf perpendicular, und folgends der MN parallel fallen: ſo iſt $EO = AC$ die Breite des Puncts A, und $eO = ac$ die Breite des a: demnach Ee die Bewegung des Puncts A in die Breite, oder die Veränderung, welche in der Breite des Körpers A vorgegangen iſt, indem er ſich durch Aa beweget hat. In eben dem Verſtande iſt Ff die Veränderung der Breite des Körpers B, welche aus den Breiten $BD = OF$ und $bd = Of$ geſchloſſen wird, wie Ee aus OE und Oe. Sind aber dieſe Veränderungen Ee und Ff beide bekant, ſo kan ferner nach eben der Anweiſung gefunden werden, um wieviel Theile eines Grades die Breite des Körpers A in Abſicht auf den Körper B, vermehret oder vermindert worden ſey. Wir wollen die dergeſtalt zu entdeckende Veränderung der Länge des Körpers A in Abſicht auf den Körper B, uns unter X vorſtellen, und die Veränderung der Breite des A in Abſicht auf die Breite des B unter Y. Beides ſind gerade Linien, deren Längen durch die Grade und Minuten der MN gegeben werden, die denen in PQ gleich ſind.

§. 585. Sind nun dieſe Linien X, Y beide bekant, ſo kan auch bey den angenommenen Bedingungen der Weg verzeichnet und berechnet werden welchen der Körper (*T. VII. Fig.* 114.) A in Abſicht auf den B an dem Him- T. VII. Fig. 114. mel nehmen wird, wenn man ſich dieſen B als ruhend vorſtellet, indem würklich, ſo lang die kleine Zeit, die wir H nennen wollen, währet, die Körper A und B beide, wie geſetzt worden iſt, fortgehen. Es ſey B der Ort, an welchem ſich der Körper B beym Anfange der Zeit H befindet, indem MN auch nunmehro die Ecliptic iſt, und die derſelben perpendicular gezogene BD die Breite. DC ſey die von D an ge-

T. VII. Fig. 114. rechnete Länge des Orts, welchen der Körper *A* im Anfange der Zeit *H* einnimt, *CA* der *MN* perpendicular, und gleich der Breite dieſes Orts: *AE* gleich der *Y*, und *CF* = *X*. Wird nun das Rechteck *CG* vollendet, ſo iſt *AG* der relative Weg, welchen *A* in der Zeit *H*, in Anſehung des an ſeinem Orte ruhenden *B* beſchreibet. Der Winkel bey *A*, welchen er mit dem Breitencirkel *AC* einſchlieſſet, wird durch die Proportion $Y : X = 1 : tan\ A$ gefunden, und die Länge des in der Zeit *H* gemachten Weges *AG*, unter andern durch dieſe, $cos\ A : 1 = AE : AG$. In der Anwendung befindet ſich der Körper *B* gemeiniglich in *C*, welches die Sache etwas leichter machet. Nur müſſen überal die verſchiedenen Lagen der Linien *X* und *Y* wol in acht genommen werden.

§. 586. Die gerade Linie *BG* iſt eigentlich ein Theil des an der Himmelskugel, der Ecliptic parallel, durch *B* beſchriebenen Kreiſes, und da durch die *BD*, *AC*, *GF* Theile der Breitenkreiſe vorgeſtellet werden, welche, wenn ſie an der Kugel fortgeſetzt werden, durch die Pole der Ecliptic gehen müſſen: ſo iſt an dem Himmel allerdings *GE* kleiner als *FC*, obwol dieſe Linien beide einerley Zahl von Minuten haben. Denn die Grade, und alſo auch die Minuten des Kreiſes, zu welchen *BG* gehöret, ſind kleiner als die Grade der Ecliptic, welche den Graden der Cirkel *AC*, *BD*, *GF*, auf welchen die Breiten genommen werden, immer gleich ſind. Und zwar verhält ſich, wenn *FC*, *GE* zwiſchen zween ſolchen Cirkeln enthalten ſind, *FC* : *EG* wie der Radius zu dem Coſinus der Breite des Puncts *B*, woraus geſchloſſen wird $EG = FC.\ cos\ lat.\ B$. Dieſer *EG* muß eigentlich *Y* gleich genommen, und alſo geſetzt werden $Y = FC.\ cos\ lat.\ B$. Es iſt zwar nur in dem Falle nöthig ſo genau zu rechnen, wenn die Breite des Puncts *B* beträchtlich iſt, weil zu kleinen Bogen der Coſinus kaum kleiner iſt, als der Radius. Wird aber dem ohngeachtet durchaus geſetzt $Y = FC.\ cos.\ lat.\ B$, ſo wird dennoch mit der nach dieſer Vorſchrift gefundenen *Y*, bey der Entdeckung des Winkels *A* und der Länge *AG*, nicht anders als nach der eben gegebenen Anweiſung verfahren. Denn man kan ſich immer die *CEA* der *MN* und *GB* genau perpendicular, und nur die *FG* etwas weniges gegen dieſelbe geneigt vorſtellen.

Berechnung der Mondfinſterniſſe.

§. 587. Um nun verſichert zu ſeyn, ob eine Mondfinſterniß ſich zu der Zeit, in welcher ſie die mitlern Bewegungen angeben, würklich erfolgen werde, und wenn ſie erfolgt, dieſelbe nach allen ihren Umſtänden zu entwerfen, iſt vor allen Dingen der Augenblick des wahren Volmondes zu ſuchen. Zu dem Ende wird, für den Zeitpunct des mitlern Volmondes, der wahre Ort der Sonne, wie auch die wahre Länge und Breite des Mondes, aus den Tafeln genommen, deren Gebrauch wir uns erlauben können, obwol die Gründe derſelben erſt in dem nachfolgenden beygebracht werden ſollen. Durch den Ort der Sonne wird die Stelle gegeben, in welcher ſich der Mittelpunct des Erdſchattens in eben dem Zeitpuncte befindet, welche mit der wahren Länge des Mondes zuſammen gehalten, zeigen wird, ob die Zeit des mitlern Volmondes mit der Zeit des wahren zutreffe, ob dieſe bereits vergangen, oder noch zukünftig ſey, mit einem Worte, ob die Zeit des wahren Volmondes mit der Zeit des mitlern einerley ſey oder nicht. Das leztere ereignet ſich faſt immer; und alsdenn iſt der Zeitpunct auszumachen, in welchem ſich der wahre Volmond zuträgt. T. VII. Fig. 114.

§. 588. Zu dem Ende wird auch der Ort der Sonne, ſamt der Länge und Breite des Mondes für einen Zeitpunct berechnet, welcher von dem Augenblicke des mitlern Volmondes um eine ganze Stunde entfernet iſt, und vermittelſt der Vergleichung dieſer Oerter mit dem vorigen geſchloſſen, um wieviel die Sonne in dieſer Zeit fortgerücket ſey, wie auch, um wieviel in eben der Stunde der Mond ſeine Länge ſowol als auch ſeine Breite verändert habe. Es ſind aber auch dieſe ſtündliche Bewegungen aus beſonders dazu verfertigten Tafeln unmittelbar zu haben. Wird nun die ſtündliche Bewegung der Sonne von derjenigen abgezogen, durch welche die Länge des Mondes in eben der Zeit vermehret worden iſt; ſo bleibt die relative Bewegung übrig, mit welcher ſich der Mond in eben der Zeit der Sonne, oder vielmehr dem Schatten der Erde, genähert oder von demſelben entfernet hat: denn dieſer Schatte bewegt ſich volkommen ſo, wie die Sonne. Wenn nun dieſe ſtündliche Näherung oder Entfernung M genant wird, indem N den Unterſchied der Länge des Mondes von der Länge des Erdſchattens zur Zeit des mitlern Volmondes bedeutet: ſo verhält ſich M zu N wie eine Stunde zu der Zeit Q, in welcher der Mond ſich dem Erdſchatten um N nähert, oder von demſelben entfernet; welche Zeit Q demnach zu dem

Augen-

T. VII. Fig. 114. Augenblicke des mitlern Volmondes hinzugeſetzt, oder davon abgezogen, den Zeitpunct des wahren Volmondes geben wird. Man kan alsdann zu dem dergeſtalt gefundenen Zeitpuncte die Längen des Mittelpuncts des Schattens und des Mondes von neuen ſuchen, um zu ſehen, ob eine weitere Verbeſſerung nöthig iſt. Dieſe Verbeſſerung geſchiehet auf eben die Art, auſſer daß man nunmehro anſtatt des mitlern, den zuerſt gefundenen Zeitpunct des wahren Volmondes gebrauchet.

§. 589. Auſſer der wahren Länge und Breite des Mondes zu der Zeit des Volmondes, wird auch die Horizontparallaxe des Mondes, ſamt den Durchmeſſern der Sonne und des Mondes, wie dieſe einem in den Mittelpunct der Erde geſetzten Auge erſcheinen würden, aus den Tafeln genommen, und daraus, nebſt dem übrigen ſo oben (558) angezeiget worden iſt, der halbe Durchmeſſer des Schattens für eben den Zeitpunct geſchloſſen. Da denn, wenn die Summe und die Differenz der Halbmeſſer des Schattens und des Mondes mit der Breite des Mondes zuſammen gehalten wird, es ſich zeigen muß, ob mit dieſem Volmonde eine Finſterniß verknüpft ſey, oder nicht, und wie groß dieſelbe ohngefehr ſeyn dörfte. Zu dem Entwurfe einer Mondfinſterniß aber, von welcher man verſichert iſt, daß ſie ſtatt finde, wird noch über dieſes erfodert, daß der Winkel berechnet ſey, welchen die relative Bahn des Mondes, zur Zeit des Volmondes, mit dem durch den Mittelpunct des Schattens gezogenen Cirkel der Breite einſchlieſſet; zuſamt den Weg, welchen derſelbe in dieſer Bahn in einer Stunde zurück legt. Die Gründe dieſer Berechnung ſind (585) gegeben worden: wir haben aber auch bequeme Tafeln, welche uns beides darbiethen. Auch kan es nicht ſchaden, wenn zugleich angemerkt wird, an welcher Seite des Schattens zu der Zeit der nächſte Knote der Mondbahn liege.

§. 590. Sind alle dieſe Dinge ausgemacht, und iſt, zum Beyſpiel, zu einem gewiſſen Mittagskreiſe und der Uhr deſſelben,

Die wahre Zeit des Volmondes		13 St. 2′,10″
Die wahre Breite des Mondes	nördlich,	38,42
Der Halbmeſſer der Schattenſcheibe		46,05

Der

Der Halbmeſſer des Mondes	ʒ ꞏ ʒ	16′,42″ T. VII. Fig. 114.
Die relative Bewegung des Mondes, in einer Stunde	ʒ	34,45
Der Winkel dieſer Bahn, mit dem Cirkel der Breite	ꞏ	84°,22,55

indem der Knote ☋ an der Oſtſeite des Schattens lieget: ſo wird:

1°. Eine Linie *PQ* (*T. VII. Fig.* 115.) von hinlänglicher Gröſſe zu einem Grade gemacht, und in 60 Minuten getheilet, dieſe aber ferner in ſo viele Secunden, als füglich erhalten werden können. Eben deswegen muß *PQ* nicht zu klein ſeyn, wenn man nicht ſeine Zuflucht zu der Rechnung nehmen wil, welche bey Theilchen, die das Auge kaum mehr ſehen kan, immer nöthig iſt. T. VII. Fig. 115.

2°. Alsdenn wird die gerade Linie *AB* für einen Theil der Ecliptic angenommen, und ein Punct derſelben *C* für den Mittelpunct des Schattens, welchem der Knote ☋ gegen Morgen liegt. Dieſe Gegend fält in der Zeichnung zur linken, und die Abendgegend zur rechten. Denn es iſt die Abſicht, die Zeichnung ſo einzurichten, daß wenn man dieſelbe, mit dem Geſichte gegen Mittag gekehret, von unten anſehen wil, man die verſchiedenen Linien derſelben dahin bringen könne, daß ſie mit den Linien des Himmels, welche ſie vorſtellen ſollen, zuſammen zu fallen ſcheinen.

3°. Durch den Mittelpunct des Schattens *C* wird *CD* der *AB* perpendicular gezogen, und in derſelben, von *C* nach *D*, die aus dem Maaßſtabe *PQ* genommene Breite des Mondes *CL* von 38 Minuten und 42 Secunden, nach der mitternächtigen Gegend getragen.

4°. Durch *L* ziehet man eine gerade Linie *EF*, welche mit der *LC* den nach dem Knoten ☋ gekehrten Winkel *CLF* von 84 Graden 22 Minuten und 55 Secunden einſchlieſſet, um durch dieſe *EF* die relative Bahn des Mondes, in Abſicht auf den bey *C* ruhenden Mittelpunct des Schattens, vorzuſtellen, da *CL* ein Theil des durch *C* gehenden Cirkels der Breite iſt. Es ſind verſchiedene Mittel dieſen Winkel genauer zu erhalten, als ihn das gewöhnliche Werkzeug geben kan, und es muß bey demſelben ſo wenig gefehlet werden als nur möglich iſt.

T. VII. Fig. 115. 5°. Nunmehro werden an dem Maasſtabe *PQ* die 34 Minuten und 45 Secunden genommen, um welche der Mond in einer Stunde von *E* nach *F* fortrücket, und es wird dieſe Länge *RS* wieder in 60 gleiche Theile getheilet, deren jeder den Raum angeben wird, welchen der Mond nach eben der *EF* in der Zeit einer Minute zurück leget. Leidet es die Gröſſe, ſo kan eben die *RS* noch weiter getheilet, und dadurch der Weg für jede beſtimte Zahl Secunden angegeben werden.

6°. In dem Beyſpiele, welches wir vor uns haben, ereignet ſich der wahre Volmond um 1 Uhr, 2 Minuten, 10 Secunden nach Mitternacht. Dieſer Ueberſchuß von 2 Minuten und 10 Secunden wird aus dem Maaßſtabe *RS* genommen, und von *L* gegen *E* getragen, um den Punct *I* zu beſtimmen, in welchem ſich der Mond bey dem Ende der 1ſten Stunde befunden hat: von welchem Puncte *I*, alsdenn die Länge *RS* zu beiden Seiten fortgeſeʒet werden kan, um auch diejenigen Puncte der Bahn anzugeben, in welchen ſich der Mittelpunct um *XII*, um *XI*, wie auch um *II* und *III* Uhr befindet. Werden nun, wie hier zum Theil würklich geſchehen iſt, dieſe in jeder Stunde zurückgelegten Wege noch weiter getheilet, ſo kan dadurch der Ort des Mondes in ſeiner relativen Bahn auch für jede Minute, oder einen noch kleinern Theil der Zeit, unmittelbar angegeben werden, da man ſich ſonſt dazu des Maaßſtabes *RS* bedienen müſte.

7°. Nunmehro kan mit dem aus dem Maaßſtabe *PQ* genommenen Radius von 46 Minuten und 5 Secunden, um den Mittelpunct *C* ein Cirkel beſchrieben werden, welcher die Schattenſcheibe vorſtellet; wiewol meiſtentheils die an der Seite *L* liegende Hälfte dieſer Scheibe, oder etwas über die Hälfte, hinlänglich iſt. Alsdann iſt die Zeichnung vollendet, vermittelſt welcher, für einen jeden nicht alzuſehr von dem Augenblicke des Volmondes entfernten Zeitpunct, die Größe der Finſterniß, und die eigentliche Geſtalt des von dem Schatten bedeckten Theils der Mondſcheibe, ſamt den übrigen bey dieſer Finſterniß vorkommenden Umſtänden hergeleitet werden, und zum Theil ſichtlich vorgeſtelt werden können.

8°. Denn man darf nur in der relativen Bahn des Mondes den Punct annehmen, mit welchem, in dem gegebenen Zeitpuncte, der Mittelpunct des Mondes

Mondes zuſammenfält, und um denſelben mit einem Radius, welcher dem Halbmeſſer des Mondes gleich iſt, und alſo in dem gegenwärtigen Beyſpiele 16 Minuten und 42 Secunden des Maaßſtabes *PQ* enthält, einen Cirkel beſchreiben; ſo zeiget ſich unmittelbar, ob und auf was Art der Mond in dieſem Zeitpuncte von der Erde beſchattet wird. T.VII. Fig. 115.

§. 591. Die Finſterniß hat ihre äuſſerſte Gröſſe, wenn ſich der Mittelpunct des Mondes in der Linie *CG* befindet, die aus dem Mittelpuncte des Schattens auf die relative Bahn deſſelben ſenkrecht fält, und alſo den in dem Schatten enthaltenen Theil dieſer Bahn in zwo Hälften theilet. Wird alſo der Mittelpunct der Vorſtellung des Mondes in das Punct *G* geſetzt, in welchem *CG* die *EF* ſchneidet, und dieſe *CG* gehörig verlängert: ſo wird durch *HK* der in den Schatten verſenkte Theil des Durchmeſſers der Mondenſcheibe angegeben, welcher demnach mit dem ganzen verglichen werden kan. Es iſt gewöhnlich dieſen Durchmeſſer in zwölf gleiche Theile zu theilen, und durch die Zahl dieſer Zolle, ſo in der *HK* enthalten ſind, die Gröſſe der Finſterniß auszudrucken. Die bey dem Puncte *G* in der Bahn des Mondes *EF* ſtehende Zahl giebt den Zeitpunct dieſer Verfinſterung an, welche die gröſte genennet werden kan, weil, wenn ſich der Mittelpunct des Mondes bey *G* befindet, er am tiefſten in den Erdſchatten verſenket, und ſeine Entfernung von dem Mittelpuncte des Erdſchattens *GC* die kleinſte iſt. Eben der Zeitpunct iſt auch das Mittel der ganzen Währung der Finſterniß.

§. 592. Die Finſterniß gehet an, wenn *CE*, die Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von der Mitte des Schattens, der Summe der Halbmeſſer dieſer zwo Scheiben gleich wird, und alſo in unſerm Beyſpiele bis zu 62 Minuten und 47 Secunden abnimt; und höret auf, indem an der andern Seite die Entfernung *CF* wieder eben dieſe Gröſſe erreichet. Wird alſo $CE = CF$ aus dem Maasſtabe *PQ* genommen, ſo iſt es leicht die Puncte *E* und *F* zu finden, in welchen ſich der Mittelpunct des Mondes beym Anfange und Ende der Finſterniß befindet; indem man nehmlich dieſe Länge aus *C* bis an die Bahn des Mondes erſtrecket: und alsdenn ſind auch die Zeitpuncte gegeben, mit welchen die Finſterniß ihren erſten Anfang nimt, und ihr letztes Ende erreichet, als welche bey dem Puncte *E*, *F* angezeichnet ſtehen, wodurch zugleich die ganze Wäh-

T. VII. Fig. 115. rung der Finſterniß bekant wird. Andere merkwürdige Zeitpuncte ſind eben ſo leicht zu entdecken, und insbeſondere diejenigen, an welchen ſich der Mond ganz in den Schatten der Erde verſenket, und an der andern Seite wieder anfängt ſich zu zeigen. Denn zu dieſen Puncten, (welche in dem angenommenen Beyſpiele nicht vorkommen) iſt die Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von dem Mittelpuncte des Schattens, der Ueberſchuß des Halbmeſſers des Schattens über den Halbmeſſer des Mondes. Die Zeit aber, welche verflieſſet indem der Mond von dem erſten dieſer Puncte bis zu dem letztern übergehet, giebt die Währung der gänzlichen Verfinſterung, und wird, ſo wie diejenige, in welcher er den Theil der Bahn *EF* durchlauft, von dem Zeitpuncte, an welchem er ſich bey *G* befindet, in zwey gleiche Theile getheilet.

§. 593. Eben ſo leicht überſiehet man auch die Rechnungen, welche gebraucht werden müſſen, dasjenige zu erſetzen, ſo die Zeichnung nicht genau genug anzugeben vermag. Da die Bewegung des Mondes, mit welcher wir hier zu thun haben, gleichförmig iſt: ſo verhält ſich eine Stunde zu einer jeden andern durch Stunden und deren Theile ausgedruckten Zeit *T*; wie der Weg, den der Mond in ſeiner relativen Bahn in einer Stunde zurücklegt, zu dem Theile dieſer Bahn *V*, welchen er in der Zeit *T* durchlauft. Da nun der ſtündliche Weg deſſelben gegeben iſt, ſo kan dieſe Proportion dienen, den in einer jeden Zeit *T* zurückgelegten Weg *V*, und umgekehrt, die zu dem Wege *V* gehörige Zeit *T* zu finden. Nun iſt in dem rechtwinklichten Dreyecke *GLC* der Winkel *GLC* bekant, zuſamt der gröſten Seite deſſelben *CL*, welche in Theilen des Maaßſtabes *PQ* gegeben wird, von welchen wir annehmen können, daß ſie Secunden eines Grades vorſtellen. Es können alſo auch die übrigen Seiten deſſelben *GL* und *CG* durch eine Rechnung gefunden werden, welche die Zahl der in denſelben enthaltenen Theile von eben der Gröſſe angeben wird. Die erſtere dieſer Seiten *GL* wird das Mittel der Finſterniß anzeigen, wenn man die Zeit berechnet, welche der Mond braucht ſich dem Schatten der Erde um ſo viel Secunden, als deren in der *GL* enthalten ſind, zu nähern. Die *CG* aber kan dienen *CH* und *HK* zu finden, da *CK* und *GH* in eben den Theilen gegeben ſind, nehmlich in Secunden, und ſodann, aus der mit der *GH* oder dem Durchmeſſer 2*GH* verglichenen *HK*, die Gröſſe der Finſterniß zu ſchlieſſen. Eben die *CG* iſt auch eine Seite der rechtwinklichten Dreyecke *CGE*, *CGF*, welche einander völlig gleich,

gleich, und deren Seiten $CE = CF$ ebenfals gegeben ſind. Es kan alſo aus dieſen zwo Seiten die dritte $GE = GF$, gefunden, und dadurch der Anfang und das Ende der Finſterniß beſtimmet werden, wenn auch nunmehro die Zeit berechnet wird, in welcher der Mond ſich dem Erdſchatten um GE nähert, oder von demſelben um eben die Länge GF entfernet, um dieſe Zeit derjenigen, in welcher er ſich bey G befindet, zuzuſetzen, oder davon abzuziehen. Und durch eine eben dergleichen Rechnung wird auch der Anfang und das Ende der gänzlichen Verfinſterung entdeckt, wenn ſich dieſe zuträgt. T. VII. Fig. 115.

Nutzen der Beobachtung einer Mondfinſterniß.

§. 594. Der Raum, in welchem der Mond durch den Schatten der Erde gehet, iſt nicht ganz finſter: ſondern wird gemeiniglich durch die in der Luft gebrochene Strahlen ſtark genug erleuchtet. Deswegen wird der Mond, auch bey ſeiner ſtärkſten Verfinſterung, gar ſelten, und vielleicht niemals ganz und gar, unſichtbar, ob er wol immer viel dunkler als ſonſt, und zuweilen blutroth, erſcheinet. Dieſes, und daß in dem Erdſchatten das Licht von der Mitte nach dem Umkreiſe zu nach und nach zunimt, ſo daß es kaum möglich iſt die eigentliche Gränze dieſes Schattens mit einer völligen Zuverläſſigkeit anzugeben, macht es auch faſt unmöglich den eigentlichen Zeitpunct, mit welchem eine Mondfinſterniß anfängt, oder ſich endiget, oder bey welchem ſich der Schatten der Erde auf der Scheibe des Mondes bis an dieſen oder jenen der darauf erſcheinenden Flecken erſtrecket, ſo genau, als es zu wünſchen wäre, zu beobachten. Und doch haben dieſe Finſterniſſe bey der Berichtigung des Laufs des Mondes, und der Bewegung der Knoten ſeiner Bahn, ihren groſſen Nutzen.

§. 595. Vornehmlich aber können die Mondfinſterniſſe gebraucht werden den Unterſchied der Längen zweener auf verſchiedenen Mittagskreiſen liegender Oerter des Erdbodens zu finden, und dadurch die Erdbeſchreibung immer mehr zu verbeſſern. Denn jedes Auge, welches den Mond zur Zeit ſeiner Verfinſterung über dem Horizonte erſcheinet, ſiehet den Anfang, und das Ende, wie auch die Verfinſterung eines jeden Flecken des Mondes, in eben dem Zeitpuncte: ob wol dieſer Zeitpunct an jeden zween auf verſchiedenen Mittagskreiſen liegenden Oertern verſchiedentlich benennet wird, indem ſich bey dieſer Benennung jeder Ort nach ſeiner eigenen Uhr richtet, und dieſen Zeitpunct früher oder ſpäter angiebt, nachdem ſeine Uhr eben die Stunde des Tages

 früher

T. VII. Fig. 115. früher oder ſpäter anzeiget. Wenn man alſo nur verſichert ſeyn könte, daß der Anfang einer Mondfinſterniß, oder ihr Ende, oder ein anderer Umſtand derſelben, welcher ſich in einem gewiſſen Zeitpuncte zuträgt, auch an beiden Orten in eben dem Augenblicke angemerket worden ſey; ſo würde der Unterſchied der Uhren, nach welchen dieſe Bemerkung geſchehen iſt, den Unterſchied der Längen dieſer Oerter alsbald geben. Da dieſes aber nicht iſt, ſondern in die Beobachtung der Zeit des Anfangs oder des Endes, auſſer verſchiedenen andern Dingen, ſo gar die Einbildung einigen Einfluß haben kan; ſo müſſen die durch dieſes Mittel beſtimten Längen immer etwas zweifelhaft ausfallen.

§. 596. Das beſte iſt, man beobachte an jedem Orte nicht nur den Anfang einer Mondfinſterniß, ſondern auch ihr Ende; nicht nur den Anfang der gänzlichen Verfinſterung, ſondern auch das Ende derſelben; nicht nur die Zeit der Bedeckung eines gewiſſen Puncts des Mondes, ſondern auch die Zeit der Entdeckung deſſelben, nnd ſchließe daraus die Zeit des Mittels der Finſterniß oder des Mittels der Bedeckung des angenommenen Punctes. Denn wenn bey der Beobachtung des Anfangs der Finſterniß eben ſo ſehr gefehlet wird, als bey der Beobachtung des Endes, ſo wird der Zeitpunct, an welchem der Mond am tiefſten in den Erdſchatten verſenket war, eben ſo richtig entdecket, als ob ganz und gar nicht gefehlet worden wäre: und eben die Bewantniß hat es mit der Bedeckung und Entdeckung eines jeden deutlich zu unterſcheidenden Puncts des Mondes. Es iſt aber nichts anders zu vermuthen, als daß ein ſorgfältiger Beobachter eine jede ſolche Entdeckung um eben ſo viele Secunden der Zeit zu ſpät anſetzen werde, als er die Bedeckung zu früh angeſetzt hat, weil in beiden Fällen eben die Urſachen, unter welchen die Stärke des Lichts wohl die vornehmſte iſt, beynahe eben die Empfindung erregen müſſen. Und es hindert nichts bey eben der Finſterniß mehrere dergleichen Beobachtungen zu ſamlen, und dadurch die Schlüſſe noch zuverſichtlicher zu machen.

Der

Der

Aſtronomiſchen Vorleſungen

zehnter Abſchnitt.

Von den Sonnenfinſterniſſen.

Die Erdfinſterniß.

§. 597.

Wenn nicht der Schatten der Erde den Mond, ſondern der Schatten des Mondes, oder auch nur ſein Halbſchatten, die Erde trift; ſo ſehen die Bewohner derſelben, die ſich an den dergeſtalt beſchatteten Oertern aufhalten, die Sonne nie ganz; ſondern ſie wird ihnen, wo nicht völlig, doch zum Theil von dem Monde bedecket (556). Dieſes nennen ſie eine Sonnenfinſterniß, indem ſie die Erſcheinung blos auf ſich ſelbſt beziehen. Denn ein Auge welches ſich zu der Zeit auſſer dem Halbſchatten der Erde befindet, kan die Sonne ganz ſehen: und wenn der Ort deſſelben auſſer der Oberfläche der Erde auch ſonſt gut gewählet iſt, ſo ſiehet daſſelbe nur auf der Scheibe, welche ihm die Erde vorſtellet, einen cirkelrunden Schatten, der gegen ſeinen Mittelpunct immer ſtärker und ſtärker wird, ſich von Abend gegen Morgen bewegen, und die verſchiedenen Theile dieſer Scheibe nach und nach, mehr oder weniger verdunkeln. Es iſt alſo dasjenige, was die Einwohner der Erde eine Sonnenfinſterniß nennen, würklich eine Erdfinſterniß; und wir müſſen ſie als eine ſolche betrachten, ehe wir uns auf die Erſcheinungen einlaſſen, die von dem beſondern Orte herrühren, in welchem ſich der Beobachter auf der Oberfläche der Erde befindet. Die dadurch herausgebrachten Schlüſſe werden algemein, und für jeden Bewohner der Erde gleich richtig ſeyn, weil dieſe dabey nur im Ganzen, und nicht nach ihren beſondern Theilen betrachtet wird.

T.VII. Fig. 115. §. 598. Zur Erleichterung einer völlig deutlichen Vorſtellung der Umſtände, mit welchen ſich eine Erdfinſterniß ereignet, wird das Auge in die gerade Linie geſetzt, welche den Mittelpunct der Erde mit dem Mittelpuncte der Sonne verknüpft, und angenommen, daß es in dieſer Linie verbleibe, obſchon die Lage derſelben geändert wird, indem dieſer oder jener der zween Mittelpuncte, durch welche ſie hindurch gehet: in ſeiner Bahn fortrücket. Alsdenn überſiehet dieſes Auge, wenn es nur auch weit genug von der Erde entfernet wird, beynahe die ganze von der Sonne erleuchtete Hälfte der Erdkugel, und dieſe erſcheinet ihm als eine helle Scheibe, in welche zwar die Seen, trockene Länder, bergigte und ebene Gegenden, welche die Oberfläche unſerer Erde ausmachen, verſchiedene Flecken bringen müſſen; die wir aber annoch in keine Betrachtung ziehen, weil ſie zu nichts dienen können, als die verſchiedenen Oerter des Erdbodens von einander zu unterſcheiden, welcher hier blos im Ganzen betrachtet wird. Es wird aber das Auge in dieſer Linie ſo weit von der Erde entfernet, daß es den von dem Mittelpuncte der Sonne erleuchteten Theile derſelben ganz überſehen könne, welches am ſicherſten geſchiehet, wenn es ſeine Stelle ſelbſt in dieſem Mittelpuncte der Sonne bekömt; und dahin wollen wir es ſetzen.

§. 599. Wird nun die Erde durch ihren Mittelpunct vermittelſt einer ebenen Fläche dergeſtalt geſchnitten, daß die angenommene Linie, welche von demſelben nach dem Mittelpuncte der Sonne lauft, auf dieſe Fläche ſenkrecht falle, ſo iſt die durch dieſen Durchſchnitt zum Vorſchein gebrachte Scheibe völlig diejenige, welche das Auge, in der ihm angewieſenen Stelle, ſtatt der kugelrunden Erde, zu ſehen vermeinet, und über und über von der Sonne erleuchtet. Wird aber dieſe Fläche auch auſſer der Erde gehörig erweitert, und man ſtellet ſich vor, daß der zwiſchen der Sonne und der Erde durchgehende Mond ſeinen Schatten und Halbſchatten auf dieſelbe werfe: ſo ſiehet eben das Auge dieſen Schatten, ſo weit er auf die Oberfläche der Erde fält, nicht anders als es denſelben ſehen würde, wenn die Fläche ſichtbarlich da wäre, ſo daß der Schatten des Mondes einige Theile derſelben würklich verdunkeln könte, welches das Auge in den Stand ſetzen würde, dieſelbe von den übrigen hellern Theilen der Fläche zu unterſcheiden. Dieſe Fläche iſt diejenige, welche in der 105ten Zeichnung durch die gerade Linie *Ff* oder *Gg* vorgeſtellet wird, wenn *O* den Mond bedeutet.

§. 600.

§. 600. Wenn nun die Fläche der 116ten Zeichnung durch den Mittelpunct der Sonne *S*, durch den Mittelpunct der Erde *T*, und durch den Mittelpunct des Mondes *L* gehet, ſo fält die Linie *ST* ganz in dieſe Fläche, und die durch *T* derſelben perpendicular gezogene *AB* ſtellet die eben beſchriebene Fläche vor, in welcher das in *S* geſetzte Auge alle auf dem Erdboden ſichtbare Puncte, ſamt den darauf fallenden Schatten ſiehet; jedes an der Stelle, in welcher die von *S* durch daſſelbe gezogene gerade Linie die Fläche *AB* erreichet. Und wenn auch *SL* gezogen, und bis an *I* verlängert wird, ſo erſcheinet eben dem Auge der Mittelpunct des Mondes, in dieſem *I*, welches zugleich die Mitte ſeines Schattens iſt, um welche mit der gehörigen Oefnung der Cirkel beſchrieben werden muß, welcher den Halbſchatten auf eben der Fläche *AB* vorſtellen ſol. Zur Zeit einer Erdfinſterniß nun iſt immer der Winkel *TSI* ſehr klein, und erreichet nie die Gröſſe des vierten Theils einer Minute. Denn es kan ſich keine Erdfinſterniß zutragen, ſo lang dieſer Winkel *TSI* nicht kleiner iſt, als er ſeyn muß, wenn der Halbſchatten des Mondes *FLG* die Erde bey *F* berühren ſol. Wird aber die Erde daſelbſt von dem Halbſchatten berühret, ſo iſt *TI* die Summe des Halbmeſſers der Erde *TF* und des auf die Fläche *AB* geworfenen Halbſchattens *FI*. Nun haben wir (563) geſehen, daß die mitlere Gröſſe des *FI* nicht mehr betrage, als 0,58 des Halbmeſſers der Erde *TF*. Es verhält ſich alſo immer beynahe *TF* zu *TI* wie 1 zu 1,58. Da alſo der Winkel *TSF*, in welchem der Halbmeſſer der Erde aus der Sonne geſehen wird, 8,7 Secunden beträgt, ſo kan nach dieſer Rechnung der *TSI* nicht über 13,7 Secunden ſteigen. Da bereits dieſes weniger iſt, als 15 Secunden, ſo muß noch viel mehr, bey einer wirklichen Verfinſterung der Erde, der Winkel *TSL* = *TSI*, um welchen dem in *S* geſetzten Auge der Mittelpunct des Mondes von dem Mittelpuncte der Erde entfernt ſcheinet, kleiner ſeyn als eben die Gröſſe des vierten Theils einer Minute. Selbſt die *TG*, welche aus dem Halbmeſſer der Erde und dem ganzen Durchmeſſer des Halbſchattens zuſammengeſetzt iſt, wird von *S* in einem Winkel geſehen, der kleiner iſt, als der dritte Theil einer Minute. T. VIII. F. 116.

§. 601. Bey ſo geſtalten Sachen können alle gerade Linien, die von *S* nach irgend einem Puncte der Erde, und, ſo lang die Erdfinſterniß währet, nach irgend einem Puncte des Mondes oder ſeines Schattens gezogen werden können, als der *ST* parallel, und folgends der Fläche *AB* ſenkrecht angeſehen werden:

T. VIII. F. 116. den: und man kan umgekehrt annehmen, daß eine jede in dem eben beſtimten Raume der Fläche *AB* perpendicular gemachte linie, bey ihrer Verlängerung, durch den Mittelpunct der Sonne *S* gehen werde. Stellet man ſich aber um *T* durch den Mittelpunct des Mondes eine Kugel vor, in deren Oberfläche, welche zuweilen der Mondhimmel genennet wird, der Bogen *LO* fält, und von welcher der Mond, ſo lang die Erdfinſterniß währet, nicht abweichen wird, ob er wol in derſelben nicht nothwendig eben den Bogen *LO* beſchreibt: ſo erſcheinet einem in *O* geſetzten Auge der halbe Durchmeſſer der Erde *TF* in einem Winkel von 3446 Secunden, welche die mitlere Horizontparallaxe des Mondes iſt, und *FI* in einem von 1908 Secunden. Beides zuſammen giebt 5354 Secunden, welche beinahe 90 Minuten ausmachen. Wird nun dem zufolge, ſo wir eben geſehen haben, die *LI* als der *OT* parallel betrachtet, ſo folgt hieraus, daß die von *T* nach *L* gezogene *TL* mit der *TO* einen Winkel *OTL* von eben der Gröſſe einſchlieſſen, und der Bogen *LO*, welcher dieſen Winkel miſſet, kaum merklich gekrümt ſeyn werde. Es kan alſo dieſer Bogen *LO*, der die gröſte Entfernung angiebt, welche bey einer Erdfinſterniß der Mittelpunct des Mondes *L* von der nach der Sonne laufenden *TS* haben kan, für eine gerade linie angenommen werden; und der ganze Theil der Oberfläche der Kugel, welchen ein um *O* durch *L* beſchriebener Cirkelkreis umſchlieſſet, für eine völlig ebene Fläche, in welche auch alle von eben dem Umkreiſe umſchloſſene Theile der übrigen Cirkelbogen, welche um den Mittelpunct *T* in der Oberfläche der Kugel beſchrieben werden können, in Geſtalt gerader linien fallen. Auch werden die Winkel, welche dieſe geraden linien mit einander einſchlieſſen, denjenigen welche die Bogen ſelbſt bilden, deſto genauer gleich, je weniger ihre Spitzen von dem Puncte *O* entfernet ſind, und es iſt dabey kein merklicher Fehler zu befürchten, ſo lange dieſe Entfernung nicht gröſſer iſt als *LO*. Alle dieſe linien und Winkel nun, werden von den nach dem Auge *S* laufenden Geſichtsſtrahlen, wenn dieſe bis an die Fläche *AB* verlängert werden, in dieſer Fläche, mit einer beynahe volkommenen Richtigkeit, orthographiſch entworfen.

§. 602. Wenn demnach nicht nur die Fläche der Ecliptic, ſamt dem durch eben die *TS* gehenden Breitenkreiſe, ſondern auch ein Theil der Mondbahn, welcher entweder ebenfals durch *O* gehet, oder durchaus wenig genug von dieſem Puncte entfernet iſt, in der Fläche *AB* orthographiſch entworfen werden,

werden, zuſamt dem Orte dieſer Bahn, welchen der Mond in einem gewiſſen Zeitpuncte einnimt: und es wird in eben der Fläche der Durchſchnitt der Erde richtig gezeichnet, wie auch der Halbſchatten des Mondes, wie beides auf dieſelbe fält: ſo ſtellet der Entwurf die Verfinſterung der Erde ſo vor, wie ſie dem in *S* geſetzten Auge in dieſem Zeitpuncte würcklich erſcheinet, und man kan ſich deſſelben bedienen zu erforſchen, was es in dieſem Zeitpuncte mit der Verfinſterung vor eine Bewantniß habe. Der orthographiſche Entwurf wird, wie gewöhnlich, vermittelſt eines Maasſtabes verfertiget, deſſen Theile an ſich wilkührlich ſind. Man ſtellet ſich aber zu beſonderer Bequemlichkeit vor, daß dieſe Theile die Minuten oder Secunden eines mit dem Radius $TO = TL$ beſchriebenen Cirkels bedeuten. Dadurch werden nicht nur die kleinen und wenig von *O* entfernten Bogen, welche in die Oberfläche der um *T* mit dieſem Radius beſchriebenen Kugel fallen, richtig mit einander verglichen, ſondern, weil ein kleiner Theil der *AB* zunächſt an *T* ebenfals als ein mit dem Radius *OT* beſchriebener Cirkelbogen angeſehen werden kan, deſſen Mittelpunct in *O* fält: ſo wird auch der Halbmeſſer der Erde *TF* durch eben die Theile des Maasſtabes angegeben, wenn man deren ſo viele nimt, als viele Minuten und Secunden in der Horizontparallaxe des Monds enthalten ſind; und eben die Bewantniß hat es auch mit dem Durchmeſſer des Schattens *FG*, oder der Hälfte deſſelben. Läſſet man aber die in dem ſcheinbaren Durchmeſſer der Sonne enthaltene Minuten und Secunden eben dergleichen Theile bedeuten, ſo wird die Gröſſe ausgedrückt, welche dieſer Durchmeſſer haben müſte, wenn uns die Sonne in der Entfernung $TO = TL$ nicht gröſſer oder kleiner erſcheinen ſolte, als wir ſie würklich ſehen, und wir können die Scheibe, welche uns dieſelbe vorſtelt, mit der Scheibe des Monds, und allen übrigen an dem Mondhimmel genommenen Gröſſen, unmittelbar vergleichen. T. VIII. f. 116.

§. 603. Der durch den Bogen *LO* gemeſſene Winkel *LTS*, oder auch der Bogen *LO* ſelbſt, iſt die anſcheinende Entfernung des Mondes von der Sonne, in dieſem oder jenem vor oder nach dem Augenblicke des Neumondes genommenen Zeitpuncte, welche *LO* vor dem Neumonde, da ſich der Mond der *ST* nähert, immer kleiner und kleiner wird, und kurz hernach wieder anfängt zu wachſen. Es iſt alſo unter allen dieſen Entfernungen, bey eben dem Neumonde,

T. VIII. F. 116. eine die allerkleinſte, bey welcher wir uns etwas aufhalten müſſen, und uns dieſelbe zu dem Ende insbeſondere unter *LO* vorſtellen wollen. Sie kan unter allen übrigen mit dem geringſten Fehler der Entfernung des Mittelpuncts der Schattenſcheibe *I* von dem Mittelpuncte der Erde gleich geſetzt werden. Und daraus folget, daß in keinem Neumonde, in welchem *LO* nicht kleiner iſt als die Summe *TF* + *FI*, ſich eine Erdfinſterniß zutragen könne. Iſt aber *LO* oder die ihm gleiche Entfernung des Mittelpuncts *I* von *T*, kleiner als dieſe Summe der Halbmeſſer *TF* + *FI*, ſo wird immer ein deſto gröſſerer Theil der Erdſcheibe von dem Schatten bedeckt, je kleiner ſie iſt: bis endlich die Schattenſcheibe ganz in dieſelbe fält, da denn bey einer noch kleinern *LO* ſich der Mittelpunct dieſer Scheibe *I* dem Mittelpuncte *F* immer mehr nähert, und würklich mit demſelben zuſammenfält, wenn der Mittelpunct des Mondes, in dem Augenblicke ſeines Durchgangs zwiſchen der Erde und der Sonne, ſich ſelbſt in *O* befindet. Iſt *LO* nicht gröſſer als *TF*, ſo fängt auch der Mittelpunct *I* an auf die Erdſcheibe zu fallen, und nähert ſich dem Mittelpuncte derſelben deſto mehr, je mehr die *LO* von dem Halbmeſſer der Erde übertroffen wird. Und alsdenn wird ein Theil der Erdſcheibe rings um dieſes Punct *I* von dem vollen Schatten bedecket, wenn zu der Zeit der ſcheinbare Durchmeſſer des Mondes gröſſer iſt, als der ſcheinbare Durchmeſſer der Sonne (562). Sind dieſe beiden Durchmeſſer einander gleich, ſo wird dieſer Theil zu einem bloſſen Puncte. Iſt aber der ſcheinbare Durchmeſſer der gröſſere, ſo wird das Punct *I* von einem cirkelrunden Raume umgeben, in welchem das Licht von auſſen nach innen zu nicht mehr abnimt, weil von allen Puncten deſſelben der Mond ganz in der Sonne geſehen wird (562). In allen Fällen wird die Gröſſe dieſes den Mittelpunct *I* umgebenden cirkelrunden Raumes durch den Unterſchied des ſcheinbaren Halbmeſſers der Sonne und des Mondes angegeben, welcher dem halben Durchmeſſer deſſelben gleich iſt.

§. 604. Die kleinſte Entfernung *LO*, auf welche wir bey allen dieſen Umſtänden ſehen müſſen, iſt immer kleiner, als die Breite des Mondes in dem Augenblicke ſeiner Zuſammenkunft mit der Sonne. Denn die kleinſte Entfernung fält immer aus dem Mittelpuncte der Sonne der Bahn des Mondes perpendicular, da im Gegentheile der Breitenbogen, der Ecliptic perpendicular iſt, und bey ſeiner Verlängerung durch ihren Pol gehet. Nun kan der Theil der Bahn, welchen der Mond zur Zeit einer Finſterniß beſchreibet, keinesweges der

Ecliptic

Ecliptic parallel ſeyn, da er mit derſelben in dem von der Sonne nicht weit entfernten Knoten zuſammen lauft, und alſo mit dem durch den Mittelpuncte derſelben gehenden Breitenkreiſe ſchiefe Winkel einſchlieſſet. Bey dem allen kan eine kurze Betrachtung, und die Anwendung desjenigen, ſo wir bey der Mondfinſterniß geſehen haben (574), zeigen, daß der Ueberſchuß der Breite des Mondes zur Zeit des Neumondes, über die kleinſte Entfernung ſeines Mittelpuncts von dem Mittelpuncte der Sonne, ſo gering ſey, daß ſo lang es nicht um die gröſte Richtigkeit zu thun iſt, jene gar wol anſtatt dieſer gebraucht werden kan. *T. VIII. F. 116.*

Gränzen einer Erdfinſterniß.

§. 605. Hiervon laſſen ſich nun die Merkmale hernehmen, aus welchen zu erkönnen iſt, bey welchen Neumonden ſich eine Erdfinſterniß zutragen könne, oder nicht. Es kan keine ſolche Finſterniß erfolgen, wenn in dem Augenblicke des Neumondes die Breite des Mondes gröſſer iſt, als die Summe der halben Durchmeſſer der Erde und der Schattenſcheibe. Und ſolte ja, kurz vor oder nach dieſem Zeitpuncte die ſcheinbare Entfernung des Mondes von der Sonne kleiner ſeyn als die Summe, ſo würde doch dieſe Verfinſterung gar klein ausfallen, und kaum in einige Betrachtung kommen können. Man hat alſo nur auf die Summe dieſer Halbmeſſer $TF + FI$ zu ſehen, ſowol wenn ſie die gröſte, als auch wenn ſie die kleinſte iſt, um überhaupt die Bedingungen anzugeben, bey welchen ſich eine Erdfinſterniß ereignen kan, oder ereignen muß. Wenn geſetzt wird, daß bey einem gewiſſen Neumonde die Summe $TF + FI$ die gröſte ſey, welche je ſtatt findet, und die Breite des Mondes iſt alsdann kleiner, ſo kan ſich eine Erdfinſterniß ereignen: ſie wird aber nicht nothwendig folgen, weil die Summe würklich zu der Zeit kleiner ſeyn kan, als ſie geſetzt worden iſt, wodurch es möglich wird, daß die Breite gröſſer ſey. Wird aber gefunden, daß die Breite des Mondes kleiner ſey als die kleinſte dieſer Summen, ſo muß ſich eine Erdfinſterniß zutragen, weil die Summe nicht noch kleiner werden kan.

§. 606. Sind nun auf die Art die zwo Breiten gefunden, deren eine die Erdfinſterniß möglich die andere aber gewiß machet, ſo kan zu jeder derſelben vermittelſt des Winkels, welchen die Mondbahn mit der Fläche der Ecliptic einſchlieſſet, auch berechnet werden, wie weit in dem Augenblicke des Neumondes,

T. VIII. F. 116. da Mond und Sonne gleiche Längen haben, dieſe von dem nächſten Knoten entfernet ſeyn müſſe, wenn der Mond jene Breite würklich haben ſol. Dieſes würde die Gränzen der Finſterniß genau genug beſtimmen, wenn nicht auch hier blos die mitlern Bewegungen gebraucht werden konten, deren Abweichung von den wahren gar beträchtlich iſt. Wird aber auf die daher entſtehenden Fehler ebenfals gerechnet, ſo zeiget ſich endlich, daß keine Erdfinſterniß ſeyn konne, wenn die Sonne um mehr als 21 Grade von dem nächſten Knoten entfernet iſt; und daß, wenn dieſe Entfernung kleiner iſt als 15 Grade, gewiß ſich eine ſolche Finſterniß zutragen werde. Woraus folget, daß wenn die Entfernung gröſſer iſt als 15 Grade, und kleiner als 21, die Finſterniß deſtomehr zweifelhaft ſeyn werde, je mehr ſich die Sonne von der erſten dieſer Gränzen entfernet, und der zweiten genähert hat. Es müſſen ſich alſo die Erdfinſterniſſe häufiger zutragen, als die Finſterniſſe des Mondes, welche unmöglich werden, wenn die Entfernung der Sonne von dem nächſten Knoten gröſſer iſt als $14\frac{1}{2}$ Grade, und zweifelhaft, ſobald dieſe Entfernung $7\frac{1}{2}$ Grade überſteiget.

§. 607. Vermittelſt dieſer für die Erdfinſterniß angegebenen Gränzen nun, wird eben ſo gefunden, ob in einem gewiſſen Neumonde ſich eine Erdfinſterniß zutragen werde, wie dieſes bey einer an einem Volmonde zu vermuthenden Mondfinſterniß geſchiehet. Man berechnet die mitlere Länge der Sonne, und des ihr zunächſt liegenden Knoten, für die Zeit des mitlern Neumondes, welche die Epacten geben, und findet, indem man die kleinere dieſer Längen von der gröſſern abziehet, die Entfernung der Sonne von dieſem Knoten. Dieſe wird alsdenn mit den Gränzen 15 und 21 Grade zuſammen gehalten, um zu erfahren ob die Finſterniß gewiß, wahrſcheinlich, oder unmöglich ſey. Es muß ſich aber auch nach 18 Jahren und $10\frac{1}{2}$ Tägen, in deren Anfang eine Erdfinſterniß gefallen iſt, eine andere beynahe von eben der Gröſſe ereignen. Dieſes iſt bereits (579) angemerket worden, und es laſſen ſich die Gründe, aus welchen auf die Mondfinſterniſſe geſchloſſen worden iſt, gar leicht auf die gegenwärtigen anwenden, wenn nur anſtatt des Erdſchattens die Sonne geſezt, und anſtatt des Volmondes die Rechnung von dem Neumonde angefangen wird. Der Knote iſt nach den 18 Jahren $10\frac{1}{2}$ Tägen beynahe um $1\frac{1}{3}$ Grad, von ſeinem vorigen Orte in Abſicht auf die Sonne, weiter nach Morgen, fortgerücket (579). Er iſt alſo, wenn er ſich an der Abendſeite der Sonne befindet, derſelben bey der nachfol-

nachfolgenden Finſterniß um $1\frac{1}{3}$ Grade näher, als bey der vorhergehenden; lag aber im Anfange der 18 Jahre und $10\frac{1}{2}$ Täge der Knote der Sonne gegen Morgen, ſo iſt er am Ende derſelben um $1\frac{1}{3}$ Grade mehr von derſelben entfernet. Das erſte macht die nachfolgende Finſterniß etwas gröſſer, als die vorhergehende; und das leztere kleiner. Es iſt aber auch hier blos von einer Erdfinſterniß die Rede, und keineswegen von einer Verfinſterung der Sonne, wie wir dieſe von der Erde ſehen. *T. VIII. F. 116.*

Entwurf und Berechnung einer Erdfinſterniß.

§. 608. Nunmehro iſt auszumachen, ob eine aus dieſen Gründen zu vermuthende Erdfinſterniß würklich erfolgen müſſe: und wenn ſie gewiß iſt, was ſie in dem wahren Augenblicke des Neumonden vor eine Geſtalt und Gröſſe haben werde? Dieſes geſchiehet auf eben die Art, die bey den Mondfinſterniſſen gebraucht wird. Es wird für den Augenblick des mitlern Neumondes der wahre Ort der Sonne aus den Tafeln genommen, wie auch die wahre Länge und Breite des Mondes. Beide Längen zuſammen gehalten, werden zeigen, ob ſich in dieſem Zeitpuncte der wahre Neumond würklich ereigne, oder ob er bereits vergangen, oder noch zukünftig ſeyn werde. Man berechnet auch, um wie viel die Sonne zu dieſer Zeit in einer Stunde in ihrer Bahne fortrücket, und um wie viele Grade und deren Theile der Mond in eben der Zeit einer Stunde, die Länge, welche er hat, verändere; damit durch den Abzug der ſtündlichen Bewegung der Sonne von der ſtündlichen Bewegung des Mondes gefunden werden könne, um wie viele Grade und deren Theile der Mond ſich der Sonne in einer Stunde nähere, oder von derſelben entferne (582). Wird nun der Raum dieſer ſtündlichen relativen Bewegung des Mondes in Abſicht auf die Sonne, durch M bedeutet, indem N den Unterſchied der Längen der Sonne und des Mondes, in dem Augenblicke des mitlern Neumondes, anzeiget, ſo wird vermittelſt der Proportion $M:N$, ſo eine Stunde zu der Zeit Q, welche der Mond brauchet ſich der Sonne um N zu nähern oder von derſelben zu entfernen, dieſe Zeit Q würklich gefunden, welche zu der Zeit des mitlern Neumondes hinzugeſezt, oder davon abgezogen, alsdenn die Zeit des wahren Neumonden ziemlich genau angiebt. Man kan aber dieſen Zeitpunct noch genauer beſtimmen, wenn man den dergeſtalt gefundenen wahren Neumond anſtatt des mitlern gebrauchet, und die ganze Rechnung erneuert. Für den alſo beſtimten Augenblick des wahren Neumondes,

T. VIII. F. 116. wird ſodann auch die Breite des Mondes, aus der Veränderung, welche bey derſelben in einer Stunde vorgehet, geſchloſſen: indem man nehmlich dieſe ſtündliche Veränderung, nach der Verhältniß einer Stunde zu der Zeit Q, vermehret oder vermindert, und, was dadurch herausgebracht wird, zu der Breite, welche der Mond in dem Zeitpuncte des mitlern Neumondes hatte, hinzuſetzet, oder davon abziehet.

§. 609. Auſſerdem werden auch, für den Augenblick des wahren Neumondes, die ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne und des Mondes aus den Tafeln genommen, deren Summe der halbe Durchmeſſer des Schattens, der Unterſchied aber der Radius der kleinen deſſen Mittelpunct umgebenden Scheibe ſeyn wird, von welcher ohnlängſt (603) geſprochen worden iſt. Alsdenn iſt zu dem Entwurfe der Finſterniß, wie dieſe in dem Augenblicke des Volmondes erſcheinen wird, nichts mehr übrig, als daß auch die Horizontparallaxe des Mondes, für eben den Zeitpunct, genau beſtimmet werde. Nunmehro wird
T. VII. Fig. 117. (*T. VII. Fig.* 117.) ein Maasſtab PQ angenommen, deſſen Theile, wenn alles deutlich ausfallen ſoll, ſo groß genug ſeyn müſſen, daß jedes derſelben wenigſtens in zehn ſichtbare Theile zertheilt werden kan. Denn eigentlich ſolten dieſer letztern Theile ſechszig ſeyn, weil die Theile des Maasſtabes PQ ſelbſt Minuten bedeuten, welche in dem gegenwätigen ſehr kleinen Maasſtabe faſt die letzten ſind, die ſich mit Zuverſicht angeben laſſen. Nachdem nun die gerade Linie AB, welche einen Theil der Ecliptic vorſtellen ſoll, von der Abendſeite gegen Morgen gezogen, und derſelben durch ein ſchickliches Punct C die DE perpendicular gemacht worden iſt: ſo nimt man für AC den Halbmeſſer des um C zu beſchreibenden Cirkels, welcher in der Fläche des Entwurfs die Erdſcheibe vorſtellen ſoll, ſo viele Theile des Maasſtabes PQ, als viele Minuten und deren Theile in der mitlern Horizontparallaxe enthalten ſind, ſo der Mond zu der Zeit wirklich hat: als welche zugleich den Winkel angiebt, in welchem der mitlere Halbmeſſer der Erde aus dem Mittelpuncte des Mondes geſehen wird. Aus eben dem Maasſtabe wird CF der Breite des Mondes gleich gemacht, und dadurch der Mittelpunct des Schattens F in der Fläche des Entwurfs angegeben, um welchen ſodann, mit dem auf eben dem Maasſtabe genommenen Radius FG, die Scheibe des Halbſchattens beſchrieben werden kan, zuſamt dem kleinen Cirkel, welcher entwe-

entweder den völligen Schatten vorſtellet, oder die Puncte der Erde angiebt, *T. VIII. F. 117.* aus welchen der Mond ganz in der Sonne geſehen wird: wenn nehmlich die Gröſſe dieſes Scheibchens merklich iſt. Mehr iſt zu dieſer Vorſtellung nicht nöthig. Sie zeiget alle Umſtände der Finſterniß in dem Augenblicke des Neumondes, und man könte die vornehmſten derſelben durch Worte angeben, und die Erdfinſterniß central, total oder partial nennen, wenn dieſe Wörter hier eben ſo gebräuchlich wären, als bey den Mondfinſterniſſen.

§. 610. Die übrigen Erſcheinungen, welche das in dem Mittelpuncte der Sonne angenommene Auge auſſer dem Zeitpuncte des Neumonden bemerken kan, rühren gröſtentheils von der Bewegung her, mit welcher der Mond in ſeiner Bahn fortrücket. Denn es muß dabey auch diejenige Bewegung in Betrachtung gezogen werden, welche dieſes Auge, indem es ſich ſelbſt ſamt der Sonne als unbeweglich anſiehet, der Erde zuſchreiben muß. Solte alſo die Finſterniß ſo vorgeſtellet werden, wie ſie dem Auge in einem gewiſſen Zeitpuncte auſſer dem Neumonde, zum Beyſpiel, eine Stunde vorher oder hernach, erſcheinet; ſo müſte nicht nur der Mittelpunct des Schattens, in ſeiner hier nicht gezeichneten geradlinichten Bahn, von der Stelle *F* um ſo viele Theile des Maasſtabes *PQ* nach dieſer oder jener Seite entfernet werden; als viele Minuten und deren Theile der Mond zu der Zeit, in einer Stunde, in der ſeinigen zurück leget: ſondern es müſte auch der Mittelpunct der Erdſcheibe in der *AB* um ſo viel von *C* gerechnete Theile der *PQ* vorwärts oder zurück geſetzt werden, als viele Minuten und Secunden der Ecliptic die Sonne, mit der Geſchwindigkeit, die ſie zu der Zeit der Finſterniß hat, in einer Stunde beſchreibet. Dieſes würde nicht viel weniger Mühe verurſachen, als wenn man die Zeichnung ganz von forne anfangen wolte, welche ſamt einigen andern Unbequemlichkeiten zu vermeiden, auch hier die relative Bewegung gebraucht wird, mit welcher ſich der Mittelpunct des Schattens *F* der Erdſcheibe erſtlich nähert, und hernach wieder von derſelben entfernet. Dieſes benimt dem Puncte *C* ſeine Bewegung gänzlich, und bringt alle Veränderungen, die bey dem Entwurfe zu machen ſind, damit er ſich für einen andern Zeitpunct ſchicken möge, auf die einzige Verſetzung des Schattens zurück

T. VIII. F. 117. §. 611. Es iſt (581) umſtändlich gezeiget worden, wie aus den Bewegungen zweener Puncte *F* und *C* die Bewegung des einen *F* in Abſicht auf das andere *C* zu finden ſey; das iſt, die Direction dieſer relativen Bewegung und ihre Geſchwindigkeit, und wir haben geſehen, daß dieſelbe geradlinicht und gleichförmig ſeyn werde, wenn die Bewegung der Puncte *F* und *C* beide geradlinicht und gleichförmig ſind. Und da über dieſes Tafeln vorhanden ſind, welche die Direction *MF* dieſer relativen Bewegung durch den ſpitzigen Winkel *CFM* angeben, der von derſelben, und dem Theile des Breitencirkels *FC* eingeſchloſſen wird, und immer an der Seite des nächſten Knoten lieget: ihre Geſchwindigkeit aber durch die Zahl der Minuten und Secunden beſtimmen, um welche der Mittelpunct *F* in einer Stunde auf der Bahn *MF* fortrücket: ſo kan hier beides, die Lage der Bahn *MF* und die ſtündliche Bewegung des Puncts *F* in derſelben, als bekant angenommen werden. Wird alſo dieſe Zahl der Minuten und Secunden der ſtündlichen relativen Bewegung auf dem Maasſtabe *PQ* genommen, und beſonders durch *RS* angegeben, welche in 60 gleiche Theile getheilet wird, und jeder dieſer Theile, ſo weit das Auge zureichen wil, wieder in ſechszig andere: ſo kan alsdenn dieſer neue Maasſtab *RS* gebraucht werden, ohne Zeitverluſt, in der nach beiden Seiten hinlänglich verlängerten *MF*, den Ort des Schattens, für einen jeden vor dem Neumonde vorhergehenden oder darauf folgenden Zeitpunct, zu finden. Denn es iſt jeder auf der Linie *RS* von ihrem Anfange genommene Theil dem Wege gleich, welchen das Punct *F*, in der beym Ende deſſelben angezeigten Zahl der Minuten und Secunden, zurück leget. Wenn alſo, wie auch bey dem Entwurfe der Mondfinſterniß geſchehen iſt, von dem Orte, welchen dieſes Punct *F* zur Zeit des Neumondes einnimt, ſo viele Theile des Maasſtabes *RS* nach der Abendſeite getragen werden, als viele Minuten und Secunden ſeit der letzten vollen Stunde bis an den wahren Neumond verfloſſen ſind; und dadurch das Punct der relativen Bahn *FM* angegeben wird, in welchem ſich der Mittelpunct des Schattens damals befunden hat: ſo kan von dieſem Puncte die getheilte *RS* ſo oft auf dieſe Bahn getragen werden, als nöthig erachtet wird. Es iſt leicht auch die Stunde und Minute beyzuſchreiben, in welcher ſich der Mittelpunct des Schattens bey jedem dergeſtalt erhaltenen Theilungspuncte befindet; und alsdenn wird der wahre Ort des Schattens unmittelbar durch die Zeit gegeben.

§. 612.

Gebrauch des Entwurfs einer Erdfinſterniß.

§. 612. Iſt nun die Vorſtellung ſo weit in einer Gröſſe verfertiget worden, die bey der vorgeſchriebenen Gröſſe der Theile des Maasſtabes *PQ* nicht viel kleiner ſeyn wird, als ein Schuh, und man wil wiſſen, ob die Erdſcheibe in einem gewiſſen Zeitpuncte würklich verfinſtert werde, und, wenn ſie verfinſtert wird, in welcher Geſtalt und Gröſſe, der von dem Schatten und Halbſchatten bedeckte Theil dieſer Scheibe, dem Auge erſcheinen werde: ſo darf man nur um das Punct der Bahn *MF*, bey welchem ſich der Mittelpunct des Schattens zu der Zeit befindet, mit dem Radius *FG*, deſſen Gröſſe ſo lang die Finſterniß währen kan, immer einerley bleibt, einen Cirkel beſchreiben, und dieſem, um eben den Mittelpunct den kleinern Cirkel beyfügen, welcher den Schatten des Mondes angiebt. Der von dieſen Cirkeln bedeckte Theil der Erdſcheibe, wird den beſchatteten Theil derſelben in ſeiner wahren Geſtalt und Gröſſe, ſamt deſſen Lage in Abſicht auf die Ecliptic und den Breitenbogen, vorſtellen. T. VIII. F. 117.

§. 613. Die gröſte Verfinſterung ereignet ſich bey dem Puncte *H*, in welchem die aus *C* auf die relative Bahn *FM* gerade fallende *CH* dieſe ſchneidet; weil, wenn ſich der Mittelpunct des Schattens bey dieſem Puncte *H* befindet, ſein Abſtand von *C* der kleinſte iſt: und die Zeit dieſer ſtärkſten Bedeckung, wird durch die Minutenzahl angegeben, die bey *H* geſchrieben ſtehet, oder doch ſtehen ſolte. Sol beides, ſo wohl die Zeit der ſtärkſten Verfinſterung, als auch der Abſtand *CH*, um welchen zu der Zeit der Mittelpunct *F* von dem *C* entfernet iſt, genauer beſtimmet werden, ſo werden in dem rechtwinklichten Dreyecke *CHF*, deſſen Winkel *CFH* ſamt der Seite *CF* bekant ſind, die Seiten *CH* und *HF* berechnet. Sie werden in Theilen des Maasſtabes *PQ* gefunden, als in welchen *CF* gegeben wird, und ſodann bleibt bey *CH* nichts weiter zu fragen übrig. Die Zeit aber, welche der Mittelpunct des Schattens braucht aus *F* in *H*, oder aus *H* in *F* überzugehen, welche wir *T* nennen können, indem *H* eine Stunde bedeutet, wird vermittelſt der Proportion $RS : FH = H : T$ gefunden.

§. 614. Auf eben die Art werden auch die übrigen Umſtände der Verfinſterung durch die Zeichnung, und wenn dieſe nicht hinlänglich erachtet wird,

T. VIII. F. 117. durch die Rechnung herausgebracht. Sollen die Zeitpuncte angegeben werden, in deren erſtern die Finſterniß anfängt, indem der Schatten die Erde an der Abendſeite nur berühret, in dem zweiten aber, mit einer andern Berührung an der Morgenſeite, wieder aufhöret; ſo wird die Summe der beiden Halbmeſſer $CA + FG$ aus C zu beiden Seiten der CH an die Bahn FM getragen. Erreicht ſie nun dieſe in den Puncten I und K, ſo iſt I der Ort des Mittelpuncts des Schattens beym Anfange der Verfinſterung, und K beym Ende derſelben: die Zeitpuncte aber, in welchen der Mittelpunct des Schattens ſich in dieſen Stellen befindet, ſtehen darneben angezeiget, oder ſind doch, vermittelſt des Maaßſtabes RS leicht zu haben. Die Mitte der Verfinſterung fält in den Zeitpunct, in welchen der Mittelpunct des Schattens durch H gehet; und dieſer Zeitpunct wird eben ſo gefunden. Die Verfinſterung nimt vor demſelben eben ſo zu, wie ſie nachher wieder abnimt; und es werden immer, in gleichen Zeiten vor und nach der Mitte der Finſterniß, gleiche und ähnliche Theile der Erdſcheibe von dem Schatten bedeckt.

§. 615. Nachdem die Zeitpuncte gefunden ſind, mit welchen die Erdfinſterniß ihren Anfang genommen, und ihr Mittel oder Ende erreichet hat, iſt es leicht ihre halbe oder ganze Währung anzugeben. In dem gezeichneten Beyſpiele nimt die Verfinſterung ihren Anfang um 8 Uhr und 21 Minuten. Ihr Mittel erreichet ſie um 10 Uhr 50 Minuten, und das Ende, um 1 Uhr 19 Minuten. Es iſt alſo ihre halbe Währung 2 Stunden und 29 Minuten lang, und die ganze beträgt 4 Stunden 58 Minuten. Der Mittelpunct des Schattens erreichet die Erde um 9 Uhr, 28 Minuten, und verläſt dieſelbe wieder um 12 Uhr 11 Minuten, demnach hält er ſich in derſelben nicht länger auf, als zwo Stunden und 43 Minuten, in welcher Zeit dieſer Mittelpunct die ganze Sehne MN durchlaufen muß. Hieraus kan man ſich von der längſten Währung, die eine Erdfinſterniß haben kan, einen Begriff machen. Wenn man anſtatt der MN einen Durchmeſſer ſetzet, auf welchem der Mittelpunct des Schattens fortgehen ſol, damit bey der Geſchwindigkeit, mit welcher er ſich würklich in der MF beweget, die Finſterniß ſo lang dauren möge als es möglich iſt, ſo giebt die Meſſung, daß dazu drey und eine halbe Stunde Zeit erfodert werde: für die ganze Währung der Finſterniß aber, von dem Zeitpuncte an, in welchem der Schatten die Erdſcheibe zuerſt trift, bis an denjenigen, mit welchem er dieſelbe gänzlich ver-

läßt, werden auf eben die Art fünf und eine halbe Stunde gefunden. Dieſes iſt nun zwar nicht immer ſo. Denn die Geſchwindigkeit des Schattens wird bald etwas gröſſer, bald kleiner, und die übrigen Gröſſen bleiben auch nicht gänzlich unverändert. Bey dem allen kan die Zeit der gröſten Währung einer Erdfinſterniß von der gefundenen nicht ſehr abweichen, und man kan ſich daraus eine beynah genaue Vorſtellung von der Geſchwindigkeit machen, mit welcher der Schatten des Mondes über der Erdſcheibe fortflieget. *T. VIII. F. 117.*

§. 616. Iſt zur Zeit der Verfinſterung der Unterſchied der ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne und des Mondes ſo groß, daß auch das kleine Scheibchen um *F*, deſſen etlichemal Erwähnung geſchehen iſt, mit einiger Zuverläſſigkeit beſchrieben werden kan, ſo werden vermittelſt deſſelben, durch ein eben dergleichen Verfahren, auch diejenigen Zeitpuncte gefunden, bey welchen der Mond anfängt einigen Bewohnern des Erdbodens die Sonne ganz zu bedecken, oder doch ganz in der Scheibe derſelben zu erſcheinen. Die Rechnung aber, welche auch hier alles genauer giebt, als das Auge, wird vermittelſt dieſer Zeichnung gar leicht überſehen. Es komt alles auf die Auflöſung ebener und geradlinichter Dreyecke an, deren Seiten durch die Theile des Maaßſtabes *PQ* ausgedruckt werden, ſo Minuten bedeuten, und überal wird die Zeit, welche der Mittelpunct des Schattens brauchet einen gewiſſen Theil der Bahn *FM* zu beſchreiben, entdecket, wenn man dieſen Theil mit dem Wege einer Stunde, welchen die *RS* vorſtellet, gehörig vergleichet. Auf eben die Art werden verſchiedene andere Fragen erörtert, welche die Erdfinſterniß überhaupt oder insbeſondere betreffen.

Einige Anmerkungen und Zuſätze.

§. 617. Es hat aber ein dergeſtalt verfertigter Entwurf ein paar kleine Fehler, welche davon herrühren, daß gar kleine Winkel als nichts betrachtet, und auſſer Acht gelaſſen worden ſind. Der erſte wird begangen, wenn man den halben Durchmeſſer der Schattenſcheibe auf der Fläche des Entwurfs der Summe der ſcheinbaren Durchmeſſer der Sonne und des Mondes gleich machet, welche er doch um 4 bis 5 Secunden übertrift (563). Allein dieſes kan leicht vermieden werden, wenn es die Gröſſe des Riſſes erfodert. Der zweite rühret davon her, daß man die aus dem Mittelpuncte der Sonne durch den Mittelpunct des Mondes gezogene gerade Linie, welche den Ort des Schattens in der Fläche des

T. VIII. F. 117. Entwurfs beſtimmen ſol, als derjenigen parallel anſiehet, die den Mittelpunct der Sonne mit dem Mittelpuncte der Erde verknüpft, wodurch der Mittelpunct des Schattens dem Puncte *C* zu ſehr genähert wird. Denn wenn

T. VIII. F. 118. (*T. VIII. Fig.* 118.) *S* den Mittelpunct der Sonne, *C* den Mittelpunct der Erde, und *L* den Mittelpunct des Mondes vorſtelt, von welchem *LO* der in der Fläche des Entwurfs liegenden *CF* parallel lauft: ſo iſt eigentlich der von der verlängerten *CF* angetroffene Punct *f*, der Mittelpunct der in der Fläche des Entwurfs zu beſchreibenden Schattenſcheibe, an deſſen Stelle die der *OC* parallel laufende *LF* das Punct *F* angiebt, welches um *Ff* dem *C* näher iſt. Es iſt aber auch dieſer Fehler leicht zu verbeſſern, ſobald er ſichtbar wird. Denn da ſich *SO* zur *OC* oder *LF*, wie *OL* oder *CF* zur *Ff* verhält, und *OC* die Entfernung des Mondes von der Sonne zur Zeit des Neumondes iſt; *OC* aber deſſen Entfernung von der Erde: und aus dem vorhergehenden (529) bekant iſt, daß *OC* beynahe den 395ſten Theil der *SO* betrage; ſo kan auch *Ff* nicht mehr als den 395ſten Theil der *CF* ausmachen, welches kaum mehr iſt als ein Viertel des hundertſten Theils derſelben.

§. 618. Sol demnach alles aufs genauſte genommen werden, ſo muß,

T. VIII. F. 119. wenn *C* (*T. VIII. Fig.* 119.) der Mittelpunct der Erdſcheibe, und *F* der Mittelpunct des in die Fläche derſelben fallenden Schattens iſt, welchen der orthographiſche Entwurf angiebt, die *CF* beynahe um ein Viertel ihres hundertſten Theils vermehret, und wenn dadurch *Cf* herausgebracht wird, der Mittelpunct des Schattens in *f* geſezt werden. Hieraus folget, daß wenn *FM* der orthographiſche Entwurf der Bahn des Mondes iſt, welcher durch die gegebene Anweiſung gefunden wird; die dieſer *FM* durch *f* parallel laufende *fn* der wahre Entwurf dieſer Bahn ſeyn werde, welcher dem in den Mittelpunct der Sonne geſezten Auge von dem Theile der Bahn, welchen der Mond zur Zeit der Verfinſterung beſchreibet, genau bedecket wird. Denn wenn man auch nach Belieben *CN* ziehet, und bis in *n* verlängert, ſo iſt immer $CN : Nn = CF : Ff$, und alſo *n* der eigentliche Ort des Mittelpuncts des Schattens für den Zeitpunct, für welchen ihn der orthographiſche Entwurf in *N* angiebt. Es folget hieraus, daß auch *fn* um den 395ſten Theil der *FN* gröſſer ſeyn werde, als dieſelbe, welches faſt das einzige iſt, ſo dieſe Verbeſſerung der Zeichnung anrathen kan, in welcher meiſtentheils die auf die Bahn des Mondes beynahe ſenkrecht fallende *CF*

CF ſo klein iſt, daß ein ſo geringer Theil derſelben unſichtbar wird, und alſo die beiden Entwürfe *FM* und *fm* in einen zuſammen fallen. Ueber dieſes giebt dieſe Verbeſſerung eine etwas genauere Rechnung, wenn man ſich derſelben bedienen will. T. VIII. F. 119.

§. 619. Es kan allen dieſem in der 117ten Zeichnung noch der Entwurf des Stundencirkels beygefüget werden, welcher durch den Mittelpunct der Sonne gehet, und dadurch, daß man dieſen Mittelpunct, ſo lang die Verfinſterung währet, als unbeweglich anſiehet, auch ſelbſt unbeweglich wird. Da ſich die Sonne in der Linie aufhält, welche durch *C* der Fläche des Entwurfs perpendicular iſt, ſo iſt auch der Entwurf dieſes Cirkels eine gerade Linie *PQ*, die mit der Vorſtellung der Ecliptic *AB* einen Winkel *PCA* oder *PCB* einſchlieſſet, deſſen Gröſſe nach der an ſeinem Orte gegebenen Anweiſung zu finden iſt, wiewol man ihn auch aus den Tafeln haben kan. Wenn man ſich (*T. VIII. Fig.* 120.) das Kugeldreyeck *abc* vorſtellet; in welchem *a* der Ort der Sonne, *ab* ein Theil der Ecliptic und *cb* ein Theil des Gleichers iſt, welcher jenen in *b* ſchneidet, *ac* aber ein Theil des durch die Sonne gehenden Stundencirkels, welcher bey *c* mit dem Gleicher einen rechten Winkel einſchlieſſet: ſo iſt in dieſem Dreyecke der Winkel *b* ſamt der Seite *ab* bekant, und, nach Anweiſung der ſphäriſchen Trigonometrie, $r : cos\,ab = tan\,b : cot\,a$. Wird alſo in dem geradlinichten und rechtwinklichten Dreyecke *ABC*, der Winkel *ACB* dem *b*, welchen die Ecliptic mit dem Gleicher einſchlieſſet, gleich gemacht, *AB* : *DB* aber der Verhältniß des Radius zum Coſinus der Entfernung der Sonne vom Anfange des Widders oder der Wage *ab*, und die *DC* gezogen, ſo iſt, weil $AB : DB = tan\,ACB : tan\,DCB$, dieſer Winkel *DCB* das geſuchte Complement des Winkels *a* zu einem rechten Winkel, welches in dem Entwurfe *PCE* iſt, indem *a* den Winkel *PCA* oder *PCB* bedeutet. T. VIII. F. 120.

§. 620. Der vermittelſt des dergeſtalt gefundenen Winkels *PCE* in *PQ* zu entwerfende Stundenkreis, welcher auch der algemeine Mittagskreis genennet wird, gehet, wie alle übrige dergleichen Entwürfe durch die Pole der Erde, deren Entwürfe demnach beide in die *PQ* fallen müſſen, wie die Pole der Ecliptic in die *DE*. Dieſes haben wir, mit vielen andern ſo dazu gehö=

gehöret, bereits (491) geſehen. Was aber die *PQ.* ſelbſt anlangt, ſo fält dieſelbe in *DE*, wenn ſich die Sonne in einem der Wendpuncte befindet. Iſt aber der Ort der Sonne von dieſen Puncten entfernet, ſo fält der mitternächtige Theil dieſer Linie *PC* an die Morgenſeite der *DE*, ſo lang ſich die Sonne von dem Anfange des Steinbocks durch den Widder bis zum Anfange des Krebſes beweget: gehet ſie aber von dieſem Puncte durch die Wage bis wieder zum Anfange des Steinbocks fort, ſo fält *PC* an die Abendſeite der *DC.* Dieſes ſiehet man leicht, vornehmlich wenn man die Winkel betrachtet, welche die auf eine Erdkugel gezeichnete Ecliptic, das ganze Jahr durch, mit den Mittagskreiſen derſelben einſchlieſſet.

Andere die Erdfinſterniſſe betreffende Aufgaben.

§. 621. Iſt nun nach dieſem allen auch die Schattenſcheibe für einen gewiſſen Zeitpunct an ihre rechte Stelle geſetzt worden, ſo kan vermittelſt der oben angezeigten Gründe immer geſchloſſen werden, in welcher Geſtalt und Gröſſe der von dem Monde nicht bedeckte Theil der Sonne, einem in das nach Belieben angenommene oder gegebene Punct dieſer Scheibe geſetzten Auge, zu der Zeit erſcheinen würde. Fält dieſer Punct *R* in die Erdſcheibe, ſo iſt er auch dem orthographiſchen Entwurfe des in der Oberfläche liegenden Orts, welcher alsdenn eben die Erſcheinung hat, ſo nahe, daß er von demſelben gar nicht unterſchieden werden kan. Denn da alle Strahlen, welche von der Sonne auf die Erdſcheibe fallen, dieſer beynahe perpendicular ſind: ſo kan ein Sonnenſtrahl, welcher durch irgend ein Punct der Oberfläche der Erde durchgehet, bey ſeiner kurzen Verlängerung bis an die Fläche des Entwurfs, ſich gar nicht weit von der geraden Linie entfernet haben, die von eben dem Puncte der Oberfläche jener perpendicular fält. Es kan alſo auch der Ort der Oberfläche der Erde, von welchem ein Auge die Sonne eben ſo bedeckt ſiehet, als das in *R* geſetzte, genau angegeben werden, wenn man nur den Punct dieſer Oberfläche zu finden weiß, deſſen Entwurf in das angenommene oder gegebene *R* fält, das iſt, die Länge und Breite deſſelben. Dieſes aber kan auf verſchiedene Art, und am leichteſten vermittelſt der Erdkugel verrichtet werden, wenn man den von einer gleichgroſſen Himmelskugel geborgten Höhenquadranten zu Hülfe nimt.

Man bemerket 1°) den Ort, in welchem ſich die Sonne in dem Au= genblicke des wahren Neumondes befindet, in der Ecliptic der Kugel, und bringt dieſes Punct in das Zenit derſelben, wodurch der Pol, welcher zu der Zeit von der Sonne erleuchtet iſt, um ſo viele Grade und Minuten über ihren Horizont erhaben wird, als die Abweichung der Sonne von dem Gleicher ausmachet. Alsdenn ſtellet die über den Horizont erſcheinende Hälfte der Kugel, den von der Sonne erleuchteten Theil der Oberfläche der Erde ſo weit vor, als dieſer in den Entwurf gebracht iſt; ohne nehmlich die beſon= dern Oerter derſelben von einander zu unterſcheiden: und man hat auf dem Horizonte den Bogen *PA*, oder *QA*, wie auch *PB*, oder *QB*, der von Norden oder Süden bis an die Ecliptic reichet, unmittelbar. Es können auch die Puncte der Ecliptic *A*, *B*, in welchen ſie den Horizont ſchneidet, in dieſem gezeichnet werden. T. VIII F. 117.

Nun wird 2°) die Kugel um ihre Axe ſo gedrehet, daß auch die auf derſelben vorgeſtellten Bilder der Länder, und übrigen Oerter des Erdbodens, die= jenige Lage bekommen, welche die Länder und Oerter ſelbſt, in der von dieſer erleuchteten Hälfte des Erdbodens in dem angenommenen Zeitpuncte würklich haben. Es iſt nehmlich der Augenblick des Neumondes nach der Uhr ei= nes gewiſſen Orts berechnet worden. Für dieſen Ort wird der an der Axe der Kugel haftende Stundenzeiger richtig geſetzt, ſo nehmlich, daß wenn der Ort an den Mittagsring der Kugel gebracht wird, dieſer Zeiger genau zwölfe weiſet. In dieſer Stellung bleibt der Zeiger feſt; die Kugel aber wird ſo lang um ihre Axe gedrehet, bis eben der Zeiger die Stunde und Minute an= giebt, welche in der Zeichnung durch die Ziffer angezeiget wird, die neben dem Puncte der Bahn des Mondes ſtehet, in welches der Mittelpunct des Schattens geſetzt werden mußte; welches viel richtiger, als vermittelſt des klei= nen Stundenringes geſchehen kan, wenn man dabey zugleich auf den viel gröſſern Gleicher der Kugel ſiehet, und durch denſelben, was der Stunden= ring nur ins gröbere angiebt, gehörig verbeſſert. In dieſem Stande wird die Kugel befeſtiget, und an das Zenit derſelben der Höhenquadrant angeſchraubt.

3°) In der Fläche des Entwurfs wird aus dem Mittelpuncte der Erdſcheibe *C*, durch das gegebene Punct *R*, der Radius *CT* gezogen, welcher die Win= kel *ACT*, *PCT*, ſamt den übrigen dieſer Art, angeben wird, deren jeder

T. VIII. F. 117. das Punct des Horizonts der Kugel anzeiget, durch welches der Höhenquadrant gelegt werden muß, wenn ſeine Schärfe in der Oberfläche der Kugel durch den geſuchten Ort gehen ſoll. Denn *CT* iſt würklich der orthographiſche Entwurf dieſes Quadranten. Alsdenn iſt nichts übrig, als daß auch der Abſtand des Orts von dem Zenit der Kugel, durch die zwiſchen dieſen zween Puncten enhaltenen Theile des Höhenquadranten, gegeben werde.

4°) Dieſes aber iſt, wenn eben nicht die volkommenſte Richtigkeit verlangt wird, etwas leichtes. *CR* iſt der orthographiſche Entwurf des verlangten Abſtandes, und alſo der Sinus deſſelben: man darf alſo nur den zu dieſem Sinus *CR* gehörigen Bogen, des mit dem Radius der Kugel beſchriebenen Kreiſes, durch die Zeichnung finden, oder berechnen, um dieſen Abſtand zu erhalten, welcher den geſuchten Punct der Oberfläche völlig beſtimmen wird.

§. 622. Wer erweget, wie wenige Oerter des Erdbodens in Abſicht auf ihre Länge und Breite ſo genau bekant ſind, als dieſes die Verfertigung einer volkommenen Erdkugel erfodert, wird die hier gegebene Anweiſung richtig genug finden. Wolte ſich aber jemand die Mühe geben, wie in der T. VIII. F. 122. 122 Zeichnung würklich, wiewol nur im kleinen, geſchehen iſt, in ſeinem Entwurfe der Erdſcheibe, auſſer den bisher erklärten Stücken, auch alle übrige Stundenkreiſe zu bringen, ſamt einer hinlänglichen Zahl derjenigen Kreiſe, die dem Gleicher parallel liegen; der würde ſich die Arbeit gar ſehr erleichtern, und ohne Beyhülfe der Erdkugel die Länge und Breite des Puncts der Oberfläche der Erde anzuzeigen wiſſen, deſſen Vorſtellung *R* in der Erdſcheibe für einen gewiſſen Zeitpunct gegeben iſt. Denn er könte die Breite aus den Vorſtellungen der Parallelen ſchlieſſen, zwiſchen welchen dieſes Punct *R* lieget, indem er dieſe von dem Gleicher nach dem Pole oder von dem Pole nach dem Gleicher zählte. Die von dem Mittagskreiſe *PQ* nach eben dem *R* gezählten Stundencirkel aber würden ihm die Stunden und deren Theile angeben, die von der Uhr des durch *R* vorgeſtelten Orts in eben dem Zeitpuncte gewieſen wird. Nun iſt auch die Stunde und Minute bekant, ſo die Uhr des Beobachtungsplatzes zu eben der Zeit weiſet. Denn auf dieſe beziehen ſich die Ziffern, welche in der Zeichnung bey der Bahn des Mondes *MN* ſtehen,

und

und es drücket unter denſelben diejenige, an welche der Mittelpunct des Schattens geſetzt werden muſte, jene Zeit aus. Wird alſo dieſe Zahl von Stunden und Minuten mit derjenigen, welche die Uhr des Orts *R* in demſelben Zeitpuncte angiebt, zuſammen gehalten, und der Unterſchied beider Uhren entdeckt, ſo wird eben dadurch die von dem Beobachtungsplatze gerechnete Länge dieſes Orts angegeben. T. VIII. F. 122.

§. 623. Es werden aber auch vermittelſt der Erdkugel, oder vermittelſt eines Entwurfs derſelben, in welchen die Cirkel der Längen und Breiten, in einer hinlänglichen Anzahl erſcheinen, noch viele andere Fragen aufgelöſet. Iſt insbeſondre ein dergleichen Entwurf, wie er hier beſchrieben wird, für dieſe oder jene Erdfinſterniß verfertiget worden, ſo kan man an demſelben erkennen, bey welchem Puncte der Oberfläche der Erde der Halbſchatten dieſelbe zuerſt berühren, und bey welchem er ſie wieder gänzlich verlaſſen werde: wie auch, welchen Ort der eigentliche Schatten, oder die Axe deſſelben, zuerſt und zuletzt treffen werde: welchen Ort des Erdbodens eben die Axe, oder eine andere von einem beſtimten Puncte der Schattenſcheibe nach der Sonne gezogene gerade Linie, die den Mond irgendwo berühret, in dem Augenblicke treffen werde, da ſeine Uhr Mittag, oder eine jede andere Stunde weiſet; und was dergleichen Umſtände mehr ſind, welche der bedächtliche Umgang mit einem ſolchen in der gehörigen Gröſſe verfertigten Entwurfe von ſelbſt an die Hand geben wird. Ueberal wird das geſuchte Punct der Oberfläche der Erde durch ſeine Länge und Breite ſo gegeben, wie dieſes von dem *R* gewieſen worden iſt, und man wird dadurch in den Stand geſetzt, denſelben auf einer Erdkugel oder Landkarte anzuzeigen. Die vielen Zeichnungen aber, welche bey dieſen Arbeiten auf der Fläche des Entwurfs gemacht werden müſten, können vermieden werden, wenn die Schattenſcheibe in ihrer rechten Gröſſe auf ein beſonderes Blatt entworfen, und einer ihrer Halbmeſſer *FS*, in welchem man ſich immer das gegebene oder angenommene Punct *R* vorſtellen kan, nach den oben angezeigten Gründen (565) getheilet wird. der Mittelpunct dieſer Scheibe wird in der Bahn des Mondes an die gehörige Stelle gebracht, und dadurch eben das erhalten, was ein in der Fläche des Entwurfs beſchriebener Kreis leiſten würde, inſonderheit, wenn das Blatt vermittelſt etwas ölichten durchſichtig gemacht wird.

Die Sonnenfinſterniß.

T. VIII. F. 122. §. 624. Die Bedeckung der Sonne, welche ein jeder Bewohner des Erdbodens merken muß, über welchen der Schatte des Mondes weggehet, iſt, wie wir gleich Anfangs geſehen haben, für denſelben eine Sonnenfinſterniß. Denn es iſt aus allen, ſo bisher gezeigt worden iſt, zu ſchlieſſen, daß nicht alle Einwohner der Erde in eben dem Neumonde, in welchem der Schatte des Mondes auf die Erde fält, eine Sonnenfinſterniß haben können: und die ſie haben, ſehen ſie weder zu eben der Zeit, noch in eben der Gröſſe; ſo daß man ſagen kan, es erſcheine eine Sonnenfinſterniß einem jeden Orte des Erdbodens anders, als allen übrigen. Dieſe beſondern Erſcheinungen ſind nun umſtändlich zu betrachten.

§. 625. Die Sonne zeiget ſich uns immer als eine runde Scheibe, und der Mond würde zu jeder Zeit in eben der Geſtalt erſcheinen, wenn er über und über erleuchtet wäre. Doch wird uns der dunkele Theil des Mondes ſichtbar, wenn er einen leuchtenden Körper bedecket; und völlig deutlich, wenn dieſer bedeckte Körper die Sonne iſt. Dieſe zwo Scheiben kan man ſich immer an dem Himmel des Mondes vorſtellen, an welchem ſich der Mittelpunct dieſes leztern Körpers würklich befindet, und die Minuten ſamt deren Theilen, durch welche ihre ſcheinbare Gröſſen ausgedruckt und mit einander verglichen werden, von einem der groſſen an dieſem Himmel zu beſchreibenden Cirkel hernehmen. Sie ſind einander ſelten gleich: gemeiniglich iſt die eine gröſſer als die andere: bald dieſe bald jene, und der Unterſchied der Durchmeſſer derſelben kan über den zehnten Theil des ganzen betragen. Beide Scheiben ſcheinen an dem Gewölbe des Himmels, welches wir uns einbilden, von Abend gegen Morgen fortzurücken, aber die dunkele geſchwinder als die helle, und wir mögen immer ſagen, daß dieſes an dem Mondhimmel geſchehe. Bey einer Sonnenfinſterniß erreichet endlich die dunkele Scheibe die helle, und tritt dem Anſehen nach in dieſelbe. Dieſes geſchiehet an der Abendſeite der Sonne, mehr oder weniger gegen Mittag oder Mitternacht. Von dannen rücket die dunkele Scheibe nach Morgen fort, ſo daß ihr Mittelpunct einen Bogen zu beſchreiben ſcheinet, der ſo wenig gekrümt iſt, daß er für eine gerade Linie angenommen werden kan, und bedecket die Sonnenſcheibe immer mehr und mehr, bis ſie ſich endlich wieder aus derſelben herausbegiebet, und ſie darauf an ihrer Morgenſeite gänzlich verläßt.

§. 626. Die Sonnenſcheibe erſcheinet in dem Zeitpuncte, in welchem der Mittelpunct der dunkeln Scheibe ſich dem Mittelpuncte derſelben ſo ſehr genähert hat, als bey dieſer Bewegung möglich iſt, am allermeiſten bedecket, und durch die Gröſſe ihres alsdenn verfinſterten Theils wird auch die Gröſſe der Finſterniß angegeben. Es wird an dem Himmel durch den Mittelpunct der beiden Scheiben eine gerade Linie gezogen, und der in dieſe Linie fallende Durchmeſſer der Sonnenſcheibe, mit dem von dem Monde bedeckten Theile deſſelben verglichen; eben ſo wie dieſes bey der Mondfinſterniß zu geſchehen pflegt, indem man nehmlich auch hier den Durchmeſſer der Sonne in zwölf Zolle theilet, und durch die Zahl dieſer Zolle, die in den bedeckten Theil deſſelben fallen, die Gröſſe der Finſterniß angiebt. Die Finſterniß iſt total oder partial, nachdem der angezeigte Durchmeſſer ganz oder nur zum Theil bedecket wird. Und man ſiehet leicht, daß vermittelſt der bekanten Verhältniſſe des ſcheinbaren Durchmeſſers der Sonne zu dem Durchmeſſer des Mondes zur Zeit der Finſterniß, und vermittelſt der Verhältniß des Durchmeſſers, zu dem in einem gewiſſen Zeitpuncte bedeckten Theile deſſelben, oder auch zu dem Zwiſchenraume, um welchen der Mittelpunct der Mondſcheibe von dem Mittelpuncte der Sonnenſcheibe entfernet ſcheinet, die Geſtalt und Gröſſe des damals bedeckten oder unbedeckten Theils der Sonnenſcheibe, durch zween in einer Ebene beſchriebene Kreiſe, auf das genauſte vorgeſtelt werden könne. Es kan ſeyn, daß bey dieſer Vorſtellung der Mittelpunct der Scheibe des Mondes genau in den Mittelpunct der Sonnenſcheibe fält, wenn nehmlich in dem Augenblicke, für welchen ſie gemacht werden ſol, das Auge des Beobachters ſich in der geraden Linie befindet, die durch die Mittelpuncte der Sonne und des Monds hindurch gehet. Alsdenn iſt die Finſterniß central, und die Sonne erſcheinet entweder nur in dieſem Augenblicke, oder auch eine kurze Zeit vorher und hernach, ganz von dem Monde bedecket; das erſte, wenn der ſcheinbare Durchmeſſer des Mondes dem ſcheinbaren Durchmeſſer der Sonne gleich iſt, und das zweite, wenn er dieſen übertrift. Iſt aber zu der Zeit der ſcheinbare Durchmeſſer des Mondes kleiner als der ſcheinbare Durchmeſſer der Sonne, ſo bleibt an dem Umfange der Sonnenſcheibe ein durchaus gleich ſchmahler Ring ſichtbar. Fallen die Mittelpuncte der zwo Scheiben nicht völlig zuſammen, ſo kan bey einer geringen Entfernung des einen von dem andern zwar die Finſterniß total ſeyn, und einige Zeit währen, wenn der ſcheinbare Durchmeſſer T.VIII. F. 122.

T. VIII. F. 122. des Mondes gröſſer iſt als der ſcheinbare Durchmeſſer der Sonne, oder der Mond kan gantz in der Sonne erſcheinen, wenn ſein Durchmeſſer der kleinere iſt. Es bekomt aber in dieſem letztern Falle der Ring, welcher unbedeckt bleibet, nicht überal einerley Breite.

Die Gröſſe einer Sonnenfinſterniß für jeden Ort des Erdbodens, und jeden Zeitpunct.

§. 627. Sollen nun, für einen gewiſſen Beobachtungsplatz, alle dieſe Erſcheinungen, wie ſie ſich nach und nach, jede zu ihrer Zeit ereignen müſſen, vorhergeſagt werden: ſo komt es nur darauf an, daß man in einem dergleichen Entwurfe der erleuchteten Oberfläche der Erde, als bisher gebraucht worden iſt, den Entwurf dieſes Platzes, zu einem jeden gegebenen Zeitpuncte, richtig anzugeben wiſſe. Dieſes aber iſt etwas leichtes, wenn der Weg des Platzes, welchen er bey der täglichen Bewegung der Erde um ihre Axe nimt, nach der (498) gegebenen Anweiſung, richtig entworfen und getheilet worden iſt. Denn alsdenn iſt jeder mit einer gewiſſen Zahl von Stunden und Minuten bezeichnete Punct des Entwurfs dieſes Weges der Entwurf der Stelle, in welcher ſich der Beobachtungsplatz in dieſer Stunde und Minute befindet; und man muß ſich den Beobachtungsplatz ſelbſt gerade über dieſen Punct, das iſt, in der Linie, welche durch denſelben der Fläche des Entwurfs perpendicular ſtehet, vorſtellen. Die Gröſſe und Geſtalt der Finſterniß werden vermittelſt dieſes Orts durch die folgenden Gründe beſtimmet.

T. VIII. F. 121. §. 628. Wenn (*T. VIII. Fig.* 121.) *PQ* ein Theil der Fläche des orthographiſchen Entwurfs, und in derſelben *C* der Mittelpunct der Erde iſt, *F* der Ort des Mondes in dem Entwurfe ſeiner relativen Bahn, und *R* der Entwurf des Ortes, von welchem die Finſterniß beobachtet werden ſol: und es werden durch *F* und *R*, die Linien *FL*, *RS* der Fläche *PQ* perpendicular gemacht: ſo gehet jene *FL* genau durch den Mittelpunct des Mondes, dieſe *RS* aber ſo wenig bey dem Mittelpuncte der Sonne vorbey, daß angenommen werden kan, dieſer Punct falle genau in die *RS*. Denn eigentlich befindet ſich der Mittelpunct der Sonne in der verlängerten *CD*, welche der Fläche *PQ* ebenfals perpendicular iſt. Es beträgt aber der

Winkel, welchen die von R nach dem Mittelpuncte der Sonne gezogene gerade Linie daſelbſt mit der CD einſchlieſſet, nie mehr als die Horizontparallaxe der Sonne und meiſtentheils viel weniger. Iſt nun O der in der Oberfläche der Erde, gerade über R, liegende Ort des Beobachters, ſo bildet ſich derſelbe den Mondhimmel, deſſen Mittelpunct eigentlich C iſt, als um O beſchrieben ein, weil in dieſem Puncte ſich ſein Auge befindet, und er kan dieſes thun, da die Rede hier von einem Augenblicke iſt, in welchem der Mond ſeine Entfernung von O nicht verändert. In die Oberfläche dieſer Kugel ſetzet er den Mittelpunct des Mondes in L, alwo er würklich iſt, den Mittelpunct der Sonne aber, welchen er in der verlängerten OS ſiehet, in das Punct S. Sodenn beſchreibet dieſer Beobachter in der Fläche der Parallelen RS, FL, um den Mittelpunct O einen Cirkelbogen SL, in welchen er von S nach L den ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne Ss, und von L nach S den ſcheinbaren Halbmeſſer des Mondes Ll ſetzet, deren erſtern er in dem Winkel SOs, den zweiten aber in SOl ſiehet, und beurtheilet, indem er auf die ls Acht hat, die Gröſſe der Finſterniß. T. VIII. F. 121.

§. 629. Der Winkel SOs iſt von demjenigen, in welchem ein Auge in R oder C den Halbmeſſer der Sonne ſehen würde, nicht zu unterſcheiden. Der Winkel LOl aber iſt, wegen der geringen Entfernung des Mondes, zwar um etwas merkliches gröſſer, als der aus R oder C geſehene halbe Durchmeſſer des Mondes: er kan aber doch, wenn man es der Mühe werth achtet, leicht gefunden werden. Es verhält ſich ohne einen beträchtlichen Fehler OS zur RS, wie der Winkel, in welchem der Halbmeſſer des Mondes aus R oder C geſehen wird, zu dem geſuchten LOl. Es wird aber, da das Dreyeck CRO rechtwinklicht iſt, die RO aus dem halben Durchmeſſer der Erde CO und der bekanten CR gegeben, und RS iſt beinahe die Entfernung des Mondes von dem Mittelpuncte der Erde. Allein obwol die Verhältniß $OS : RS$ oder $OS : RO$ auch durch eine bloſſe Zeichnung mit einer hinlänglichen Richtigkeit gefunden, und dadurch die Berechnung des Winkels LOl gar ſehr erleichtert werden könte: ſo wird ſie doch gemeiniglich als überflüßig bey Seite geſetzt, und für Ll der Halbmeſſer des Mondes angenommen, wie er einem in den Mittelpunct der Erde geſetzten Auge erſcheinen würde. Wolte jemand dieſe Verbeſſerung beobachten, ſo müſte er auch den Winkel SOL, um

welchen

T. VIII. F. 121. welchen der Mittelpunct des Mondes von dem Mittelpuncte der Sonne entfernet erſcheinet, wenn das Auge in *O* geſetzt wird, in eben der Verhältniß *RS* : *OS* gröſſer machen, als denjenigen, in welchem ein Auge in *R* dieſe Entfernung *LS* ſehen würde. Alsdenn aber würde er in der Anwendung finden, daß dieſe zwo Verbeſſerungen einander gröſtentheils vernichten.

§. 630. Nun iſt *SL* beynahe eine gerade Linie, welche der *RF* parallel lieget, und mit dieſer das Rechteck *SRFL* bildet. Es kan alſo, wenn wir blos die Geſtalt und Gröſſe der Finſterniß zu wiſſen verlangen, anſtatt der *SL* die *RF* genommen werden, welche ihr beynahe völlig gleich iſt, und in der Fläche des Entwurfs durch die beiden Puncte *R* und *F* beſtimmet wird. Ein um *R* (*T. VIII. Fig.* 117.) mit dem aus dem Maasſtabe *PQ* genommenen ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne beſchriebener Cirkelkreis, ſamt einem andern um *F* beſchriebenen, deſſen Halbmeſſer ſo viele Theile eben des Maasſtabes *PQ* hat, als viele Minuten und Secunden wir dem halben Durchmeſſer des Mondes zuſchreiben, wenn wir ihn aus *C* oder *R*, betrachten, wird die Gröſſe und Geſtalt der Finſterniß unmittelbar geben. Die Verbeſſerung von welcher eben die Rede war, entfernet das Punct *F* etwas mehr von *R*, und macht alſo die *RF* gröſſer. Sie vergröſſert aber auch den Halbmeſſer des um *F* zu beſchreibenden Cirkels, welcher die Scheibe des Mondes vorſtellen ſol, ſo daß faſt eben ſo viel verlohren gehet, als man erhalten wolte.

§. 631. Der Punct *F* iſt in dem orthographiſchen Entwurfe der Mondbahn mit der Zahl der Stunden und Minuten bezeichnet, zu welcher er gehöret, und alſo genau genug beſtimmet. Der Punct *R* aber iſt der Entwurf des Beobachtungsplatzes für eben den Zeitpunct, und wird, wenn der Cirkel, welchen dieſer Ort bey ſeinem Umlaufe um die Axe der Erde zur Zeit der Verfinſterung beſchreibet, ebenfals entworfen und gehörig getheilet iſt, in dieſem Entwurfe durch eben die Zahl der Stunden und ihrer Theile angegeben, welche bey dem Puncte *F* ſtehet. Es iſt alſo, wenn der Entwurf der ganzen von der Sonne erleuchteten Hälfte der Erde, deren wir uns bisher bedient haben, zu klein ſeyn ſolte, daß er alles mit der gehörigen Schärfe geben könte, oder wenn man ſich die Mühe, einen dergleichen vollſtändigen Entwurf zu verfertigen, erſparen wil, nichts nöthig, als daß man

den

den Parallelcirkel des Beobachtungsplatzes, welchen nehmlich derſelbe beſchrei- bet, indem ſich die Erde an dem Tage der Finſterniß um ihre Axe drehet, beſonders entwerfe, und wie oben (498) gewieſen worden iſt, in die Stunden und Minuten theile. Man kan zu dem Ende den Maasſtab *PQ* ſo groß nehmen, daß auch die letztern Theile eine beträchtliche Gröſſe bekommen: und ſolte das Pappier zu klein ſeyn, ſo iſt es eben nicht nöthig, daß es dieſen Entwurf ganz faſſe. Ein Theil deſſelben, welcher alle Puncte enthält, in welchen ſich der Beobachtungsplatz, ſo lang die Finſterniß währet, nach und nach befindet, iſt hinlänglich, und es iſt leicht dieſen Theil vermittelſt eines gröbern Riſſes zu beſtimmen. T. VIII. F. 121.

§. 632. Wil man dem Entwurfe des Parallelcirkels, um welchen es eigentlich zu thun iſt, noch einige andere beyfügen, die demſelben zu beiden Seiten nahe genug liegen, und dieſe ebenfals gehörig theilen; ſo kan die Zeichnung auch auſſer dem Beobachtungsplatze an allen den Oertern gebraucht werden, die in dieſen Parallelen liegen, wenn nur dabey auch auf die Verſchiedenheit der Stunden geſehen wird, welche die Uhren dieſer Oerter in eben dem Zeitpuncte angeben müſſen, fals ihre Längen verſchieden ſind. Mit einem Worte, es wird nur derjenige Theil der 122ſten Zeichnung entworfen, welchen man zu brauchen gedenket: und man bedient ſich dieſes Theils eben ſo, wie man ſich des ganzen Entwurfs bedienet, wenn nicht mehr Schärfe verlangt wird, als derſelbe bey ſeiner Gröſſe geben kan. Zur Erläuterung desjenigen aber, ſo von dieſem Gebrauche noch zu ſagen iſt, ſcheinet dieſer volſtändige Entwurf geſchickter zu ſeyn, als ein anderer.

§. 633. In dieſem Entwurfe befindet ſich jeder Ort des Erdbodens, zu der nach ſeiner Uhr gezählten Stunde, in demjenigen Stundenkreiſe, welcher mit der Zahl dieſer Stunde bezeichnet iſt. Wenn alſo, zum Beyſpiel, *GHK* der Entwurf des Parallelen des Beobachtungsplatzes iſt, ſo ſind die bey der Bahn des Mondes *MN* bemerkten Stunden, welche der Maasſtab *RS* in ihre Minuten theilet, eben diejenigen, die von der Uhr dieſes Platzes angegeben werden: ſo daß jede zween Puncte der Bahnen *GHK* und *MN*, bey welchen eben die Zahlen der Stunden und Minuten ſtehen, oder ſtehen ſolten, zuſammen gehören, indem das in der Bahn des Mondes *MN* ange-

T. VIII. F. 122. nommene dasjenige iſt, ſo wir bisher mit *F* bezeichnet haben, das in der Bahn *GHK* liegende aber *R*. Iſt alſo der Zwiſchenraum zwiſchen zween dergleichen zu eben dem Augenblicke gehörigen Puncten gröſſer als die Summe der ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne und des Mondes, ſo erſcheinet die Sonne in dieſem Augenblicke an dem Beobachtungsplatze gar nicht verfinſtert. Iſt der Zwiſchenraum der Summe gleich, ſo fängt die Verfinſterung an dieſem Orte an, oder höret eben auf, nachdem *F* an der Abend oder Morgenſeite des Punctes *R* lieget. Iſt der Zwiſchenraum kleiner als die Summe, ſo erſcheinet die Sonne den Bewohnern deſſelben Orts würklich von dem Monde bedecket, und man kan die Geſtalt und Gröſſe der Finſterniß, wie oben angezeiget worden, und in der Zeichnung, vermittelſt der um *F*, *R* beſchriebenen Kreiſe, für 1 Uhr und 35 Minuten würklich geſchehen iſt, angeben. Am allerſtärkſten aber iſt die Finſterniß, wenn eben der Zwiſchenraum ſo klein iſt, als er nur werden kan, und es wird die Geſtalt und Gröſſe des bey dieſer ſtärkſten Verfinſterung ſichtbaren Theils der Sonne auf eben die Art gefunden.

Eben die, an verſchiedenen Stellen des Erdbodens, beobachtete Sonnenfinſterniß.

§. 634. Wird anſtatt des Beobachtungsplatzes, für welchen der Entwurf eigentlich gemacht iſt, ein anderer Ort in der Oberfläche der Erde genommen, deſſen Parallelcirkel, von dem vorigen *GHK*, verſchieden iſt, ſo beziehen ſich die Puncte in welchen der Entwurf dieſes Parallelen von den Stundenkreiſen geſchnitten wird, und die zu denſelben geſetzte Ziffer, auf die Uhr dieſes andern Orts; indem die Stelle des Mondes in ſeiner Bahn noch immer nach der Uhr des Beobachtungsplatzes angegeben wird. Sol alſo auch dieſer zu der Uhr des zweiten Orts angezeiget werden, ſo ſind die der Bahn des Mondes beygeſchriebene Ziffern, dem Unterſchiede der beiden Uhren gemäß, zu verändern, welches leicht geſchehen kan, wenn die Länge dieſes zweiten Orts, in Abſicht auf die Länge des Beobachtungsplatzes bekant iſt. Wolte man dieſe Ziffer unverändert ſtehen laſſen, ſo müſte für jeden Zeitpunct der Mond von der Stelle, die er nach der Uhr des Parallelen *GHK* einnehmen muſte, in ſeiner Bahn um ſo viele Stunden und deren Theile

nach

nach Abend zurück gezogen werden, als die Uhr des zweiten Orts den Mittag, und jede andere Stunde, früher angiebt, denn die Uhr des Beobachtungsplatzes: welches ſeyn wird, wenn dieſer Ort dem Beobachtungsplatze gegen Morgen lieget, liegt er aber demſelben gegen Abend, ſo müſte der Mond, wieder um eben ſo viele Stunden, als der Unterſchied beider Uhren beträgt, nach der Morgenſeite fortgerücket werden. Und es iſt leicht einzuſehen, daß eben dieſes ſtatt haben werde, wenn beide Oerter in eben dem Parallelen *GHK* liegen. T. VIII. F. 122.

§. 635. Hieraus wird zugleich begreiflich, wie aus der für einen gewiſſen Beobachtungsplatz nach den Tafeln entworfenen, und an einen andern Ort der Oberfläche der Erde beobachteten Sonnenfinſterniß, der Unterſchied der Längen dieſer Oerter zu finden ſey, wenn ihre Breiten bekant ſind. Es wird voraus geſetzt, daß der Entwurf völlig richtig ſey, und die Gröſſe der Finſterniß, wie ſie in jedem Zeitpuncte an dem Beobachtungsplatze erſcheinet, genau genug angebe. Dieſes nun iſt zwar nicht völlig zu erreichen, weil weder die Tafeln völlig richtig ſind, noch auch bei dem Entwurfe alle Kleinigkeiten beobachtet werden. Es können aber auch die gröbern Abweichungen des Entwurfs aus den Beobachtungen gebeſſert werden. Dieſelben rühren fürnehmlich von dem Puncte der Ecliptic her, bey welchem ſich der wahre Neumond ereignet, deſſen Entfernung von dem nächſten Knoten die Tafeln etwas zu groß oder zu klein angeben können. Dadurch werden auch die Breiten des Mondes, zur Zeit der Finſterniß, fehlerhaft, indem der Winkel, welchen die relative Bahn deſſelben *MN* mit der Ecliptic *AB* einſchlieſſet, wenn beide verlängert werden, unverändert bleibt. Es komt alſo die ganze Verbeſſerung darauf an, daß die Spitze dieſes Winkels in der Ecliptic weiter vorwärts oder zurückgeſchoben werde, welches geſchiehet, indem man die verbeſſerte Bahn der gezeichneten *MN* an dieſer oder jener Seite parallel machet; und daß man die Ziffern, mit welchen die Theile der Mondbahn bezeichnet ſind, um ſo viele Minuten vermehre oder vermindere, als es die Erſcheinungen erfodern; unter welchen die ganze Währung der Finſterniß, ſamt den Zeitpuncten, mit welchen ſie angefangen und ſich geendiget hat, die vornehmſten ſind. Wiewol dabei auch der ſcheinbare Durchmeſſer des Mondes nicht ganz auſſer Acht gelaſſen werden darf.

T. VIII. F. 122. §. 636. Hat man ſich von dieſer Seite befriediget, und es iſt aus einer richtigen Beobachtung der Zeitpunct bekant, in welchem ſich an dem Orte, deſſen von dem Beobachtungsplatze gerechnete Länge geſucht wird, der Anfang der Finſterniß ereignet hat: ſo wird, da dieſer Zeitpunct nach der Uhr dieſes Orts angegeben wird, der Entwurf deſſelben in ſeinen Parallelen, durch die dabei geſchriebene Zahl der Stunden und Minuten angezeigt. Dieſer Punct iſt von demjenigen, in welchem ſich der Mittelpunct des Mondes in ſeiner Bahn zu eben der Zeit befindet, um die Summe der ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne und des Mondes nach der Abendſeite entfernet. Es wird demnach die Stelle des Mondes in ſeiner Bahn gefunden, wenn man dieſe, aus dem Maasſtabe *PQ* genommene Summe, von dem Entwurfe des Orts bis an die Mondbahn erſtrecket, welche ſie in dem geſuchten Punct erreichen wird. Alsdenn wird die Zeit, in welcher ſich der Mond an dieſer Stelle befindet, durch die dabei geſchriebene Ziffer gegeben, welche ſich auf die Uhr des Beobachtungsplatzes beziehet: da alſo auch die Zahl der Stunden und Minuten bekant, welche die Uhr des andern Orts in eben dem Augenblicke weiſet, ſo iſt der Unterſchied beider Uhren gar leicht zu finden. Zu gröſſerer Gewißheit kan auch mit dem Ende der Finſterniß, wenn dieſes an dem Orte, deſſen Länge mit der Länge des Beobachtungsplatzes zu vergleichen iſt, genau genug beobachtet worden, eben dieſe Arbeit wiederhohlet werden. Ja es giebt ein jeder nach der Uhr dieſes Orts genau beſtimte Gröſſe der Finſterniß, den Unterſchied der Längen: weil es leicht iſt aus dieſer Gröſſe den Abſtand des Mittelpuncts des Mondes von dem Entwurfe des Orts zu finden, an welchem zu einer gewiſſen, nach der Uhr deſſelbigen Orts gerechneten Zeit, die Finſterniß in dieſer Gröſſe erſchienen iſt.

Die eigentliche Berechnung einer Sonnenfinſterniß.

§. 637. Ueberhaupt würde die auf einen orthographiſchen Entwurf gegründete Rechnung die Gröſſe der Finſterniß, ſamt ihren übrigen Umſtänden, mit welchen ſie an einem gewiſſen Orte des Erdbodens erſcheinet, richtiger geben: und alsdenn dürfte auch die Zeichnung weder ſo gros, noch ſonſt ſo genau ſeyn, als ſie ſeyn muß, wenn ſie das geſuchte unmittelbar darſtellen ſol. Die Dreyecke, welche bey dieſer Rechnung aufzulöſen ſind, fallen ſämtlich in die Fläche des Entwurfs, und können vor ſich, mit einiger Aufmerkſamkeit betrachtet, die Rech=

Rechnung auf den kürzeſten Weg leiten. Zwar bleiben noch immer einige kleine Fehler übrig, ſo lang bey dem Entwurfe Kleinigkeiten bey Seite geſetzt werden, und dieſe die Rechnung ebenfals überſiehet. Es wird aber die Beobachtung derſelben deſto mehr für überflüßig gehalten, je weniger die Tafeln, auf welche ſich doch endlich die gantze Arbeit gründet, als volkommen richtig angeſehen werden können: zumahlen da der Fehler, welchen ein mit der nöthigen Vorſicht verfertigter Entwurf für ſich, und ohne einer weitern Rechnung, in die Zeit der Erſcheinungen bringt, ſelten über ein paar Minuten ſteiget. T. VIII. F. 122.

§. 638. Sollen aber die Umſtände, mit welchen eine Sonnenfinſterniß von einem gewiſſen Orte des Erdbodens geſehen wird, ſo genau als möglich iſt angegeben werden: ſo iſt das ſicherſte Mittel, daß man den Abſtand der Sonnenſcheibe von der Scheibe des Mondes berechne, wie ſie uns an der innern Oberfläche der Himmelskugel, ſo wir uns einzubilden gewohnt ſind, unmittelbar erſcheinet. Dieſes kan auf verſchiedene Art geſchehen, indem dieſe Entfernung ſowol aus der bekanten Länge und Breite zweener himliſcher Körper, als aus dem Vorſprunge des einen vor dem andern, und beider Abweichung von dem Gleicher; wie auch aus den Höhen derſelben und dem Unterſchiede ihrer Azimuthe, geſchloſſen werden kan. Ueberal ſind die Parallaxen mit in Betrachtung zu ziehen, welche vornehmlich den Ort des Himmels, an welchem wir den Mond von der Oberfläche der Erde ſehen, von demjenigen, an welchem er uns erſcheinen würde, wenn wir uns in den Mittelpunct der Erde ſetzen könten, gar ſehr verſchieden macht. Dieſes giebt der letzten Methode einen gröſſern Vorzug vor den übrigen. Denn es ſind die Parallaxen der Höhen ohne viele Mühe aus den Tafeln zu haben: die Azimuthe aber haben, wenn man ſich die Erde als kugelrund vorſtellet, keine Parallaxe, und bekommen ſie nur durch die Abweichung derſelben von der eigentlichen Geſtalt einer volkommenen Kugel. Aber auch in dem Falle, wenn man nöthig findet, auf dieſe Abweichung mit zu rechnen; würden weder die Parallaxen der Azimuthe, noch die Veränderungen, welche dadurch in die Parallaxen der Höhen gebracht werden, die Schwierigkeit ſehr vermehren, wenn die Geſtalt der Erde auf das genauſte bekant wäre.

§. 639. Die Rechnung ſelbſt wird ohne viele Weitläuftigkeit am deutlichſten begriffen, wenn wir uns vornehmen eine Zeichnung zu verfertigen, welche die Finſterniß ſo, wie ſie in einem gewiſſen Zeitpuncte würklich an der Himmels-

T. VIII. F. 122. kugel erſcheinet, aufs genauſte vorſtellen ſol; indem man ſich immer den Theil der Oberfläche dieſer Kugel, in welchem ſich Sonne und Mond zu der Zeit befinden, als eine Ebene vorſtellet, auf welche die Zeichnung zu bringen iſt. Man wird ſich die Lage dieſer Himmelsgegend am beſten einprägen, wenn an einer Himmelskugel, deren Pol über ihren Horizont ſo ſehr erhöhet iſt, als der Pol des Himmels über den Pol des Beobachtungsplatzes, man den Punct der Ecliptic, bey welchem ſich die Sonne am Tage der Finſterniß befindet, kentlich machet, und alsdenn die Kugel dem Zeitpuncte, für welchen eigentlich gerechnet werden ſol, gemäß um ihre Axe drehet, damit nehmlich der in der Ecliptic gezeichnete Punct, in Abſicht auf den Mittagsring, die gehörige Lage bekomme; welches leicht vermittelſt des Stundenrings, aber genauer vermittelſt der Grade des Gleichers, zu erhalten iſt. Denn wenn die Kugel in dieſer Lage bleibt, und man ſich das Auge in den Mittelpunct derſelben einbildet: ſo iſt es leicht ſich einen Begriff von dem dermahligen Stande der Sonne, in Abſicht auf den Horizont und den Mittagskreis zu machen. Vornehmlich aber ſind dabey die drey gröſten Cirkel zu betrachten, die durch den Mittelpunct der Sonne gehen, indem der erſte zugleich das Zenit, der zweite dem Pol des Gleichers, und der dritte den Pol der Ecliptic durchſtreichet; mit einem Worte, der Cirkel der Höhe, der Stundencirkel und der Cirkel der Breite, welche ſämtlich in eben dem Augenblicke durch den Mittelpunct der Sonne gehen. Die zunächſt an dem Mittelpuncte der Sonne lie-

T. VIIII. F. 123. genden Theile dieſer Kreiſe werden in der 123 Zeichnung durch gerade Linien vorgeſtelt, die mit einander Winkel einſchlieſſen, ſo denjenigen gleich ſind, mit welchen ſich die Flächen dieſer Cirkel gegen einander neigen: übrigens aber bald ſo bald anders zu liegen kommen. Dieſe beſondere Lage nun iſt vornehmlich zu beobachten, welche die Kugel, wenn ſie mit einiger Aufmerkſamkeit betrachtet wird, deutlich vorſtellet.

§. 640. Was aber die Winkel ſelbſt anlangt, ſo iſt der erſte derjenige, welchen der durch den Mittelpunct der Sonne gehende Stundenkreis mit dem Kreiſe ihrer Breite einſchlieſſet. Es iſt bereits gewieſen worden, wie dieſer Winkel zu berechnen ſey (619); denn wir brauchten ihn bey dem orthographiſchen Entwurfe ebenfals. Hier dienet er blos zur Beſtimmung eines andern Winkels. Iſt in der 123ſten Zeichnung *S* der Mittelpunct der Sonne, und *SN* der Anfang des Bogens, welcher von demſelben nach dem Pole des Gleichers lauft, *SE* aber

aber der Anfang desjenigen, der nach dem Pole der Ecliptic gehet; ſo iſt *NSE* der Winkel, von welchem hier die Rede iſt, welcher auch der Poſitionswinkel genennet wird. T.VIIII. F. 123.

§. 641. Der zweite Winkel iſt derjenige, welchen eben der durch *S* gehende Stundenkreis mit dem Verticalcirkel dieſes Puncts *S* einſchlieſſet. Dieſer Winkel *NSZ* iſt beſonders zu berechnen, wozu die Anweiſung in dem vorhergehenden (197) gegeben worden iſt. Es wird nehmlich dieſer Winkel von zwo Seiten eines Kugeldreyecks eingeſchloſſen, in welchem zwo andere Seiten, der Abſtand nehmlich des Zenits von dem Pole, und der Abſtand der Sonne von demſelben, bekant ſind, und der zwiſchen den Flächen dieſer Kreiſe enthaltene Winkel durch die Zeit gegeben wird. Wird nun der alſo gefundene Winkel *NSZ* an die gehörige Seite der *NS* geſetzt, ſo giebt ſich der Winkel *ESZ*, der eigentlich gebraucht wird, als die Summe oder der Unterſchied der beiden vorigen *NSE* und *NSZ*, und man ſiehet leicht, wie dieſer Winkel *ESZ* durch Grade und deren Theile auszudrucken ſey.

§. 642. Die durch *S* der *ES* perpendicular gezogene *AB* iſt der zunächſt an *S* liegende Theil der Ecliptic, deren Grade mit den Graden der Cirkel, zu welchen *SZ* und *SE* gehören, von einerley Gröſſe ſind; ſo daß, wenn nach Belieben eine Länge angenommen wird, welche den Grad oder die Minute eines dieſer Cirkel vorſtellen ſol, dieſelbe auch vor die übrigen gelten muß. Wenn alſo ſo viele ſolcher Minuten von *S* nach *C* getragen werden, als deren in der Breite eines himliſchen Körpers, welcher hier der Mond iſt, enthalten ſind, ſo fält der Ort dieſes Körpers würklich in die durch *C* der *AB* parallel gezogene *CL*; denn es wird geſetzt, daß die Länge deſſelben von der Länge des *S* ſo wenig verſchieden ſey, als dieſes würklich bey den Finſterniſſen ſtatt findet. Es iſt aber *CL* der Anfang eines Kreiſes, welcher an der Himmelskugel der Ecliptic parallel lieget, und folgends kleiner iſt als dieſe, und kürzere Grade hat. Wird alſo auch die Länge des Mondes aus *S* in *D* getragen, ſo darf man, wenn nunmehro der Ort des Mondes *L* auf das genauſte beſtimmet werden ſol, die *DL* der *SE* nicht eigentlich parallel machen. Man muß, wie bey der Verfertigung des Netzes zu einer Landkarte, ſprechen: wie der Radius zum Coſinus der Breite *SC*, ſo die Länge *SD* zu der *CL*, welche den Ort des Himmels, in welchem uns der

T.VIIII.F. 123. der Mond in dem Augenblicke erſcheinen würde, in welchem wir die Sonne in *S* ſehen, wenn wir unſer Auge in dem Mittelpuncte der Erde hätten, richtig angeben wird. Eben dieſe Vergröſſerung oder Verminderung der Grade und deren Theile iſt auch in andern ähnlichen Fällen nicht auſſer Acht zu laſſen.

§. 643. Nunmehr kan die Höhe des Mondes gefunden werden, oder vielmehr der Ueberſchuß der wahren Höhe deſſelben über die Höhe der Sonne, oder dieſer über jene. Es wird von *L* die *LF* der Verticallinie *ZS* perpendicular gezogen, ſo iſt *SF* der geſuchte Unterſchied der Höhen. Die *LF* ſelbſt aber iſt der Theil des um das Zenit als ſeinen Pol beſchriebenen Kreiſes, welcher zwiſchen den zween Vertikalcirkeln enthalten iſt, deren einer durch *S* und der andere durch *L* gehet. Dieſer um Z beſchriebene Kreis bekömt den Namen eines Almicantharat; und ſein Radius iſt der Sinus des Abſtandes des Mondes vom Zenit, oder der Coſinus ſeiner wahren Höhe, welche aus der Höhe der Sonne und aus dem Unterſchiede *SF* leicht zu rechnen iſt.

§. 644. Der durch *L* gehende Verticalcirkel ſchneidet von dem Horizonte das Azimut des Mondes ab, gleichwie der durch *S* gehende das Azimut der Sonne. Wird die Erde als völlig kugelrund angeſehen, ſo wird keines dieſer Azimute durch eine Parallaxe geändert; wil man aber auf die eigentliche Geſtalt der Erde Acht haben, ſo iſt zwar die Veränderung, welche dadurch in das Azimut der Sonne gebracht, ſo gering, daß ſie nicht in Betrachtung gezogen werden kan: die Parallaxe des Azimuts des Mondes aber kan bey einer Rechnung, die nach der äuſſerſten Strenge geſchehen ſol, nicht immer bei Seite geſezt werden. Weil *S* und folgends auch *SZ* dabei unverändert bleiben, ſo beſtehet die Würkung derſelben blos in einer Vergröſſerung oder Verkleinerung des Bogens *LF* und der übrigen, welche zwiſchen den durch *S* und *L* gehenden Vertikalcirkeln dem *LF* parallel liegen. Es iſt aber dieſe Veränderung des *LF* leicht genug zu finden. Wir haben in der Abhandlung der Parallaxen (309) geſehen, daß bei der daſelbſt angenommenen Bedeutung der Buchſtaben, ſich die Horizontparallaxe des Mondes *P* zu der Parallaxe des Azimuts verhalte, wie *ſin B* zu *ſin a. ſin* Z. Nun aber verhält ſich die Parallaxe des in dem Horizonte zu nehmenden Azimuts, zur Parallaxe des durch *L* gehenden Almicantharats, wie 1 : *ſin B*, weil *B* den Abſtand dieſes Punctes *L* von dem Zenit, oder die Ergänzung ſeiner

Höhe

Höhe bedeutet. Wird alſo dieſe letztere Parallaxe, um welche *LF* vermehret oder vermindert wird, *Q* genant, ſo entſtehet $1 : \sin a. \sin Z = P : Q$. Wir wollen ſetzen, daß vermittelſt dieſer Proportion die *Q* gefunden und dadurch die *FL* dergeſtalt gebeſſert worden ſey, daß nunmehro der durch *L* gehende Verticalcirkel derjenige iſt, in welchem dem in der Oberfläche der Erde angenommenen Beobachtungsplatze der Mond zu der beſtimten Zeit würklich erſcheinet. T.VIIII.F. 123.

§. 645. Nun wird auch die Parallaxe der Höhe der Sonne ſowol, als des Mondes geſucht, und jene von dieſer abgezogen. Der Unterſchied wird von *F* nach *G* getragen und dadurch das Punct *G* beſtimmet, durch welches *GH* der *FL* parallel gezogen werden muß, um auch den Theil des Almicantharats anzugeben, in welchen der Mond durch die Parallaxe der Höhe gebracht wird. Denn da dieſe Parallaxe nicht allein den Mond, ſondern auch die Sonne erniedriget, ſo kan dieſe an ihrer Stelle *S* gelaſſen werden, wenn der Mond um ſo viel weniger erniedriget wird, welches geſchiehet, wenn man *FG* dem Unterſchiede beider Parallaxen gleich machet. Wird nun *LH* der *FG* parallel gezogen, ſo iſt *H* der Ort, an welchem der Mond zu der angeſetzten Zeit von dem Beobachtungsplatze geſehen wird.

§. 646. Eigentlich iſt *GH* etwas gröſſer als *FL*, weil dieſe Bogen beide gleich viele Secunden halten, obwol der Radius zu *FL* kleiner iſt, als der zu *GH*. Es kan aber der Unterſchied ſelten etwas beträchtliches ausmachen, und endlich iſt dem *GH* ſeine wahre Gröſſe leicht zu geben. Denn es verhalten ſich die Bogen *FL*, *GH* wie die Halbmeſſer der Kreiſe, zu welchen ſie gehören: dieſe aber ſind, der Coſinus der wahren Höhe des Mondes, zu dem Bogen *FL*, und der Coſinus ſeiner ſcheinbaren, zum *GH*. Wird nun nach dieſem allen *SH* gezogen, ſo hat man alles, was zur Beſtimmung der Länge dieſer Linie, und der Gröſſe des Winkels *HSG* nöthig iſt. Jene *HS* iſt der Theil eines der gröſten Cirkel der Kugel, welche die ſcheinbare Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von dem Mittelpuncte der Sonne angiebt: der Winkel *HSG* aber wird von der Fläche dieſes Cirkels, und der durch den Mittelpunct der Sonne geleg-

T.VIIII.F. 123. ten Verticalfläche, eingeſchloſſen. Wird alſo um *S*, mit einer Oefnung die dem ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne gleich iſt, ein Cirkel beſchrieben, und um *H* ein anderer der auf eben die Art die ſcheinbare Gröſſe der Mondſcheibe zur Zeit der Finſterniß vorſtellet; ſo wird durch dieſe zween Kreiſe ſowol die Gröſſe und Geſtalt des von dem Monde bedeckten Theils der Sonnenſcheibe, als auch ſeine Lage in Abſicht auf die Verticalfläche, aufs genauſte vorgeſtellet.

§. 647. Es wäre überflüſſig noch etwas zur Erleuterung der Rechnung anzufügen, zu welcher dieſe Zeichnung Anweiſung giebt, da alle Linien und Winkel derſelben ſich in einerley beſtimten Ebene befinden. Die Gründe derſelben, welche voraus bekant ſeyn müſſen, ſind; der wahre Ort der Sonne und des Mondes in einem gewiſſen Zeitpuncte, welcher immer der Augenblick des wahren Neumondes ſeyn kan; und die ſtündliche Bewegung ſowol der Sonne in der Ecliptic, als auch des Mondes in die Länge und Breite. Denn hieraus können die Oerter dieſer beiden Lichter für einen jeden andern Zeitpunct, für welchen die Gröſſe der Finſterniß berechnet werden ſol, viel leichter gefunden werden, als wenn man die Rechnung von forne anfangen wolte. Der Ort der Sonne giebt ihre Abweichung von dem Gleicher, und ihre Entfernung von dem Pole, welche bekant ſeyn muß, um aus demſelben und den durch die Zeit, für welche gerechnet wird, angegebenen Stundenwinkel, die damalige Höhe der Sonne, ſamt ihrem Azimuth zu ſchlieſſen; wiewol das letztere nur in Graden bekant ſeyn darf. Aus eben den Gründen, und der bekanten Polhöhe, werden auch die Winkel *NSE*, *NSZ* berechnet, welche den *ESZ* geben. Und daß zur völligen Vollendung der Rechnung auch die Horizontparallaxe des Mondes, die ſcheinbare Gröſſe deſſelben in der Höhe, in welcher er ſich befindet, und die ſcheinbare Gröſſe der Sonne bekant ſeyn müſſe, iſt vor ſich klar.

§. 648. Es giebt aber alle dieſe weitläuftige Rechnung die Finſterniß nur für einen einzelnen Augenblick, und muß, wenn mit der äuſſerſten Strenge verfahren werden ſol, für einen jeden andern Zeitpunct wiederhohlet werden. Jedoch leidet dieſe Arbeit eine ſtarke Verminderung. Wenn wir erwegen, daß der Weg, auf welchen wir den Mond bey der Sonne vorbey gehen ſehen, von einem

einem Bogen eines der gröſten Cirkel der Himmelskugel, den wir für eine gerade linie annehmen können, gar wenig verſchieden ſey. Denn es iſt gezeiget worden, daß wir dieſen Weg als eine gerade Linie anſehen würden, wenn wir den Mond aus dem Mittelpuncte der Erde betrachten konten. Es iſt alſo blos der Parallaxe zuzuſchreiben, wenn er uns von unſerm Beobachtungsplatze anders erſcheinet. Nun kan man ſich Geſetze einbilden, nach welchen die Parallaxe zwar die Bahn, auf welcher der Mond bey der Sonne vorbeygehet, von der Lage, in welcher ſie dem Mittelpuncte der Sonne erſcheinet, abbringen, aber doch geradlinicht laſſen würde; und wenn dieſe Bahn des Mondes uns krumlinicht erſcheinet, ſo rühret dieſes von nichts andern her, als daß die würklichen Parallaxen von jenen blos in der Einbildung beſtehenden verſchieden ſind. Da aber überhaupt die Würkungen der Parallaxen eben nicht groß ſind, und indem der Mond ſeine Höhe über den Horizont ändert, langſam genug wachſen oder abnehmen: ſo kan auch die durch dieſelbe verurſachte ſcheinbare Krümmung der Bahn, auf welcher der Mond bey der Sonne vorbeygehet, ſo groß nicht ſeyn: und man kan ohne merklichen Fehler einen beträchtlichen Theil dieſer Bahn für geradlinicht halten. Aus eben dieſen Schlüſſen folget auch, daß die Bewegung des Mondes, mit welcher er in dieſer Bahn bey der Sonne vorbeygehet, beynahe gleichförmig ſey. T.VIIII. F. 123.

§. 648. Nun iſt, wenn *ES* in *I* verlängert wird, der Winkel *HSI* aus den bekanten Winkeln *HSG* und *GSI* = *ESZ* leicht zu haben, und die Ergänzung dieſes Winkels *HSB* iſt derjenige, welchen die *SH* mit der Ecliptic *AB* einſchlieſſet. Man kan alſo, vermittelſt dieſes Winkels und der bekanten *SH*, den Mittelpunct des Mondes *H*, auch in Abſicht auf die Ecliptic und des in derſelben angenommenen Orts der Sonne *S*, an die gehörige Stelle ſetzen, in welcher er nehmlich von dem angenommenen Beobachtungsplatze in dem Zeitpuncte erſcheinet, für welchen die Rechnung gelten ſol: und wenn dieſe Rechnung auch für einen andern Zeitpunct durchgeführet wird, welcher von dem vorigen nicht viel über eine halbe oder ganze Stunde entfernet iſt; ſo wird für dieſen letztern Zeitpunct der ſcheinbare Ort des Mondes, in Abſicht auf die nehmliche *AB*, und des in derſelben angenommenen unveränderlichen Puncts *S*, auf eben die Art beſtimmet. Iſt nun *K* (*T. VIIII. Fig.* 124.) dieſer letztere Ort, und man ziehet durch denſelben T. VIIII. F. 124.

T. VIIII. F. 124. und den zuerſt bemerkten *H* die gerade Linie *HK*: ſo iſt dieſe *HK* ſehr genau der ſcheinbare Weg, welchen der Mond in dem Zeitraume, bey deſſen Anfang er ſich bey *H*, am Ende aber bey *K* befunden, bey der Sonne vorbey genommen hat: und man kan, da die Bewegung des Mondes in dieſer Linie *HK* beynahe gleichförmig iſt, gar leicht den Ort des Mittelpuncts des Mondes für einen jeden andern Zeitpunct, der zwiſchen die zween angenommene fält, oder ſonſt von einem derſelben nicht alzuweit entfernet iſt, mit einer hinlänglichen Zuverläſſigkeit beſtimmen: und hinwiederum, wenn ein Punct der Linie *HK* gegeben wird, den Zeitpunct berechnen, in welchem ſich der Mittelpunct des Mondes bey demſelben befindet.

§. 650. Der Zeitpunct, in welchem der Mittelpunct des Mondes bey *I* erſcheinet, alwo deſſen Bahn *HK* von der verlängerten *ES* geſchnitten wird, iſt der Augenblick der ſcheinbaren Zuſammenkunft des Mondes mit der Sonne, weil *ESI* ein Theil des durch den Mittelpunct der Sonne gelegten Cirkels der Breite iſt. Wird aber durch *S* die *SM* eben der *HK* perpendicular gemacht, ſo iſt der Mittelpunct des Mondes, wenn er ſich bey *M* befindet, am wenigſten von dem Mittelpuncte der Sonne *S* entfernet, und die Sonne erſcheinet von dem Monde am meiſten bedecket. Die übrige Geſtalt und Gröſſe der Finſterniß aber wird für jedes Punct der *HK* und den dazu gehörigen Zeitpunct gefunden, wenn man um *S* mit einer Oefnung, die dem ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne gleich iſt, einen Cirkel beſchreibt; und um den in *HK* gegebenen Punct, ſo *M* ſeyn mag, einen andern, welcher die Scheibe des Mondes in der Gröſſe vorſtellet, in welcher ſie dem Beobachtungsplatze in dem zu der Stelle *M* gehörigen Zeitpunct erſcheinet. Wil man nun auch die Verticallinie *ZSG* ziehen, indem man den gleich Anfangs gefundenen Winkel gehörig anſetzet, ſo bekomt man auch die Lage des bedeckten oder unbedeckten Theils der Sonne, in Abſicht auf die durch dieſelbe gelegte Verticalfläche und den Horizont.

Vom Nutzen einer genau berechneten Sonnenfinſterniß.

§. 651. Alles dieſes wird genauer herausgebracht, wenn drey oder vier dergleichen Puncte gefunden werden, als *H* und *K* waren: weil die

gebrochene Linie, welche jedes dieſer Puncte mit dem ihm zunächſt liegenden *T. VIIII. F.* vereiniget, von der Bahn, auf welcher der Mond zur Zeit der Finſterniß bey 124. der Sonne vorbey zu gehen ſcheinet, nothwendig viel weniger abweichen muß, als die nur durch zween ſolche Puncte gezogene beiderſeits verlängerte *HK*. Bey aller dieſer Vorſicht, und wenn bey der Rechnung alle mögliche Sorgfalt gebraucht wird, kan eine Sonnenfinſterniß, für jeden Ort des Erdbodens, von welchem ſie geſehen wird, ſo genau angegeben werden, als dieſes die Tafeln leiſten können, die doch immer ihre Fehler haben. Es können aber auch, vermittelſt einer genau berechneten Sonnenfinſterniß, wenn ſie mit der würklichen Beobachtung zuſammen gehalten wird, die Fehler der Tafeln verbeſſert werden. Sonſt aber iſt ein wichtiger Nutzen, welcher aus einer richtig beobachteten Sonnenfinſterniß gezogen werden kan, die Länge des Orts, an welchem die Finſterniß beobachtet worden iſt.

§. 652. Und zwar iſt zur Beſtimmung dieſer Länge der natürlichſte Weg, aus zween Zeitpuncten, in welchen die Grösſe der Finſterniß mit einer hinlänglichen Zuverläßigkeit beobachtet worden iſt, den Augenblick des wahren Neumondes zu ſchlieſſen, und es ſind dazu überhaupt diejenigen Zeitpuncte die bequemſten, mit deren erſten die Finſterniß angefangen, mit dem letzten aber ſich geendiget hat. Denn da der Augenblick des Neumondes, das iſt, der Zeitpunct in welchem ſich die wahre Zuſammenkunft des Mondes mit der Sonne ereignet, und dieſe beiden Lichter einerley Länge haben, überal eben derſelbe iſt; ſo kan aus dem Unterſchiede der Uhren zweener Oerter des Erdbodens, von welchen der Neumond nach dieſen Uhren beobachtet worden iſt, der Unterſchied der Längen derſelben Oerter allerdings geſchloſſen werden. Da aber auch andere Bedeckungen, welche der Mond an dem Himmel verurſachet, zu eben den Zweck führen können, von welchen in dem folgenden Abſchnitte gehandelt werden ſol: ſo wird eine volſtändige Anweiſung dazu beſſer bis dahin verſparet.

§. 653. Nur müſſen wir zu einer Vorbereitung dazu hier noch anmerken, daß aus dem durch die erklärte Rechnung beſtimten ſcheinbaren Orte

T. VIIII. F. 123. des Mondes *H* (*T. VIIII. Fig.* 123.) geſchloſſen werden könne, um wieviel ſowol ſeine Länge als ſeine Breite durch die Parallaxe verändert worden ſey. Denn wenn *HI* der verlängerten *ES* perpendicular, und folgends der Ecliptic *AB* parallel gemacht wird: ſo iſt *SI* die ſcheinbare Breite des Mondes, welche zu ſeiner wahren Breite *SC* hinzugeſetzt, oder, wenn ſich der Fal ereignet, davon abgezogen, *CI*, und mit derſelben die ganze von der Parallaxe herrührende Veränderung der Breite angeben wird. *HI* ſelbſt aber iſt die von der Sonne an gerechnete ſcheinbare Länge des Mondes, indem *CL* die wahre Länge deſſelben vorſtellet. Es wird alſo hieraus die Veränderung, welche die Parallaxe in die Länge des Mondes gebracht hat, eben ſo gefunden: und die Zeichnung kan dabey, ſo wie oben, zu einer Richtſchnur dienen. Die dergeſtalt oder auf eine andere Art gefundene Parallaxen der Länge und Breite des Mondes, werden in dem nachfolgenden, für jeden angenommenen Zeitpunct, als bekant vorausgeſetzt.

Der

Der

Aſtronomiſchen Vorleſungen

eilfter Abſchnitt.

Von Bedeckungen, die keine eigentliche Finſterniß geben.

Umſtände, bey welchen ein himliſcher Körper von dem Monde bedecket wird.

§. 654.

Da der Mond der Erde ſo nahe iſt, als wir (530) geſehen haben, ſo kan er uns überhaupt einen jeden Körper bedecken, welchen wir an dem Sternhimmel ſehen, deſſen Breite zu der Zeit nicht viel gröſſer iſt, als $6\frac{1}{2}$ Grad. Denn der Mittelpunct des Mondes entfernt ſich von der Ecliptic nie vielmehr als um $5\frac{1}{4}$ Grade, und ſein ſcheinbarer Halbmeſſer iſt ſelten gröſſer als 16 Minuten. Hiezu komt die Parallaxe, welche den Mond an der Südſeite der Ecliptic eben ſowol von dieſer entfernen kan, als er ihn an der Nordſeite derſelben nähert. Wird nun dieſe höchſtens auf einen Grad geſetzt, ſo giebt alles zuſammen ohngefehr die angezeigte Gröſſe von $6\frac{1}{2}$ Graden. Es iſt von der ſcheinbaren Abweichung des Mondes und des äuſſerſten Randes deſſelben die Rede, nicht von der wahren, welche ein in den Mittelpunct der Erde geſetztes Auge demſelben zuſchreiben würde: denn der ſcheinbare Ort des Mondes an dem Sternhimmel, in welchen die Parallaxe einen ſehr ſtarken Einfluß hat, iſt der Grund der Bedeckung; und nicht alle Bewohner der Erde ſehen eben den Fixſtern, oder eben den Planeten, von dem Monde zu gleicher Zeit, oder gleich ſtark, bedecket.

T.VIIII. F. 123. §. 655. Die Zeit, in welcher eine dergleichen Bedeckung zu vermuthen iſt, wird am beſten aus der für jeden Tag des Jahres berechneten ſcheinbaren Länge und Breite des Mondes geſchloſſen, wenn man dieſe mit der Länge und Breite zuſammen hält, in welcher der zu bedeckende Körper an eben dem Orte des Erdbodens erſcheinet. Denn wenn die beiden Körper ſich bey einerley Länge an eben der Seite der Ecliptic befinden, ſo kan keine Bedeckung erfolgen, wenn nicht der Unterſchied ihrer ſcheinbaren Breiten kleiner iſt, als die Summe der Winkel, in welchen die halben Durchmeſſer dieſer Körper zu der Zeit geſehen werden; oder ſie kan wenigſtens kaum beträchtlich ſeyn. Liegt aber einer dieſer Körper an der nordlichen Seite der Ecliptic, und der andere an der ſüdlichen; ſo muß die Summe ihrer ſcheinbaren Breiten kleiner ſeyn als die Summe jener Winkel. Es wird bey der hierauf gegründeten Ermeſſung der Wahrſcheinlichkeit einer ſolchen Bedeckung anfänglich nicht alles ſo genau genommen. Oefters iſt eine ziemlich grobe Rechnung hinlänglich, ob bey einer gewiſſen Zuſammenkunft des Mondes mit einem Planeten oder Fixſterne, dieſer von jenem bedeckt werden müſſe, nicht nur zu einer ſtarken Wahrſcheinlichkeit, ſondern auch zu einer völligen Gewißheit zu bringen.

§. 656. Iſt nun eine Bedeckung zu vermuthen, und es ſol ausgemacht werden, ob und mit welchen beſondern Umſtänden ſich dieſelbe zutragen werde, ſo kan dabey eben ſo verfahren werden, wie bey einer Sonnenfinſterniß. Nachdem der Zeitpunct der Zuſammenkunft des Mondes mit dem Fixſterne oder Planeten, welchen er bedecken ſol, beynahe entdeckt worden iſt, ſo wird für einen andern Zeitpunct, welcher ohngefehr eine Stunde vor jenen vorhergehet, der Ort des Mondes an welchem er dem Beobachtungsplatze erſcheinet, nach ſeiner Länge und Breite berechnet; und eben ſo genau wird auch für eben den Zeitpunct die ſcheinbare Länge und Breite des Fixſtern oder Planeten ausgemacht. Für einen Zeitpunct, welcher eine Stunde oder etwas dergleichen auf die Zeit der Zuſammenkunft folgt, geſchiehet eben dieſes, ſowol mit dem Monde, als auch mit dem Körper welchen er bedecken ſol. Wir wollen jenen Zeitpunct, welcher vor der Zuſammenkunft vorhergehet, den erſten, dieſer aber, welcher darauf folget, den zweiten nennen. Es iſt, nachdem die ſcheinbaren Längen beyder Körper für dieſe Zeitpuncte entdeckt worden, leicht, für jeden derſelben auch den Unterſchied der Längen, wie auch

den

den Unterſchied oder die Summe der Breiten zu finden, wodurch ausgemacht wird, um wieviele Minuten und deren Theile der Mittelpunct des Mondes, von dem Mittelpuncte des zu bedeckenden Körpers, ſowol nach der Länge, als auch nach der Breite in beiden Zeitpuncten entfernet ſey. T. VIIII. F. 123.

Entwurf einer ſolchen Bedeckung.

§. 657. Stellet nun wieder *EI* (*T. VIIII. Fig.* 125.) einen Theil eines Breitenkreiſes vor, und in demſelben *S* den Mittelpunct des zu bedeckenden Körpers, durch welchen die Linie *AB* der *EI* perpendicular gehet: ſo iſt dieſe *AB* zwar nicht immer ein Theil der Ecliptic, aber wol derſelben parallel, und kan zur Beſtimmung eines geringen Unterſchiedes der Längen eben ſo gut gebraucht werden, als die Ecliptic ſelbſt, wenn man ſich nur in dem Falle, da *S* auſſer der Ecliptic lieget, erinnert, daß die Grade und Minuten des Cirkels, zu welchen *AB* gehöret, nothwendig kleiner ſind als die Grade und Minuten des *EI*, welcher einer der gröſten Cirkel der Kugel iſt: indem ein Grad des Kreiſes *EI* zu einem Grade des *AB* ſich wie der Radius zum Coſinus der Breite verhält, in welcher der Körper *S* von dem Beobachtungsplatze geſehen wird, und eben dieſe Verhältniß auch bey den Minuten und Secunden dieſer Kreiſe ſtatt findet. Denn wenn man ſich vorſtellet, daß auf *EI* von dem Puncte *S* an, nach beiden Seiten gleiche Theile von einer beliebigen Gröſſe getragen ſind, welche die Minuten, und Secunden der groſſen Cirkel der Kugel vorſtellen, und auf die *AB* von eben dem Puncte *S* an andere, welche zu dem vorigen die angezeigte Verhältniß des Coſinus der Breite des *S* zum Radius haben: und man giebt der *SC* ſo viele dieſer letztern Theile, als viele Minuten und Secunden den Unterſchied der Länge des Mondes und des zu bedeckenden Körpers *S* in dem erſten Zeitpuncte ausmachen, der *SF* aber ſo viele Theile der *EI*, um wie viele Minuten und Secunden der Mond, von dem Körper *S* der Breite nach entfernet ſcheinet: ſo wird vermittelſt des Rechtecks *CF*, der Ort *H*, welchen der Mittelpunct des Mondes in dieſem erſten Zeitpuncte einnimmt, in Abſicht auf die Theile der Kreiſe *AB*, *EI*, und den Körper *S*, genau genug beſtimmet. Auf eben die Art kan auch *K*, der Ort des Mondes für den zweiten Zeitpunct, gefunden werden, indem man nehmlich, nach der angezeigten Weiſe, den Unterſchied der Längen durch T. VIIII. F. 125.

T. VIIII. F. 125. *SD*, den Abſtand des Mondes von dem Körper *S* in Abſicht auf die Breite aber durch *SG* vorſtellet, und das Rechteck *DG* vollendet. Alsdenn iſt es leicht den Weg *HK* zu zeichnen, auf welchem der Mittelpunct des Mondes bey dem Körper *S* vorbey gehet, wenn man dieſen als eine gerade Linie betrachtet, welches mit kaum merklichen Fehlern allerdings geſchehen kan: und wenn man wil, ſo kan man den Theil dieſes Weges *HK* in ſo viele gleiche Theile theilen, als viele Zeitminuten zwiſchen dem erſten und dem zweiten der angenommenen Zeitpuncte verflieſſen, und ſich dadurch in den Stand ſetzen, den Ort des Mondes, zu jeder andern von dem Augenblicke ſeiner Zuſammenkunft mit dem Körper *S* nicht alzu ſehr entfernten Zeit, ohne weitere Mühe anzugeben.

§. 658. Wird nun der Mittelpunct des Mondes zum Beyſpiel in *L* geſetzt, alwo ſeine Entfernung von *S* die kleinſte unter allen iſt, und um dieſen Punct *L* ein Cirkel beſchrieben, welcher den Mond in der Gröſſe vorſtellet, in welcher er dem Beobachtungsplatze zu der Zeit erſcheinet; ſo wird der Ort des Körpers *S* unter der Scheibe des Mondes, an welchem man ihn von dannen ſehen würde, wenn der Mond durchſichtig wäre, richtig angegeben. Auf eben die Art kan auch mit einem jeden andern Puncte der Bahn *HLK* verfahren werden, in welchem ſich der Mittelpunct des Mondes zu der darneben angezeichneten oder ſonſt leicht anzugebenden Zeit befindet. Denn obwol weder die gerade Linie *HK* völlig mit der Bahn übereinkömt, auf welcher der Mittelpunct des Mondes zur Zeit der Bedeckung fortzurücken ſcheinet, wenn der Körper *S* als unbeweglich betrachtet wird; noch auch der ſcheinbare Durchmeſſer des Mondes dieſe ganze Zeitlang, in welcher in der Entfernung dieſes Körpers von dem Beobachtungsplatze eine beſtändige Veränderung vorgehet, eben die Gröſſe behalten kan; ſo ſind doch dieſe kleinen Abweichungen in einer Zeichnung von gewöhnlicher Gröſſe ſchwerlich zu merken, und der Zweck erfodert eine genaue Rechnung, in welcher die daher entſtehenden Fehler vermieden würden, keinesweges. Wird alſo die in der zuerſt beſtimten Gröſſe gezeichnete Mondſcheibe, da man nehmlich dem Halbmeſſer derſelben ſo viele Theile der *EI* gegeben hat, als viele Minuten und Secunden in dem Winkel enthalten ſind, in welchem der halbe Durchmeſſer des Mondes zur Zeit ſeiner geringſten Entfernung von dem Körper *S* dem Beobachtungsplatze erſcheinet: wird ſage ich der Mittelpunct der in dieſer Gröſſe ge-

zeichne-

zeichneten Mondſcheibe auf der geraden Linie *HLK* von *H* nach *L* fortgeſchoben, T. VIIII. F. 125.
ſo zeigen ſich nach und nach alle Umſtände der Bedeckung mit den dazu gehörigen Zeiten. Wenn bey dieſer Bewegung die Scheibe nicht gedrehet wird, ſo fält der Mittelpunct des Körpers *S* immer in die gerade Linie *MN*, welche durch den Ort, in welchem es in der Zeichnung erſcheinet, der *HK* parallel lauft, und wird durch jene Bewegung ſo ſehr von dem Rande der Scheibe *M* nach *N* entfernet, als der Mittelpunct der Scheibe von *H* nach *K* fortrücket. Die Erſcheinungen würden, wie dieſes bey allen relativen Bewegungen ſtatt hat, eben dieſelben ſeyn, wenn ſich der Körper *S* würklich auf der Linie *MN* dergeſtalt bewegte, indem die Mondſcheibe ohne Bewegung an ihrem Orte verharrte, und man kan ſich dieſes Begrifs bedienen, einige bey der Bedeckung vorfallende Umſtände noch etwas leichter zu entdecken, und dieſelbe in einer Zeichnung vorzuſtellen.

§. 659. Uebrigens wird, für die zween zu erſt angenommene Zeitpuncte, die Entfernung des Mondes von dem Körper, welchen er bedecken ſol, auf eben die Art gefunden, die oben vermittelſt der 123ſten Zeichnung erleutert worden iſt, da der zu bedeckende Körper die Sonne, und der wahre Ort derſelben *S* war, welcher immer ſelbſt in die Ecliptic fält. Das einige macht hier, da nicht die Sonne, ſondern ein Planet oder Fixſtern bedecket wird, einen Unterſchied, daß der wahre Ort derſelben *S* gemeiniglich eine Breite hat, welche ſowol ſüdlich als nördlich ſeyn kan. Dadurch werden nicht nur die Grade des durch dieſen Ort *S* der Ecliptic parallel beſchriebenen Kreiſes *AB* kleiner, als die Grade eines groſſen Cirkels der Kugel *EI* oder *ZG*; ſondern es iſt auch bey der Entdeckung des Winkels *NSE* etwas anderſt zu verfahren. Dieſer wird von den beiden kaum gekrümten Bogen *SN* und *SE* eingeſchloſſen, deren einer *SN* von *S* nach dem Pole des Gleichers, der andere *SE* oder nach dem Pole der Ecliptic lauft. Wenn aber in der 126ſten Zeichnung *PQR* den Colur der Sonnenwenden vor- T. VIIII. F. 126.
ſtellet, und in demſelben *P* den Pol des Gleichers, und *Q* den Pol der Ecliptic, nach welchem von dem Puncte der Oberfläche der Kugel *S* die Bogen *SP* und *SQ* laufen, ſo iſt der Winkel *PQS* aus der Länge des Puncts *S* leicht zu ſchlieſſen, *QS* aber iſt die Ergänzung der Breite des Puncts *S*, und *PQ* gleich der Neigung der Fläche der Ecliptic gegen die Fläche des Gleichers. Es kan alſo der Winkel *S* aus den zwo bekanten Seiten *PQ*, *QS*, ſamt den

T. VIIII. F. 126. dazwiſchen liegenden Winkel PQS geſchloſſen werden. Und wenn der Abſtand des Puncts S von dem Pole P ebenfals verlangt wird, ſo iſt derſelbe aus eben den in dem Dreyecke PSQ bekanten Dingen zu entdecken, und noch leichter, wenn man den gefundenen Winkel S zu Hülfe nimt.

§. 660. Der Winkel NSZ (*Fig.* 123.) welchen der von S nach dem Pole N laufende Stundenkreis mit dem Theile des Verticalcirkels SZ einſchlieſſet, wird auf eben die Art gefunden. Denn wenn nunmehro in der 126ſten Zeichnung PQR den Mittagskreis, und Q das Zenit vorſtellet, indem die übrigen Benennungen die vorigen bleiben, ſo wird der Winkel SPQ durch den Zeitpunct gegeben, in welchem der zu bedeckende Körper aus dem Mittelpuncte der Erde bey S geſehen wird: PS iſt die Entfernung deſſelben von dem Pole, und PQ die Entfernung des Pols vom Zenit des Beobachtungsplatzes, welche Bogen beide bekant ſind. Was aber die Grade des in der 125ſten Zeichnung der Ecliptic parallel liegenden Bogens AB anlangt, ſo iſt, wenn die Breite des Puncts S $6\frac{1}{2}$ Grade beträgt, der Coſinus derſelben 0,99357, welcher von dem Radius $= 1$ abgezogen, nicht mehr als 0,00643 übrig läßt. Da alſo bey dieſer Breite ein Grad des Bogens AB zu einem Grade des EI ſich wie der angegebene Coſinus zu dem Radius verhält, ſo iſt jener Grad nur um 0,00643 kleiner als dieſer letztere, welche Zahl der Theile noch nicht 24 Secunden auf deſſelben ausmachet: woraus ohngefehr auf die Verminderung der Grade anderer ſolcher Bogen zu ſchlieſſen iſt, die der Ecliptic näher ſind. Wenn überhaupt c der Coſinus der Breite des Puncts S bedeutet, und P iſt ein Grad, eine Minute oder eine Secunde eines der gröſten Cirkel der Kugel IE; p aber ein Theil von eben der Benennung des kleinern AB: ſo iſt $1 : c = P : p$, und alſo $p = c. P$. Wird nun von einem dieſer Kreiſe IE ein Bogen von beliebiger Gröſſe abgeſchnitten, welcher aus der Zahl N ſeiner Theile P beſtehet, und zugleich die Zahl n der Theile des Kreiſes AB enthält: ſo iſt $N. P = n. p$. Wil aber $p = c. P$, ſo entſtehet hieraus $N. P = n. c. P$, das iſt $N = n. c$, und $n = \frac{N}{c}$; welche kurze Vorſchrift immer dienen kan, die Zahl der Grade Minuten und Secunden eines Theils der AB zu finden, wenn die Zahl N der Grade, Minuten und Secunden der EI bekant iſt, welche die Gröſſe dieſes Theils ausmachen, und umgekehrt.

Län-

Längen der Oerter des Erdbodens, aus den Bedeckungen.

§. 661. Nunmehro iſt deutlich einzuſehen, wie vermittelſt einer Bedeckung der Sonne, eines Fixſterns oder Planeten, durch den Mond, die Länge des Orts des Erdbodens, an welchem dieſe Bedeckung genau beobachtet worden iſt, gefunden werde: wiewol die Bedeckungen der Planeten ſelten dazu gebraucht werden. Die Tafeln, welche die Stellen der himliſchen Körper, die ihre beſondere Bewegung haben, für jeden Zeitpunct angeben, ſind nicht ganz ohne Fehler, vornehmlich die Tafeln des Mondes. Man iſt aber auch noch andern Fehlern ausgeſezt, wenn man dieſe Stellen für einen Ort berechnen wil, deſſen Länge nicht genau bekant iſt. In den Tafeln werden dieſe Stellen nach der Uhr eines gewiſſen Orts angegeben: ein Beobachter aber, welcher ſich auſſer dem Mittagskreiſe dieſes Orts aufhält, richtet ſich nach der Uhr ſeines eigenen Orts, welche von jener verſchieden iſt. Er muß alſo, wenn er die Erſcheinungen für ſeinen Ort aus den Tafeln berechnen wil, auf den Unterſchied der beiden Uhren Acht haben, welcher ihm nicht bekant ſeyn kan, ſo lang er den Unterſchied der Längen der Oerter, welchen dieſe Uhren dienen, nicht genau anzugeben weiß. Es bleibt ihm alſo vors erſte nichts übrig, als daß er, vermittelſt der Landkarten oder anderer gröberer Hülfsmittel, die Länge ſeines Orts ſo gut zu erforſchen ſuche, als ſie dieſe Mittel geben, wobey zwar die alzugroſſen, keineswegs aber kleinere Fehler vermieden werden können. Gleichwie aber dieſe Fehler blos auf die Zeit ankommen, und alle Erſcheinungen einer gewiſſen Art, welche die Tafeln angeben, eine bald längere bald kürzere Zeit lang, in die von den Tafeln angeſezten Zeitpuncte fallen werden, wenn man nur für einen dieſer Zeitpuncte den Zeiger der Uhr verſezet: eben alſo können auch alle übrige Fehler der Tafeln, welche gewiſſe Erſcheinungen an gewiſſe Zeiten binden, dadurch gebeſſert werden, daß man jede dieſer Zeiten um einerley Zahl von Minuten und Secunden gröſſer oder kleiner macht. Wenigſtens wird die dergeſtalt gebeſſerte Tafel eine Zeitlang brauchbar, ob ſie wol nach derſelben nach und nach mehr von der Wahrheit abweichen mag: ſie müſte ſehr unrichtig ſeyn, wenn ſie nicht wenigſtens ſo weit mit dem Himmel zutreffen ſolte. T.VIIII.F. 126.

T.VIIII.F. 126. §. 662. Iſt nun ſowol der Anfang als auch das Ende der Bedeckung eines himliſchen Körpers durch den Mond an einem gewiſſen Orte des Erdbodens genau angemerket worden; und man wil ſich in den Stand ſetzen die Länge dieſes Orts mit der Länge eines andern, an welchem eben die Beobachtung gemacht worden iſt, gehörig zu vergleichen: ſo darf man nur nach der Uhr jenes Beobachtungsplatzes den Zeitpunct der wahren Zuſammenkunft des Mondes mit dem bedeckten Körper ausmachen, welcher an ſich überal eben derſelbe iſt, und nur von den Uhren verſchiedener Oerter in verſchiedene Stunden des Tages geſetzt wird. Dieſes aber geſchiehet vermittelſt der 127ſten Zeichnung, auf welche auch die Rechnung gegründet werden kan, welche die Mängel derſelben erſetzet.

T. VIIII.F. 127.

§. 663. Es bedeute in derſelben wieder *EI* einen geringen Theil eines Cirkels der Breite, und es ſey in dieſem *S* dasjenige Punct, in welches die Tafeln den Mittelpunct des bedeckten Körpers, zur Zeit ſeiner ſcheinbaren Zuſammenkunft mit dem Monde ſetzen, oder eigentlich dasjenige, in welchem er in dieſem Zeitpuncte von dem Beobachtungsplatze geſehen wird. Die durch *S* gezogene *AB*, welche die *EI* rechtwinklicht durchſchneidet, wird einen Theil der Ecliptic oder des Umkreiſes eines derſelben parallel liegenden Cirkels vorſtellen. Auf die *SI* trage man, von dem Puncte *S* an, gleiche Theile von einer ſchicklichen Gröſſe, welche die Minuten der Breiten vorſtellen ſollen, oder verfertige einen Maasſtab, aus welchem man dieſe Theile, und wenn es ſich wil thun laſſen, noch kleinere für die Secunden, nehmen kan. Aus dieſen Theilen berechne man (660) die Gröſſe derjenigen welche die Minuten der Länge auf dem Bogen *AB* vorſtellen, aus der vermittelſt der Tafeln berechneten Breite des Puncts *S*, und verfertige einen andern Maasſtab zu dieſen Längen, welcher auch dienen wird nicht alzugroſſe Längen aller übrigen Puncte des Himmels anzugeben, deren Breiten von der Breite des Puncts *S* weniger als um einen Grad verſchieden ſind. Da nun der erſte Anfang der Bedeckung aus der Beobachtung bekant iſt, ſo berechne man für dieſen Zeitpunct den ſcheinbaren Abſtand des Mittelpuncts des Mondes von dem Mittelpuncte des bedeckten Körpers, in Anſehung der Länge und der Breite, und trage den Unterſchied der Längen aus *S* in *A*, den Unterſchied oder die Summe der Breiten aber aus *A* in *H*, jedes aus dem dazu verfertigten Maasſtabe. Eben ſo verfahre man auch mit der ſcheinbaren Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von dem Mittelpuncte des bedeckten Körpers am Ende

der

der Bedeckung, welche, mit Zuziehung der Parallaxen, ebenfals aus den Tafeln berechnet werden muß, und trage den Unterſchied der Längen aus *S* in *B*, den Unterſchied oder die Summe der Breiten aber aus *B* in *K*, ſo daß *AH* und *BK* der *EI* parallel werden. Man ziehe *HK*, welche den Weg, auf dem der Mittelpunct des Mondes bey dem Mittelpuncte des bedeckten Körpers vorbeygehet, nach allen Umſtänden auch in dem Falle richtig genug vorſtellen wird, wenn *S* unrichtig angeſetzt iſt, und ſich die Entfernungen *SA*, *SB* ſamt den übrigen nicht zu den Zeitpuncten ſchicken, welche die Uhr als den Anfang und das Ende der Bedeckung angab: weil nehmlich das in der Rechnung angenommene von der Wahrheit abweichet, und alſo die dadurch entdeckten Entfernungen zu andern Zeitpuncten gehören. T. VIIII. F. 127.

§. 664. Nun iſt beym Anfange der Bedeckung der Mittelpunct des Mondes von dem Mittelpuncte des bedeckten Körpers um die Summe der Winkel entfernet: in welchen die Halbmeſſer dieſer zween Körper zu der Zeit von dem Beobachtungsplatze geſehen werden; und bey dem Ende der Bedeckung iſt es eben ſo, obwol die letztere Summe der erſten kaum jemals völlig gleich iſt. Die Maaſſe dieſer Winkel ſind Theile des Umkreiſes eines der gröſten Cirkel der Kugel. Wird alſo jede dieſer Summen beſonders gefunden, und ſodann auf *HK* ein Dreyeck *HRK* geſetzt, deſſen Seite *HR* ſo viele Theile der *EI* hat, als viele Minuten und Secunden das Maas der erſtern Summe ausmachen; *KR* aber ſo viele, als viele Minuten und Secunden in der letztern enthalten ſind: ſo iſt *R* der eigentliche Ort, an welchen der Mittelpunct des bedeckten Körpers geſetzt, und, ſo lang die Bedeckung währet, unbeweglich erhalten werden muß, nachdem die gebrauchten Schlüſſe die ganze relative Bewegung dem Monde zugeeignet haben. Wird alſo *RT* der *EI* parallel gezogen, und nach Nothdurft verlängert, ſo ereignet ſich die ſcheinbare Zuſammenkunft der beiden Körper nicht in der durch *S* gezogenen *EI*, ſondern in dieſer *RT*; und *TS* enthält ſo viele Theile des für die Längen verfertigten Maaſſtabes, als viele Minuten und Secunden in dem Bogen der Ecliptic enthalten ſind, um welchen die Tafeln die Länge des Orts der ſcheinbaren Zuſammenkunft zu klein oder zu groß anſetzen.

§. 665.

T.VIIII.F. 127. §. 665. Nun verändert aber die Parallaxe, welche die ſcheinbare Länge des Mondes gröſſer oder kleiner macht als die wahre, überhaupt die Länge ſehr wenig, und wegen der geringen Entfernung des *EI* von dem *TR* in einem dieſer Bogen eben ſo ſehr als in dem andern. Demnach iſt *TS* auch der Unterſchied der wahren Längen, welche man derjenigen, in welcher die Tafeln die Zuſammenkunft angeben, zuſetzen oder davon abziehen muß, um die wahre Länge des Mondes und des bedeckten Körpers, zur Zeit ihrer Zuſammenkunft zu erhalten. Wenn demnach auch die Zeit berechnet wird, in welcher der Mond mit ſeiner wahren Bewegung, mit welcher er zur Zeit der Bedeckung in ſeiner Bahn fortgehet, ſeine wahre Länge um ſo viele Minuten und Secunden verändert, als deren in der *ST* enthalten ſind: ſo iſt dieſe Zeit diejenige, um welche die Tafeln die Zuſammenkunft zu früh oder zu ſpät anſetzen, und es kan die wahre Zeit der Zuſammenkunft daraus leicht geſchloſſen werden.

§. 666. Wenn durch das Punct *R* die Linie *MN* der *AB* parallel gezogen wird, ſo wird ſogleich ſichtlich, daß in dem erſten Augenblicke der Bedeckung die ſcheinbare Entfernung des Mondes von dem bedeckten Köper in Abſicht auf die Breite, nicht *AH*, ſondern *MH* geweſen ſey, und in dem Augenblicke der Entdeckung nicht *BK* ſondern *NK*. Dieſes kan zu einer andern Verbeſſerung der Tafeln dienen, wenn die dergeſtalt entdeckten ſcheinbaren Breiten mit denjenigen verglichen werden, welche die Tafeln für eben die Zeitpuncte angeben. Es ſind aber die Rechnungen, welche man vornehmen muß, alles was hier erfodert wird mit völliger Strenge herauszubringen, ſehr weitläuftig und mühſam, weswegen auch bey den Bedeckungen gemeiniglich nur der orthographiſche Entwurf gebraucht wird, welcher bey den Sonnenfinſterniſſen ſo groſſe Dienſte leiſtete.

Orthographiſcher Entwurf einer Bedeckung.

§. 667. Die Vorſtellung der Erdſcheibe, welche ein in den bedeckten Körper geſetztes Auge ſehen würde, wird zu dem Ende eben ſo verfertiget, wie bey dem Falle geſchehen iſt, da der bedeckte Körper die Sonne war. Es bekömt nehmlich der Cirkel, welcher dieſe Scheibe vorſtellen ſol, ſo viele Minuten und Secunden von einer nach Belieben angenommenen Gröſſe, als viele Minuten

nuten und Secunden der Winkel hält, in welchem zur Zeit der Bedeckung der Halbmeſſer der Erde einem Auge erſcheinen würde, ſo eben ſo weit von dem Mittelpuncte derſelben entfernet wäre, als der Mond von demſelben abſtehet. In dieſem (*T. VIIII. Fig.* 128.) um den Mittelpunct *S* beſchriebenen Cirkel, von welchem aber gar ſelten mehr als die Hälfte *ANB* gebraucht wird, iſt *SN* der Entwurf des Mittagskreiſes der Erde, deſſen Fläche durch den bedeckten Körper mitten hindurchgehet, und wenn dieſer Körper ein Fixſtern iſt, ſeiner Natur nach unverändert bleibt. Iſt aber der bedeckte Körper ein Planet, ſo wird die angezeigte Fläche, und mit derſelben die *SN*, dadurch unbeweglich gemacht, daß man, wie bey der Sonne geſchehen iſt, dieſem Körper ſeine Bewegung entziehet, und dieſelbe dem Monde zuſchreibt. In dieſer *SN* iſt *P* der Entwurf des Pols der Erde, und alſo *SP* der Sinus des Abſtands des bedeckten Körpers von demſelben, zu welchem in *GH* der Cirkel entworfen werden muß, welchen der Beobachtungsplatz, bey dem Drehen der Erde um ihre Axe, am Tage der Bedeckung beſchreibet, von welchem Entwurfe aber nur dieſer oder jener Theil gebraucht wird, nachdem der Pol von dem in dem bedeckten Körper angenommenen Auge geſehen werden kan, oder nicht. Der Punct *I* des Entwurfs, oder vielmehr des Theils deſſelben, welcher den dem bedeckten Körper ſichtbahren Theil der Bahn des Beobachtungsplatzes vorſtellet, wird mit der Zahl der Stunden und Minuten bezeichnet, welche den Zeitpunct angiebt, in welchem der bedeckte Körper durch die Mittagsfläche des Beobachtungsplatzes gehet; und von dieſem Punct *I* an wird der Entwurf nach *G*, *H* in volle Stunden und deren Minuten getheilet. T. VIIII. F. 128.

§. 668. Nunmehro wird an die *NS* und die gehörige Seite derſelben der Poſitionswinkel *NSE* angeſetzt, welchen der von dem bedeckten Körper, zur Zeit der Zuſammenkunft, nach dem Pole der Ecliptic laufende Bogen, mit dem nach dem Pole des Gleichers laufenden einſchlieſſet. Da dieſer Körper gar ſelten über 6 Grade von der Ecliptic abweichet, ſo kan ohne Bedenken angenommen werden, es befinde ſich derſelbe genau in der Ecliptic; da denn dieſer Winkel mit einem hier unbeträchtlichen Fehler auf eben die Art gefunden wird, welche bey der Sonne ſtatt findet. Wiewol ſich auch dieſer Fehler vermeiden läßt, wenn man die Rechnung nach der (659) gegebenen Anweiſung verrichten wil; welches bey den Fixſternen der Mühe deſto mehr werth iſt, je weniger die Poſitionswinkel derſelben

T. VIIII. F. 128. in vielen Jahren geändert werden. Alsdenn ſtellet *SE* einen Theil des durch den Mittelpunct des bedeckten Körpers, deſſen Entwurf in *S* fält, zur Zeit der wahren Zuſammenkunft des Mondes mit demſelben, gehenden Cirkels der Breite vor, und wenn *SC* aus dem angenommenen Maasſtabe ſo viele Theile bekomt, als viele Minuten und Secunden den Bogen ausmachen, um welchen in dem Augenblicke der Zuſammenkunft der Mittelpunct des Mondes von dem Mittelpuncte des bedeckten Körpers entfernet iſt: ſo iſt *C* der Entwurf der Stelle des Mondes für dieſen Zeitpunct.

§. 669. Durch dieſen Punct *C* nun wird die relative Bahn des Mondes, in Anſehung des gerade über *S* ruhenden Mittelpuncts des bedeckten Körpers, eben ſo gezeichnet, wie dieſes geſchehen kan, wenn dieſer Körper die Sonne iſt. Es wird durch *C* die *CD* der *SE* perpendicular gezogen, und der relativen Bewegung in Abſicht auf die Länge, mit welcher der Mond ſich in einer Stunde dem zu bedeckenden Körper nähert, oder von demſelben entfernet, gleich gemacht. Durch *D* wird die *DF* dem Theile des Breitenkreiſes *SE* parallel gezogen, und auf dieſelbe die Veränderung welche die Breite des Mondes in Abſicht auf den Körper *S* in der Zeit einer Stunde leidet, nach dieſer oder jener Seite getragen. Alsdenn iſt die durch die Puncte *F*, *C* gezogene, beiderſeits nach Nothdurft zu verlängernde *FC* die Bahn, auf welcher der Mond bey dem Körper *S* vorbeygehet, bey welchen man die Zeitpuncte bemerken kan, in welchen ſich der Mittelpunct deſſelben in *C* und in *F* befindet. Wird nun der zwiſchen dieſen Puncten enthaltene Theil der Bahn *CF* in ſechszig gleiche Theile getheilet, deren jeder den Weg einer Minute vorſtellen wird, ſo iſt es nicht ſchwer dieſe Theile dergeſtalt auf die nach Belieben verlängerte *CF* zu tragen, und dergeſtalt mit Ziffern zu bezeichnen, daß dadurch, vor jeden Zeitpunct, der Ort des Mondes in ſeiner relativen Bahn unmittelbar angegeben wird. Iſt auch dieſes geſchehen, ſo iſt der ganze Entwurf fertig, und man kan ſich deſſelben bedienen die zween Zeitpuncte zu entdecken, bey deren erſten die Bedeckung anfängt, bey dem zweiten aber wieder aufhöret.

§. 670. Gemeiniglich iſt der bedeckte Körper ein Fixſtern, und erſcheinet uns alſo als ein untheilbares Punct, welches in dem Augenblicke von dem Monde bedecket wird, in welchem zween mit einerley Zahlen bezeichnete Puncte, deren

eines

eines in der Bahn des Mondes, das andere aber in der Bahn des Beobach- *T. VIIII. F. 128.* tungsplatzes lieget, genau um den ſcheinbaren Halbmeſſer des Mondes von einander entfernet ſind; und wenn dieſer Umſtand das zweitemal vorkömt, ſo höret die Bedeckung wieder auf: ſo daß in beiden Fällen der Augenblick, in welchem der Stern in dem Umfange des Mondes erſcheinen würde, wenn wir ſo genau ſehen könten, durch die jenen Puncten beygeſchriebene Zahlen angegeben wird, welche ſich durch leichte Verſuche gar geſchwind entdecken laſſen. Und nicht vielmehr Mühe verurſachet der Körper *S*, wenn ſeine ſcheinbare Gröſſe angegeben werden kan, wie wir an dem Beyſpiele der Sonnenfinſterniß geſehen haben, welches, ſo weit es die Beſchaffenheit der Sache erfordert, hier zu befolgen iſt. Die daſelbſt beygebrachten Gründe dieſer Entwürfe laſſen nicht zweifeln, daß durch einen etwas groſſen Riß, eine hinlängliche Richtigkeit erhalten werden könne, wenn nur der von dem Monde bedeckte Körper *S* der Erde nicht ſo nahe iſt, daß ſeine Parallaxe beträchtlich wird, welches ſich zwar zuweilen bey einigen Planeten, aber nie bey den Fixſternen zutragen kan.

§. 671. Aus dieſer Urſache werden auch, zur Entdeckung des Unterſchiedes der Längen zweener Oerter des Erdbodens, vorzüglich die Bedeckungen der Fixſterne gebrauchet, und ein Entwurf, wie er bisher beſchrieben worden iſt, wird dazu vor hinlänglich gehalten, mit welchem übrigens eben ſo zu verfahren iſt, wie bey einer Sonnenfinſterniß geſchehen mußte. Der ganze Unterſchied der Arbeit beſtehet darinne, daß anſtatt der Summe der ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne und des Mondes, um welche beym Anfange und am Ende einer Sonnenfinſterniß die Mittelpuncte dieſer Körper von einander entfernet ſind, man hier den ſcheinbaren Halbmeſſer allein nehmen muß, weil der ſcheinbare Durchmeſſer eines Fixſterns keine merkliche Gröſſe hat. Nachdem man alſo in dem nach den Tafeln gezeichneten Entwurfe der Bedeckung eines Fixſterns, die Bahn des Mondes *FC*, wie oben (635) gewieſen worden iſt, aus den Beobachtungen gebeſſert hat, ſo wird der Augenblick der wahren Zuſammenkunft des Mondes mit dem Fixſterne aus dem dergeſtalt gebeſſerten Entwurfe genommen, welcher den Zeitpunct, in welcher ſich die Zuſammenkunft zuträgt, nach der Uhr des Beobachtungsplatzes unmittelbar angiebt. Denn da *SE* einen Theil des durch den Stern *S* gehenden Breitenkreiſes vorſtellet, ſo iſt der Augenblick dieſer Zuſammenkunft derjenige, in welchem ſich der Mittelpunct des Mondes in dieſer *SE*

 befindet,

T. VIIII. F. 128. befindet, und wird alſo durch die Zahl der Stunden und Minuten angegeben, welche nunmehro bey *C* zu ſtehen kömt. Iſt demnach auch zu einem andern Orte des Erdbodens, nach der Uhr deſſelben, der Augenblick der wahren Zuſammenkunft durch eine richtige Beobachtung beſtimmet worden, ſo wird durch den Unterſchied der Zeiten, welche die beiden Uhren angeben, der Unterſchied der Längen allerdings entdecket. In Ermangelung einer zweiten Beobachtung kan der Zeitpunct der wahren Zuſammenkunft aus den Tafeln berechnet, und dadurch die Länge des Beobachtungsplatzes von dem Orte, für deſſen Mittagskreis die Tafeln geſtellet ſind, auf eben die Art gefunden werden.

§. 672. Man kan auch, wenn zwo an zween verſchiedenen Orten des Erdbodens gemachte Beobachtungen vorhanden ſind, und die Bahn des Mondes nach der einen gebeſſert worden iſt, den andern Ort in der Scheibe *AEB*, für den Anfang der von demſelben beobachteten Bedeckung, gehörig entwerfen, und wenn *M* dieſer Entwurf iſt, und ſich alſo dieſer zweite Ort, als man von demſelben die Bedeckung ihren erſten Anfang nehmen ſahe, auf der Oberfläche der Erde gerade über dem Puncte *M* befunden hat, alsdann von dieſem Puncte *M*, die dem ſcheinbaren Halbmeſſer des Mondes gleich genommene *MO*, bis an die Bahn des Mondes erſtrecken. Die neben dem Puncte *O* ſtehende Zahl wird den Ort des Mondes für den Zeitpunct, in welchem der Entwurf des zweiten Orts in *M* fält, nach der Uhr des erſten angeben. Da alſo dieſer Zeitpunct, in welchem an dem zweiten Orte der Anfang der Bedeckung beobachtet worden iſt, auch nach der Uhr dieſes zweiten Orts bemerket wird, ſo wird auch nunmehro eben der Augenblick, in welchem ſich der Mond in *O* befindet, durch die beiden Uhren angegeben, und man kan den Unterſchied derſelben gar leicht haben.

Andere Bedeckungen der himliſchen Körper.

§. 673. Wir können uns hieraus einen Begrif von den andern Bedeckungen machen, welche die übrigen Planeten von Zeit zu Zeit bey den Fixſternen verurſachen und es iſt eben nicht ſchwer einzuſehen, wie dieſe Bedeckungen berechnet werden können, wenn ſowol der Lauf des bedeckenden Körpers, als auch der Lauf desjenigen, welcher bedecket werden ſol, hinlänglich bekant iſt. Wir haben aber auch auſſer dem Monde noch zween andere Planeten, welche einen Theil der

Sonne

Sonne unſerm Geſichte entziehen können, den Merkur nehmlich, und die Venus. *T. VIIII. F. 128.*
Nur iſt der Theil der Sonnenſcheibe, welchen uns dieſe Körper verbergen, ſo klein, daß dieſe Bedeckungen mit bloſſen Augen nicht zu ſehen ſind; noch viel weniger iſt an dem Sonnenlichte der Abgang zu verſpüren, welchen ſie verurſachen. Sie werden derowegen auch keine Finſterniſſe genant: ſondern man beſchreibet ſie dadurch daß man ſpricht: es erſcheine zu der Zeit der Merkur oder die Venus in der Sonne, oder es gehen dieſe Planeten durch dieſelbe hindurch, dem Anſehen nach nehmlich, und ſo, wie bey einer Sonnenfinſterniß die Scheibe des Mondes durch die Scheibe der Sonne hindurchgehet, und wenn jene kleiner erſcheinet als dieſe, zuweilen die Sonnenſcheibe alſo bedecket, daß eine kurze zeitlang nichts als ein heller Ring von derſelben zu ſehen iſt: welche Art der Finſterniſſe ringförmige heiſſet. Eben die Bewantniß hat es auch mit den Erſcheinungen, von welchen hier die Rede iſt: und der Unterſchied beſtehet in der bloſſen Gröſſe. Bey einer ringförmigen Sonnenfinſterniß iſt der unbedeckte Ring immer ſehr ſchmal, und verändert ſich gar geſchwinde: erſcheinet aber der Mercur in der Sonne, ſo iſt der unbedeckte Theil ihrer Scheibe, welchen man als einen Ring anſehen kan, ſo breit, daß er faſt die ganze Gröſſe derſelben ausmachet, das bedeckte aber komt in Anſehung des übrigen in eine gar geringe Betrachtung; und wenn wir die Venus in derſelben ſehen, ſo iſt zwar dieſer bedeckte Theil an ſich viel gröſſer, in Anſehung der Sonne aber noch immer ſo gering, daß ſein Durchmeſſer kaum den 32ſten Theil des Durchmeſſers der Sonnenſcheibe ausmachet.

Schatten der Venus.

§. 674. Bey ſo geſtalten Sachen gründet ſich zwar dasjenige, ſo von dem Durchgange dieſer Planeten durch die Sonne zu ſagen iſt, völlig auf die Betrachtung der Schatten, bey welcher uns die 105te Zeichnung dienete, und es laſſen ſich die daſelbſt angemerkten Sätze allerdings auch auf den Mercur und die Venus anwenden. Es wird aber alles noch deutlicher, wenn wir eine dergleichen Figur insbeſondere zu der Venus entwerfen, von welcher der Uebergang zum Mercur gar leicht iſt. Es ſtellet zu dem Ende der (*T. VIIII. F.* 129.) *T. VIIII. F. 129.*
um *S* beſchriebene Kreis die Sonne vor, von deren Mittelpuncte durch den Mittelpunct der Venus die gerade Linie *SVC* gezogen iſt, von welcher *SVC*, zur Zeit des ſcheinbaren Durchgangs, der Mittelpunct der Erde unmöglich ſehr entfernet

 ſeyn

T. VIIII. F. 129. ſeyn kan; ſo daß, wenn *PQ* eine durch dieſen Mittelpunct gelegte Fläche vorſtellet, auf welche die *SVC* perpendicular fält, und dieſelbe in *C* erreichet, dieſes Punct *C* dem Mittelpuncte der Erde *T* gar nahe liegen wird. Werden nun auch durch den Mittelpunct der Venus die zwo gerade Linien *AVD*, *BVE* gezogen, welche die Fläche *PQ* in *D* und *E* antreffen, ſo iſt *DE* der Durchmeſſer eines in der Fläche *PQ* zu beſchreibenden Cirkelkreiſes, welcher alle Puncte dieſer Fläche einſchlieſſet, aus welchen der Mittelpunct der Venus in der Sonnenſcheibe geſehen wird, indem ein in *D*, *E* oder irgend ein anderes Punct dieſes Umkreiſes geſetztes Auge dieſen Mittelpunct ſelbſt in dem Umkreiſe der Sonnenſcheibe erblicket.

§. 675. Der halbe Durchmeſſer *DC* wird aus der Sonne in dem Winkel *DSC* geſehen, welcher in dem Dreyecke *DSV* dem Ueberſchuſſe des äuſſern Winkels *SVA* über den innern *SDV* oder *SDA* gleich iſt: kurz, es iſt $DSC = SVA - SDA$. Nun iſt der Winkel *SVA* derjenige, in welchem der Halbmeſſer der Sonne aus der Venus geſehen wird, und in *SDA* erſcheinet eben der Halbmeſſer einem in den Mittelpunct der Erde geſetzten Auge. Weil dieſe Winkel klein genug ſeyn, ſo iſt $SC : SV = SVA : SDA$, und folgends $SC - SV : SV = SVA - SDA : SDA$, das iſt $VC : SV = DSC : SDA$, vermittelſt welcher Proportion der Winkel *DSC* aus der Verhältniß der Entfernungen *VC*, *SC*, und aus dem bekanten ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne *SDA*, ſogleich gefunden wird. Im Mittel iſt $VC : SV = 277 : 723$; wenn alſo *SDA* ſechszehn Minuten beträgt, ſo enthält *DSC* 6,13 Minuten.

§. 676. Wird nun auch der Körper der Venus in Betrachtung gezogen, und werden zu dem Ende die Linien *Ad*, *Be* gezeichnet, welche die Sonne an verſchiedenen, die Venus aber an eben der Seite berühren: ſo wird durch die *Ad* der Halbmeſſer *AD* um *Dd* vergröſſert, und dadurch der Halbmeſſer *Cd* eines Cirkels herausgebracht, deſſen um den Mittelpunct *C* beſchriebener Umkreis alle Puncte der Fläche *PQ* einſchlieſſet, von welchen noch ein Theil der Venus, ſo gering er auch ſeyn mag, in der Sonne zu ſehen iſt; ſo daß ein ſelbſt in *d*, oder irgend einen andern Punct dieſes Umkreiſes, geſetztes Auge, die Scheibe der Venus zwar ganz auſſer der Sonnenſcheibe, aber doch dieſe mit ihren Rande berührend, ſehen würde, wenn ſie nicht völlig dunkel wäre. An der andern

Seite

Seite aber wird CE durch die Be um Ee vermindert, und es entſtehet da= T. VIIII. F.
durch der Halbmeſſer Ce, welcher auf eben die Art gebraucht, einen Cirkel 129.
giebt, deſſen Umkreis alle Puncte der Fläche PQ einſchlieſſet, von welchen die Venus ganz in der Sonne geſehen wird; ſo daß ein ſelbſt in e, oder ein anderes Punct dieſes Umkreiſes geſeztes Auge, die Venus, welche ſich nunmehro durch ihre Dunkelheit von der hellen Sonne aufs deutlichſte unterſcheidet, zwar ganz in der Sonnenſcheibe, aber doch mit ihrem Rande den Rand derſelben berührend, erblicket.

§. 677. Der Winkel, in welchem Dd oder Ee aus dem Mittelpuncte der Sonne geſehen wird iſt eben derjenige, in welchem einem dahin geſezten Auge der Halbmeſſer der Venus erſcheinet: und dieſer verhält ſich zu dem Winkel, in welchem eben der Halbmeſſer von dem Mittelpuncte der Erde geſehen wird, wie VC zur SV; ſo daß, wenn man den von der Erde geſehenen Halbmeſſer der Venus v nennet, der Winkel $DSd = ESe$ durch $\frac{VC}{SV} \cdot v$ angegeben werden kan. Da nun auch, wenn s den von der Erde geſehenen Halbmeſſer der Sonne bedeutet, der Winkel $DSC = ESC$ durch $\frac{VC}{SV} \cdot s$ ausgedrücket wird wie wir eben geſehen haben; ſo iſt $CSd = \frac{VC}{SV} \cdot s + \frac{VC}{SV} \cdot v = \frac{VC}{SV} \cdot (s + v)$, und $CSe = \frac{VC}{SV} \cdot s - \frac{VC}{SV} \cdot v = \frac{VC}{SV} \cdot (s - e)$. Der Winkel v beträgt, bey dem Durchgange der Venus zwiſchen der Erde und der Sonne, beynahe 30 Secunden, und alſo $\frac{VC}{SV} \cdot v$ nicht viel über 11 Secunden.

Folgen, in Abſicht auf die Erde.

§. 678. Die Erde, deren Mittelpunct T ſich in der Fläche PQ nicht weit von C entfernet befindet, wird von dieſer Fläche PQ ſo geſchnitten, daß dadurch die Scheibe zum Vorſchein komt, auf welche das in S geſezte Auge alle Kreiſe, die man ſich auf der Erdkugel vorſtellet, orthographiſch entwirft. Der Winkel, in welchem der Halbmeſſer dieſer Scheibe aus S ge=

ſehen

T. VIIII. F. 129. ſehen wird, iſt die Horizontparallaxe der Sonne von beynahe 8,7 Secunden, und alſo beträchtlich kleiner als der von 11 Secunden, in welchem das Auge die *Dd* oder *Ee* ſiehet. Wenn man alſo auch nunmehro die Sonne als unbeweglich annimt, und der bey *T* in die Fläche *PQ* geſetzten Erde nur diejenige Bewegung läßt, mit welcher ſie ſich in vier und zwanzig Stunden um ihre Axe herumwälzet; alle übrige Bewegungen aber der Venus überträgt: ſo nimt dieſelbe bey dieſer relativen Bewegung den Kegel *DVE*, ſamt allem, was dazu gehöret, eben ſo mit ſich, wie der Mond bey einer Sonnenfinſterniß die Kegel ſeines Schattens und Halbſchattens mit ſich führet. Es rücket alſo auch der Mittelpunct *C*, ſamt den um denſelben mit den Halbmeſſern *CD*, *Cd*, *Ce* in der Fläche *PQ* beſchriebenen Kreiſen nach eben der Seite fort, nach welcher die relative Bewegung der Venus gerichtet iſt, daß iſt, von Abend gegen Morgen. Denn nach den Seiten, welchen die Bewohner der Erde dieſe Namen geben, ſcheinet einem in die Sonne geſetzten Auge ſich ein jeder Planet der Erde zu nähern, oder von derſelben zu entfernen, indem nehmlich der Winkel, welchen die von dieſem Auge nach dem Mittelpuncte des Planeten und der Erde gezogene Linien einſchlieſſen, kleiner oder gröſſer wird, wie wir bald umſtändlich ſehen werden. Sobald nun bey dieſer Bewegung der Umkreis des äuſſerſten mit dem Radius *Cd* beſchriebenen Cirkels die Erde erreichet, ſo ſehen alle Bewohner derſelben, welche dieſer Umkreis trift, die Venus in die Scheibe der Sonne eintreten. Fält, bey einer ſtärkern Annäherung des Mittelpuncts *C* an die Erde, auch der Umkreis des mit dem mitlern Radius *CD* beſchriebenen Cirkels auf dieſelbe; ſo ſehen alle Augen, welche dieſer Umkreis trift, den Mittelpunct der Venus zuerſt in dem Rande der Sonnenſcheibe; und eben ſo iſt es auch mit dem völligen Eintritte der Venus ſelbſt in dieſe Scheibe, welche ſich allen Oertern des Erdbodens zeiget, durch welche der Umkreis des kleinſten mit *Ce* beſchriebenen Cirkels hindurchgehet. Bey einer noch ſtärkern Verminderung der *CT* erſcheinet einem jeden Orte, welcher ſich innerhalb des letzten mit dem Radius *Ce* beſchriebenen Umkreiſes befindet, die Venus ganz in der Sonnenſcheibe: und es iſt leicht auch die übrigen beſondern Erſcheinungen zu beurtheilen, welche die aus den *Cd*, *CD*, *Ce* ſo oder anders beſtimte *CT* geben muß; und was von dem Eintritte angemerket iſt, auch auf den Austritt der Venus aus der Sonnenſcheibe anzuwenden.

§. 679.

§. 679. Der Weg, welchen der Mittelpunct *C* bey dieſer Bewegung durch die Erde, oder neben derſelben vorbey nimt, läßt ſich hier eben ſo wenig von einer geraden Linie unterſcheiden, als derjenige, auf welchem bey einer Sonnenfinſterniß der Mittelpunct der Schattenſcheibe fortgehet; und die Winkel, in welchen die in die Fläche *PQ* fallende gerade Linien, welche hier in Betrachtung kommen, aus der Sonne geſehen werden, ſind ſo klein, daß ihre mit dem Radius *SC* beſchriebene Maaſſe von den Linien ſelbſt nicht zu unterſcheiden ſind. Dieſes ſezt uns in den Stand den Durchgang der Venus durch die Sonne eben ſo auf die Fläche *PQ* zu entwerfen, wie dieſes mit den Sonnenfinſterniſſen zu geſchehen pfleget: und es würde dem bisher erklärten wenig zuzuſezen ſeyn, wenn die groſſe Verſchiedenheit der Längen der Linien *CD*, *Dd* = *Ee* und des halben Durchmeſſers der Erde, es erlaubte, den Riß auf einem Blatte von gewöhnlicher Gröſſe ſo volſtändig auszuarbeiten, daß dabey auch der Entwurf der Erde eine Gröſſe bekäme, die hinlänglich wäre, die verſchiedenen Theile derſelben von einander zu unterſcheiden. T. VIIII. F. 129.

§. 680. Es wird nehmlich der Augenblick der wahren Zuſammenkunft der Venus mit der Sonne, welches zugleich der Zeitpunct iſt, in welchem ein in den Mittelpunct der Sonne geſeztes Auge den Mittelpunct der Venus und den Mittelpunct der Erde in eben dem Breitencirkel ſiehet, eben ſo berechnet, wie der Augenblick der Zuſammenkunft des Mondes mit der Sonne berechnet wird; und für dieſen Zeitpunct die aus der Sonne geſehene Breite der Venus aus den Tafeln genommen, zuſamt der Verhältniß *CV*:*VS*, der Entfernuug der Venus von der Erde zu ihrer Entfernung von der Sonne, welche ihr zu der Zeit zukomt. Man berechnet auch, um wieviele Minuten und Secunden ſich einem in die Sonne geſezten Auge die Venus in der Zeit einer Stunde der Erde, in Abſicht auf die Länge, zu nähern oder von derſelben zu entfernen ſcheinet, und um wieviel ſie ihre Breite in eben der Zeit verändert, und ſchlieſſet daraus die Lage ihrer relativen Bahn in Anſehung der Ecliptic, und des durch den Mittelpunct der Erde gelegten Breitenkreiſes: wie auch den geringſten Abſtand dieſer Bahn von dem Puncte, welchen der Mittelpunct der Erde zur Zeit der Zuſammenkunft einnimt, und in demſelben unbeweglich verharret. Wir wollen alle dieſe Gröſſen, wie wir ihrer benöthiget ſeyn werden, ſo annehmen, wie ſie bey dem Durchgange des Jahres 1761 zu Paris gefunden worden ſind. Der Maasſtab zu denſelben ſolte eigentlich ſo gros ſeyn, daß ein Theil

T. VIIII. F. 130. eine in der Fläche PQ liegende Linie bedeutet, die aus S als eine Secunde geſehen wird, noch beynahe hundert ſichtbare Theilchen enthielte: er wird aber fürs erſte gar viel kleiner genommen werden, weil ſonſt der Raum die Zeichnung nicht faſſen konte.

Vorbereitung zum Entwurfe eines Durchgangs der Venus.

§. 681. Denn wenn die Zeichnung volſtändig werden ſol, ſo muß auf eine gerade Linie AB, welche die Bahn des Mittelpuncts C in der Fläche PQ der 129ſten Figur vorſtellen ſol, mit dem Halbmeſſer CE von 363,66 ſolcher Theile des Maasſtabes um C ein halber Cirkel beſchrieben werden, und mit dem Radius CD von 386,74 Theilen ein anderer. Es enthält nehmlich der Winkel $CSD = CSE$ der vorigen Zeichnung 375,2 Secunden oder 6 Minuten 15,2 Secunden, derjenige aber, in welchem der halbe Durchmeſſer der Venus und $Dd = Ee$ aus der Sonne geſehen wird, beträgt 11,54 Secunden, woraus die vorgeſchriebenen Zahlen der Secunden geſchloſſen werden, welche die Winkel CSe und CSd ausmachen, ſo durch die Halbmeſſer CE und CD vorzuſtellen ſind. Man konte auch mit dem Radius 375,2 den Umkreis eines dritten Cirkels beſchreiben, welcher in gleichen Entfernungen zwiſchen die vorigen fallen würde: welcher aber, da er ſo nothwendig nicht iſt, in dieſer ſehr kleinen Zeichnung nicht erſcheinet. Nunmehro wird in einer Entfernung TA von 231,44 Theilen des Maasſtabes die TF der AB parallel gezogen. Denn ſo viele Secunden enthält der Winkel, in welchem die gerade Linie, ſo aus dem Mittelpuncte der Erde auf die relative Bahn der Venus perpendicular fält, aus der Sonne geſehen wird. Alsdenn fält T, der Vorſtellung des Mittelpuncts der Erde, in dieſe Linie TF, und man kan die Scheibe derſelben beynahe in der richtigen Gröſſe zeichnen, wenn man ihren Halbmeſſer 8,7 Theile des Maasſtabes giebt, da ſo viele Secunden die Horizontparallaxe der Sonne beynahe ausmachen.

§. 682. Nunmehro wird aus T die Linie TG an die AB gezogen, welche einen Theil des Breitencirkels vorſtellet, in welchem der Mittelpunct der Erde ruhet. Dieſes geſchiehet, indem man den Winkel ATG demjenigen gleich machet: welchen die relative Bahn der Venus mit der Ecliptic einſchlieſſet, und in dem angenommenen Beyſpiele 8 Grade, 28 Minuten und 44 Secunden beträgt, wobey die Lage der Linie TG in Anſehung der TA wol in Acht zu nehmen iſt. Alsdann iſt der Zeitpunct bekant, zu welchem man ſich das Punct C,

C, ſo in der Linie *AB* beſtändig von *B* nach *A* fortrücket, in *G* vorſtellen muß. Es iſt nehmlich dieſer Zeitpunct der Augenblick der wahren Zuſammenkunft der Venus mit der Sonne, welcher ſich nach der Pariſer Uhr früh um 5 Uhr, 50 Minuten ereignet hat. Die ſtündliche Bewegung der Venus in ihrer relativen Bahn betrug 1 Minute 35 Secunden, das iſt 95 Secunden. Werden alſo 95 Theile des Maasſtabes in ſechs gleiche Theile getheilet, ſo iſt es leicht in der Linie *AB*, welche zu dem Ende ſo ſehr verlängert werden kan, als es nöthig iſt, die Puncte anzumerken, in welche *C* für jeden kurz vor oder nach dem Augenblicke der Zuſammenkunft gegebenen Zeitpunct fallen muß. Setzt man alſo den Mittelpunct *C* dieſem oder jenem Zeitpuncte gemäß, ſo werden durch die zween oder drey um denſelben beſchriebene Cirkel, deren Halbmeſſer *CD*, *CE* ſamt den dritten angegeben worden ſind, die vornehmſten Erſcheinungen des Durchgangs in Abſicht auf die ganze Erde, ſogleich entdecket. Man merket nehmlich an der bloſſen Lage der in *T* entworfenen Erde in oder neben dieſen Cirkeln ohngefehr, ob in dem angegebenen Zeitpuncte irgend ein Ort der Erde die Venus in der Sonne ſehe oder nicht, ob ſie ganz oder nur zum Theil in derſelben erſcheine, und ob der Theil derſelben, welcher in der Sonne geſehen wird, gröſſer oder kleiner ſey, als ihre Hälfte. Wil man das Punct *C*, mit den um daſſelbe beſchriebenen, und unbeweglich daran haftenden Kreiſen, in der Linie *BA* fortführen, ſo wird auch der erſte Augenblick, in welchem die Venus von irgend einem Puncte der Erde in der Sonne geſehen wird, wie auch der letzte unter allen, in welchem dieſe Erſcheinung irgendwo auf der Erde ſtatt findet, mit einiger Zuverläßigkeit entdecket. Insbeſondere iſt daraus, daß *DE*, der Zwiſchenraum zwiſchen den Umkreiſen der zween um *C* beſchriebenen Cirkel, beträchtlich gröſſer iſt, als der Durchmeſſer des Entwurfs der Erde, zu ſchlieſſen, daß alle Bewohner der Erde, welche die Venus zugleich in der Sonnenſcheibe ſehen können, dieſelbe in gewiſſen Zeitpuncten nur zum Theil in dieſe verſenkt erblicken werden. T. VIIII. F. 130.

§. 683. Sollen aber dergleichen Fragen, ſamt andern, in welchen von beſondern durch ihre Länge und Breite beſtimten Stellen des Erdbodens die Rede iſt, oder in welche ſonſt die Gröſſe der Erde einen ſtarcken Einfluß hat, mit aller Richtigkeit beantwortet werden, welche die Sache leidet, ſo muß die Zeichnung ſo groß gemacht werden, daß in dem Entwurfe der Erde die verſchiedenen Puncte ihrer Oberfläche hinlänglich auseinander fallen. Nun ſcheinet zwar die Gröſſe der um *C* zu beſchreibenden Kreiſe derjenigen, in welcher die Erde vorgeſtel-

T. VIII. F. 130. vorgeſtellet werden kan, ſehr enge Gränzen zuſetzen. Es werden aber die nachfolgenden Betrachtungen bey jeder Gröſſe, die man dem Entwurfe der Erde geben wil, eine ziemlich leichte Ausführung an die Hand geben.

§. 684. Wenn man den Mittelpunct *C* mit den daran haftenden halben Cirkeln auf der Linie *BA* dergeſtalt fortführet, daß *DB*, der Durchmeſſer des halben Cirkels *DKB* von dieſer *BA* nie abweichet; ſo gehet nur die Linie *TF* über den Mittelpunct der Erde *T* weg, ihr ganzer Entwurf aber wird nach und nach blos von den Theilen eines ſchmalen Streifen bedeckt, welcher in zwo gerade Linien eingeſchloſſen iſt, die der *TF* parallel laufen, und den Entwurf der Erde *T* an beiden Seiten dieſer *TF* berühren. Die Cirkelbogen, welche dieſen Streifen bey *F* und *H* endigen, ſind in allen Fällen, da *TA*, oder die ihr aus *C* parallel gezogene *CI*, beträchtlich kleiner iſt als der Radius *CD* oder *CE*, gar wenig gekrümt, und können alſo als Theile der geraden Linien angeſehen werden, welche die halben Cirkel bey *F* und *H* dergeſtalt berühren, daß die eigentlichen Berührungspuncte in die *TF* fallen. Alsdenn aber iſt der Winkel *KHI*, welche der äuſſere Kreis bey *H* mit der *TF* einſchlieſſet, dem Winkel *HCI* gleich, weil ſowol $KHI + IHC$, als auch $IHC + HCI$ einen rechten Winkel geben; und es kan dieſer Winkel $KHI = HCI$ aus den beiden Seiten *HC*, *CI* des rechtwinklichten Dreyecks *HIC* gefunden werden, zuſamt der Seite *HI*, welche die Hälfte der Sehne *HF* ausmachet. Auf eben die Art findet man auch, den Winkel, welchen der Bogen mit der Sehne in dem kleinſten Kreiſe einſchlieſſet, welcher etwas kleiner iſt als der vorige *KHI*, ſamt der Sehne ſelbſt: und bey dem hier nicht gezeichneten dritten Kreiſe, deſſen Radius um die Hälfte der *DE* kleiner iſt als *DC*, kan eben die Rechnung oder Zeichnung angewendet werden. Ich finde für den äuſſern Kreis den Winkel *KHI*, gleich 53 Graden und 14 Minuten, für den mitlern, 51 Graden und 55 Minuten, und für den kleinſten, 50 Graden 29 Minuten. Die Hälfte der Sehne *HF* aber finde ich für den äuſſerſten Kreis gleich 309,81 Theilen des Maasſtabes, welche die Secunden angeben. Eben ſo finde ich auch die halbe Sehne des mittelſten Kreiſes, welcher nicht gezeichnet iſt, gleich 295,32 ſolcher Theile, und die halbe Sehne des innerſten, $LI = 280,62$. Der Unterſchied der zwo erſtern dieſer zwo Zahlen iſt 14,49, und der Unterſchied der zwo leztern 14,7, welche Unterſchiede die Summe 29,19 geben, ſo die Zahl der Secunden iſt, welche das in die Sonne geſezte Auge den zwiſchen den äuſſerſten und innerſten Kreiſe liegenden Theilen

HL,

HL, *MF* der Linie *TF* zuſchreibt, deren einer dem andern gleich, und etwas T. VIIII. F. 130.
groͤſſer iſt als *DE*. Aus den bekanten Winkeln des Dreyecks *ATG*, deſſen Seite *TG* der Breite der Venus gleich iſt, und alſo 3 Minuten und 54 Secunden, oder 234 Secunden enthaͤlt, wird auch *AG* 34,5 Theilen des Maasſtabes gleich gefunden.

§. 685. Indem nun das Punct *C* mit den daran haftenden Scheiben, auf die angezeigte Art, in der Linie *BA* fortgehet, ſo beweget ſich jedes Punct derſelben, und unter dieſen auch *H* und *F*, der *BA* parallel, mit eben der Geſchwindigkeit; aus welcher demnach die Zeiten berechnet werden koͤnnen, in welchen *F*, *H* und die uͤbrigen Puncte der *HI*, bey dem Mittelpuncte der Erde *T*, oder einen andern unbeweglichen Puncte der verlaͤngerten *TF*, anlangen werden. Wenn *C* in *A* angelanget iſt, ſo befindet ſich *I* in *T*. Aus dem Wege von 95 Secunden oder Theilen des Maasſtabes aber, welchen das Punct *C* in einer Zeitſecunde machet, kan die Zeit gefunden werden, in welcher *I* die halbe Sehne *HI*, oder eine jede der beiden uͤbrigen beſchreibet, unter welchen wir die kleinſten *LI* = *IM* nehmen wollen, zu welchen der Radius *CE* gehoͤret, und dieſes aus einem guten Grunde, welcher ſich in dem nachfolgenden entdecken wird. Die Haͤlfte dieſer kleinſten Sehne *LI* = *IM* betraͤgt 280,62 Theile des Maasſtabes. Die Zeit alſo, welche vermittelſt der Proportion wie 95 zu 280,62, ſo eine Stunde zu der geſuchten, entdecket wird, enthaͤlt 2 Stunden, 57 Minuten und 14 Secunden. Und da dieſe kleinſte Haͤlfte von der mitlern um 14,7 Theile des Maasſtabes uͤbertroffen wird, und alſo die auf eben die Art zu entdeckende Zeit, welche dieſer Ueberſchuß erfodert, 9 Minuten und 17 Secunden betraͤgt; ſo wird dieſe mitlere Haͤlfte in einer Zeit von 3 Stunden, 6 Minuten und 31 Secunden beſchrieben. Endlich uͤbertrift die Haͤlfte der groͤſten Sehne *HI* die mitlere wieder um 14,5 Theile, welche in einer Zeit von 9 Minuten und 9 Secunden beſchrieben werden. Es betraͤgt alſo die Zeit, in welcher *I* oder ein jedes anderes mit dem *C* verknuͤpftes Punct um die Laͤnge *IH* fortruͤcket, 3 Stunden, 15 Minuten, 40 Secunden.

§. 686. Hieraus koͤnnen nun die Zeiten berechnet werden, in welchen jedes Punct der *TF*, deſſen Abſtand von *I* gegeben iſt, bey dem Mittelpuncte der Erde *T* anlanget. Die Linie *AG*, ſo 34,5 Theile des Maasſtabes enthaͤlt, wird in der Zeit von 21 Minuten und 47 Secunden beſchrieben. Da nun *C* in dem Augenblicke der wahren Zuſammenkunft, fruͤh um 5 Uhr 50 Mi-

T.VIIII.F. 130. nuten ſich in *G* befindet, ſo wird dieſer Punct 21 Minuten und 47 Secunden darnach, alſo um 6 Uhr 11 Minuten, und 47 Secunden in *A* anlangen, in welchem Zeitpuncte zugleich *I* in *T* fält. Nun langt das Punct *L* um 2 Stunden 57 Minuten 14 Secunden ehe bey *T* an als *I*, welches dieſe Zeit braucht, den Weg *LI* = *IM* zu machen, und *M* erreichet *T* um eben den Zeitraum ſpäter. Demnach befindet ſich das Punct *L* in *T* um 3 Uhr, 14 Minuten und 33 Secunden, das Punct *M* aber um 9 Uhr, 9 Minuten und 1 Secunde. Werden von der erſten Zeit noch 18 Minuten 26 Secunden abgezogen, ſo wird der Augenblick entdecket, in welchem ſich *H* in *T* befindet; und durch den Zuſatz eben der 18 Minuten 26 Secunden zu der letztern Zeit erhält man auch denjenigen, in welchem *F* durch *T* hindurchgehet.

Würklicher Entwurf eines Durchgangs der Venus.

§. 687. Und nun haben wir alles, ſo zum deutlichen Entwurfe eines Durchgangs der Venus erfodert wird, aus welchem die beſondern Erſcheinungen

T.VIIII.F. 131. hergenommen werden können. Es werden aus einem Maasſtabe Θ, (*T. VIIII. Fig.* 131.) deſſen Theile, welche Secunden vorſtellen ſollen, beym würklichen Gebrauche nicht wol kleiner ſeyn dürfen, als die Hälfte eines Zolles, ſo viele dieſer Theile genommen, als viele Secunden man der Horizontparallaxe der Sonne zuſchreibet, und mit dieſem Radius, welcher hier 8,7 iſt, wird ein Cirkel beſchrieben, der denjenigen vorſtellen wird, ſo den von der Sonne erleuchteten Theil des Erdbodens von dem finſtern abſondert. Durch den Mittelpunct *T* dieſes Cirkels, welcher zugleich der Mittelpunct der Erde iſt, wird eine gerade Linie *AB* gezogen, von welcher man ſich vorſtellet, daß ſie der relativen Bahn, auf welcher das Punct *C* der vorigen 130ſten Zeichnung bey dem Mittelpuncte der Erde vorbeygehet, parallel ſey: mit einem Worte, es iſt dieſe *AB* die *TF* jener Figur. Man theilet dieſe *AB* in Theile, deren einer in einer Minute, u. ſ. w. von dem Puncte *C*, *H* oder *F* eben der Zeichnung beſchrieben wird, welches geſchiehet, wenn man 95 Theile des Maasſtabes zum Wege einer Stunde machet: oder man verfertige, wie hier, alle Irrung deſto beſſer zu vermeiden, geſchehen iſt, noch einen andern Maasſtab Λ, in welchem die Theile des Weges durch die darneben geſetzte Zahlen angegeben werden, deren Einheit eine Minute iſt, und theile die *AB* nur von fünf zu fünf Minuten. Es ſind aber dieſe Theile auf zwo verſchiedene Arten von *A* gegen *B* angeſetzt, und mit den Zahlen der Stunden der angenommenen Uhr bezeichnet worden. Die obern bringen das

Punct

Punct *T* auf 3 Uhr, 14 Minuten und 33 Secunden, in welchem Zeitpuncte *L* in *T* ſtehet, die untern aber ſetzen eben dieſen Punct *T* ans Ende der neunten Stunde 9 Minuten und 1 Secunde, welches der Zeitpunct iſt, in welchem *M* den Mittelpunct *T* erreichet hat. Beide Theilungen werden von dannen nach beiden Seiten *A* und *B* fortgeſetzt. Man ziehet auch durch das Punct *T* eine andere Linie *CD*, welche der Durchmeſſer des Gleichers ſeyn ſol, vermittelſt des Winkels *ATC* von 14 Graden 35 Minuten und 50 Secunden, welcher entſtehet, wenn man den Winkel von 8 Graden 28 Minuten und 44 Secunden, den die relative Bahn mit der Fläche der Ecliptic einſchlieſſet, den Poſitionswinkel von 6 Graden 7 Minuten und 6 Secunden zuſetzet. Da denn auch die *EF* gezogen werden kan, welche den Entwurf des Mittagskreiſes der Erde abgiebt, in deſſen Fläche die Erdaxe ſamt den beiden Polen fält, und die Sonne, ſo lang der Durchgang währet, unbeweglich erhalten wird. Es könte nicht ſchaden, wenn man den Umkreis des groſſen um *T* beſchriebenen Kreiſes, von den Puncten *E* und *F* an, in Grade theilen wolte. Man kan aber auch ohne dieſer Beyhülfe die Zahl der Grade, ſo in jedem Bogen dieſes Umkreiſes enthalten ſind, erfahren. T.VIIII.F 131.

§. 688. Ferner ſind durch den Punct *T* drey andere gerade Linien gezogen, deren erſtere *GH* mit der *AB* den Winkel *GTA* von 51 Graden und 29 Minuten einſchlieſſet, die andere *IK* den Winkel *ITA* von 50 Graden und 55 Minuten, und die dritte *LM* den *LMA* von 53 Graden und 14 Minuten. Eben dieſe Winkel ſind auch an die andere Seite der Bahn *B* geſetzt worden, ſo daß $BTg = ATG$; $BTi = ATI$; und $BTl = ATL$. Es iſt aber der Winkel *LTA* dem Winkel *KHI* der vorigen Zeichnung gleich, und hat mit demſelben einerley Lage, gleichwie auch der *BTl* dem *F* gleich iſt, welchen eben der Bogen mit ſeiner Sehne einſchlieſſet, und ſo lieat, wie dieſer: und eben die Bewantniß hat es mit den Winkeln *ATG*, *BTg*, welche ſo liegen wie die bey *L*, *M*, denen ſie gleich gemacht worden ſind, wie auch mit den mitlern *ATI*, *ATi*, welche in der 130ſten Zeichnung nicht erſcheinen. Demnach können die geraden Linien *GH*, *IK*, *LM*, wie auch *gh*, *ik*, *lm* als Theile der Umkreiſe angeſehen werden, welche dieſe Winkel bey *H*, *F*, *L*, *M* einſchlieſſen: und wenn die Krümmung dieſer Bogen in irgend einem Falle beträchtlich ausfallen ſolte, ſo wäre es eben ſo ſchwer nicht, ſtatt der geraden Linien würkliche Cirkelbogen zu nehmen, welche bey *T* von den geraden Linien berühret werden.

§. 689. Gemeiniglich aber iſt die Richtigkeit, welche die geraden Linien geben, hinlänglich: und wenn *LM* ſo zu liegen komt, wie ſie gezeichnet iſt, ſo

iſt

T. VIIII. F. 131. iſt ſie der orthographiſche Entwurf aller Stellen des Erdbodens, welche zu der Zeit die Venus in die Sonnenſcheibe eintreten ſehen, indem ſie den Rand derſelben eben von auſſen berühret; gleichwie in dem Zeitpuncte, in welchem die *lm*, ſo wie ſie gezeichnet iſt, durch *T* gehet, alle Stellen des Erdbodens, deren orthographiſcher Entwurf in dieſe *lm* fält, die Venus, mit einer äuſſern Berührung, eben völlig aus der Sonnenſcheibe treten ſehen. Auf eben die Art giebt auch die *GH* alle Stellen des Erdbodens an, welche in dem Zeitpuncte, in welchem ſie durch *T* gehet, die Venus ganz in die Sonnenſcheibe eintreten ſehen, indem ſie den Rand derſelben nunmehro inwendig berühret, und *gh* diejenige welchen eine eben dergleichen Berührung vor dem Austritte erſcheinet. Endlich werden die Stellen des Erdbodens, welchen der Mittelpunct der Venus in dem Augenblicke in dem Rande der Sonnenſcheibe erſcheinet, indem er aus dem Mittelpuncte der Erde *T* daſelbſt geſehen wird, durch die Linien *IK*, *ik* angegeben, deren erſtere beym Eintritte, die leztere aber beym Austritte ihre Dienſte leiſtet.

§. 690. Der Zeitpunct, in welchem *GH* durch *T* gehet, wird unmittelbar durch die bey dieſem Puncte *T* über der *AB* ſtehende kleinere Stundenzahl angegeben, und die nehmliche Zeit zur *gh*, durch die unter der *AB* ſtehende gröſſere. Die *IK* aber gehet, bey dem beſtändigen Vorrücken der Venus, um 9 Minuten 17 Secunden früher durch *T*, und *ik* um ſo viel ſpäter. Noch früher gehet die *LM* durch *T*, nehmlich um 18 Minuten und 26 Secunden vor der *GH*, und *lm* um eben die Zahl der Minuten und Secunden ſpäter als *gh*, welche Zahlen demnach denen bey *T* angezeichneten zugeſezt, oder davon abgezogen werden müſſen, wenn die Zeiten des Durchgangs der Linien *IK*, *LM*, oder *ik*, *lm* durch *T* richtig angegeben werden ſollen. Eben dieſes iſt auch von einer andern Stelle richtig, welche die Linien *GH*, *IK*, *LM*, wie auch *gh*, *ik*, *lm* nach und nach bekommen, indem ſie von *A* nach *B* fortgehen. Der Winkel, welchen, jede derſelben mit der *AB* einſchlieſſet, leidet bey dieſer Bewegung keine Veränderung: es gehet aber immer *LM* vor der *IK*, und dieſe vor der *GH* vorher, ſo daß der zwiſchen *LM* und *GH* enthaltene Theil der Bahn *AB* 18 Minuten und 26 Secunden angiebt; der zwiſchen *IK* und *GH* enthaltene aber etwas über die Hälfte davon, nehmlich 9 Minuten und 17 Secunden. An der andern Seite gehet umgekehrt *gh* vor der *ik*, und *ik* vor der *lm* vorher, indem die Zwiſchenräume die vorigen bleiben.

Gebrauch

Gebrauch der bisherigen Zeichnung.

§. 691. Die ſo weit ausgeführte Zeichnung iſt hinlänglich zu einem jeden Zeitpuncte, welcher durch die Uhr angegeben wird, auf welche ſich die der *AB* beygeſchriebene Zahlen beziehen, die Stellen des Erdbodens zu finden, an welchen die Venus mit ihrem fordern oder hintern Rande, oder mit ihrem Mittelpuncte in die Sonnenſcheibe eintrit, und wider aus derſelben hervor komt. Es geſchiehet dieſes mit der Beyhülfe einer Erdkugel, welche dergeſtalt geſetzt iſt, daß die über den Horizont derſelben erhabene Hälfte den in dem gegebenen Zeitpuncte von der Sonne erleuchteten Theil der Erde vorſtellet. Wie dieſes zu erhalten ſey, iſt bey den Sonnenfinſterniſſen geſagt worden. In unſerm Beyſpiele hält die Abweichung 22 Grade, 42 Minuten und 15 Secunden, um welche ein für allemal der Nordpol der Kugel über ihren Horizont erhöhet werden muß. Alsdenn wird die Kugel, dem angegebenen Zeitpuncte gemäß, um ihre Axe gedrehet, und in dieſer Stellung unbeweglich erhalten, ſo lang von eben dem Zeitpuncte die Rede iſt. T.VIIII. F. 131.

§. 692. Iſt nun die Frage von dem völligen Eintritte der Venus in die Sonnenſcheibe, bey welchem ſie den Rand dieſer Scheibe inwendig berühret, ſo wird in dem Entwurfe dieſer Zeitpunct in der Linie *AB* bemerket, indem man ſich an die obern der dabey geſchriebenen Zahlen hält, welche für die Eintritte gelten. Durch den dergeſtalt bemerkten Punct, welcher derjenige ſeyn mag, zu welchem drey Uhr 12 Minuten gehören, wird eine Linie *NO* der *GH* parallel gezogen, oder nur eine Regel dergeſtalt angelegt, daß dadurch die Puncte *N*, *O* in dem Umkreiſe bezeichnet werden. Man erforſchet die Zahl der Grade und deren Theile, welche in dem Bogen *EN* und *FO* enthalten ſind, und zählet auf dem Horizonte der Kugel ſo viele Grade und Minuten, als deren in *EN* enthalten, von Norden, wie auch ſo viele, als der Bogen *FO* enthält, von Süden, nach der Seite, welche der Entwurf angiebt, und bringt dadurch die Puncte *N*, *O*, ſamt der Linie *NO*, welche von dem einen an den andern reichet, auf die Kugel. Da dieſe *NO* der orthographiſche Entwurf aller Puncte der Kugel iſt, in welchen der völlige Eintritt der Venus in die Sonne früh um drey Uhr und 12 Minuten bemerket wird; ſo müſſen alle dieſe Puncte in dem Umkreiſe des halben Cirkels liegen, welcher über den Horizont der Kugel auf deſſen Fläche perpendicular ſtehet, und *NO* zu ſeinem Durchmeſſer hat. Nun kan dieſer halbe Cirkel in der Oberfläche der Kugel beſchreiben werden, wenn man den Bogen *NO* in zween gleiche Theile

 theilet,

T. VIIII. F. 131. theilet, und die Mitte deſſelben zum Pol machet. Dadurch werden alle geſuchte Oerter des Erdbodens auf einmal entdecket, unter welchen *N* und *O* die äuſſerſten ſind, welchen die Sonne in dem Horizonte erſcheinet, indem die Venus ganz in dieſelbe eintritt, und alſo beym Aufgange der Sonne, wenn ſich der Ort, wie *N*, an der Abendſeite der *EF* findet, und bey deren Untergange, wenn er, wie *O*, an der Morgenſeite derſelben liegt.

§. 693. Auf eben die Art werden auch die übrigen Fragen aufgelöſet, in welchen die Stellen des Erdbodens verlangt werden, die in der angegebenen Zeit den Mittelpunct der Venus in den Rand der Sonne, oder den Körper derſelben dieſen von auſſen berühren ſehen, wenn noch immer von dem Eintritte die Rede iſt; und mit dem Austritte hat es keine gröſſere Schwürigkeit. Sind die Stellen des Erdbodens anzugeben, an welchen in der angegebenen Zeit, die noch immer drey Uhr 12 Minuten früh ſeyn mag, beym Eintritte der Mittelpunct der Venus in dem Rande der Sonne erſcheinet, ſo werden der gegebenen Zeit noch 9 Minuten 17 Secunden zugeſetzt, und durch das Punct der Linie *AB*, welches die Zeit von drey Stunden 21 Minuten und 17 Secunden angiebt, eine Linie nicht mehr der *GK* ſondern der *IK* parallel gelegt, welche eben ſo gebraucht, wie die *NO* gebraucht werden muſte, alle verlangte Stellen des Erdbodens angeben wird. Iſt von dem Austritte die Rede, und werden zum Beyſpiel alle Oerter des Erdbodens verlangt, welche die Venus um 9 Uhr 26 Minuten vor Mittag ganz aus der Sonne treten ſehen, ſo daß ſie nunmehro nur mit ihrem äuſſerſten Rande dieſelbe zu berühren ſcheinet: ſo werden von 9 Stunden 26 Minuten die 18 Minuten und 26 Secunden abgezogen, um welche die Linie *gb* vor der *lm* vorhergehet. Der Ueberſchuß von 9 Stunden 7 Minuten und 34 Secunden beſtimmet in der *AB* das Punct, durch welches eine Linie der *lm* parallel gelegt werden muß, vermittelſt der dabey unter der *AB* geſchriebenen Zahlen, welche zu den Austritten dienen: und die durch dieſes Punct der *lm* parallel gezogene Sehne *PQ* entdecket die nunmehr geſuchten Stellen des Erdbodens volkommen ſo, wie *NO* die ihrigen angab. Nur muß auch die Erdkugel, der veränderten Zeit gemäß, um ihre Axe gedrehet, und in dieſer neuen Stellung erhalten werden.

§. 694. Die Sehnen *NO*, *PQ* werden immer kleiner und kleiner, je mehr ſie ſich an dieſer oder jener Seite von dem Puncte *T* entfernen, und mit denſelben nehmen auch die Cirkel ab, deren Durchmeſſer ſie abgeben. Endlich

lich verwandeln ſich dieſe Cirkel in untheilbare Puncte, deren Bedeutung, in T. VIII. F. 131.
Abſicht des Eintritts der Venus in die Sonnenſcheibe, oder des Austritts aus derſelben, ſamt allen übrigen, ſo hier noch beygebracht werden könte, ſo leicht zu ſchlieſſen iſt, daß es überflüſſig wäre ſich dabey länger aufzuhalten. Es ſind alſo nur noch diejenigen Fragen übrig, ſo ſich auf einen beſondern durch ſeine Länge und Breite gegebenen Ort des Erdbodens beziehen, unter welchen die vornehmſte iſt, welche verlanget, daß angezeigt werde, in welchem Zeitpuncte dieſer Ort die Venus mit ihrem fordern oder hintern Rande, oder auch mit ihrem Mittelpuncte in die Sonnenſcheibe eintreten, und ſich wieder herausbegeben ſehen werde?

Ergänzung des Entwurfs und deren Gebrauch.

§. 695. Die Beantwortung dieſer Fragen erfodert, daß auſſer dem bisher gewieſenen auch die Bahn *RS*, welche der angegebene Ort des Erdbodens am Tage des Durchgangs, um die Erdaxe beſchreibet, richtig entworfen, und mit den Zahlen der Stunden und Minuten ſo bezeichnet worden ſey, wie dieſes längſt umſtändlich gewieſen worden iſt. Es wird vorausgeſetzt, daß die Zahlen der Theilung dieſer *RS* eben die Zeitpuncte angeben, welche die der *AB* beygeſchriebene Zahlen bedeuten, welches immer erhalten werden kan, wenn die Länge des angegebenen Orts, in Anſehung der Länge desjenigen, für welchen die Tafeln gerechnet ſind, bekant iſt. Iſt nun auch dieſes gehörig berichtiget, ſo wird der Zeitpunct, in welchem dieſer Ort die Venus ganz in die Sonnenſcheibe eintreten ſiehet, gefunden, wenn man die *GH*, ohne Veränderung der Winkel, welche ſie mit der *AB* einſchlieſſet, ſo lang von ihrer Stelle nach *A* oder *B* entfernet, bis die Zahlen der Stunden und ihrer Theile, deren eine bey *RS*, die andere aber bey *AB* unter denjenigen ſtehet, die für den Eintritt gelten, eben dieſelbe werden, welche alsdann den verlangten Zeitpunct angeben wird. Iſt aber die Rede von dem Eintritte des Mittelpuncts der Venus, ſo wird eben dieſe Verſetzung mit der Linie *IK* ſo lang vorgenommnen, bis die bey dem Puncte der *AB*, durch welchen ſie nunmehro gehet, unter den zum Eintritte gehörigen ſtehende Zahl, die bey der *RS*, um 9 Minuten 17 Secunden übertrift: und wenn der erſte Anfang des Eintritts verlanget wird, bey welchem die Sonnenſcheibe von auſſen berühret wird, ſo bedienet man ſich der Linie *LM* eben ſo: nur muß nunmehro der Ueberſchuß der Zahl, welche unter denen zum Eintritte gehörigen an der verſetzten *LM* ſtehet, die an derſelben *LM* ſtehende Zahl der *RS* um 18 Minuten 26 Secunden übertreffen. Die Zeit des Eintrits jeder Art wird nunmehro blos durch die Zahlen der *RS* angegeben.

T. VIIII. F. 131. §. 696. Die Zeitpuncte, mit welchen ſich der Austrit der Venus anfängt und endiget, wie auch derjenige, in welchem ihr Mittelpunct die Sonnenſcheibe verläßt, werden vermittelſt der Linien *gb*, *ik*, *lm* eben ſo gefunden, indem man jede derſelben, ihrer gegenwärtigen Lage parallel, nach dieſer oder jener Seite fortſchiebet; und was bisher geſagt worden iſt, kan den beſondern Gebrauch jeder derſelben klar machen. Es muß nunmehro die untere Reihe der an *AB* geſetzten Zahlen gebraucht werden, die zu dem Ausgange gehören: und wenn die gehörig verſetzte *ik* vermittelſt der Zahlen der Bahn *RS* den Zeitpunct angeben ſol, in welchem der Mittelpunct der Venus die Sonnenſcheibe verläßt, ſo muß die bey der gehörig geſetzten *ik* ſtehende Zahl der *AB* über die bey *RS* einen Ueberſchuß von 9 Minuten 17 Secunden angeben; wenn aber *lm* für das völlige Ende des Durchgangs richtig geſetzt ſeyn ſol, ſo muß dieſer Unterſchied 18 Minuten 26 Secunden betragen. Alles dieſes geſchiehet ohne Verwirrung, und ohne den Riß zu verderben, weil es nicht nöthig iſt die Linien auszuziehen, ſondern die Schneide einer gehörig angelegten Regel die Stelle derſelben gar wol vertreten kan.

Die Horizontparallaxe der Sonne vermittelſt eines Durchgangs der Venus.

§. 697. Es wäre überflüßig ſich bey der Vorherverkündigung der Umſtände einer Erſcheinung länger aufzuhalten, welche, wie an ſeinem Orte gezeigt werden ſol, keinem der jetzt lebenden Bewohner der Erde zu Geſicht kommen wird: und es iſt nur noch von dem wichtigen Nutzen zu handeln, welchen die zween letztern Durchgänge der Aſtronomie geleiſtet haben. Dieſer iſt die Berichtigung der Horizontparallaxe der Sonne, oder der Gröſſe des Winkels, in welchem der halbe Durchmeſſer unſerer Erde aus der Sonne geſehen wird, welchen wir dieſen Beobachtungen zur Folge mit einem gar geringen Fehler auf 8,7 Secunden ſetzen konten. Es iſt zu zeigen, wie etwas ſo genaues vermittelſt der bisher gebrauchten Zeichnung zu erhalten ſey, wovon der Grund in der langſamen Bewegung liegt, mit welcher das zur Entdeckung der Erſcheinungen gebrauchte Punct in der *AB* fortrücket. Denn da daſſelbe in einer Stunde oder 3600 Zeitſecunden nicht mehr als 95 Secunden des Grades beſchreibet, ſo braucht daſſelbe zu jeder Secunde ſeiner Bahn beynahe 38 Zeitſecunden: und wenn die Länge eines Theils der *AB* durch die Zeit angegeben wird, in welcher er beſchrieben wird, ſo kan ein Fehler von 38 Secunden, der bey der Zeit begangen wird, dieſen Theil des

Weges, um nicht mehr als 1 Secunde gröſſer oder kleiner machen, als er würklich iſt. Iſt aber die Zeit bis auf eine Secunde richtig, ſo kan der Weg nicht mehr als um den 38ſten Theil einer Secunde fehlen. *T. VIIII. F. 131.*

§. 698. Wir müſſen zuförderſt anmerken, daß die bey der 131ſten Zeichnung gebrauchten Maasſtäbe Θ,Λ auf dieſelbe keinen weitern Einfluß haben, als daß vermittelſt derſelben die Bahn *AB* den Zeiten gemäß getheilet worden. Dieſe Theilung aber iſt zu der gegenwärtigen Abſicht unnütze; und wenn vermittelſt der Zeichnung die Parallaxe allein geſucht wird, ſo kan man ſich die Mühe dieſelbe zu verfertigen, und bey den Theilungspuncten die Zeiten anzugeben, völlig erſparen. Alsdenn aber wird der Radius *AT*, mit welchem der Entwurf der Erde beſchrieben wird, völlig wilkührig, und man kan denſelben in 1000 oder mehr Theile theilen, ohne vorauszuſetzen, wieviele dieſer Theile eine Secunde ausmachen; als welches eigentlich dasjenige iſt, ſo nunmehro geſucht wird. In die Winkel *ATG*, *BTg* und die übrigen dieſer Art, hat die Gröſſe der Erde keinen Einfluß, und man darf, dieſes deutlich zu begreifen, nur auf die zur Entdeckung dieſer Winkel gegebene Anweiſung zurück ſehen. Und daß es eben nicht nöthig ſey bey der Beſtimmung derſelben ſo gar genau zu verfahren, iſt ſelbſt aus der Zeichnung klar, welche nicht wol ſo gros gemacht werden kan, daß ein bey derſelben begangener Fehler von einer oder etlichen Minuten, ſelbſt bey *G* oder *H* merklich wäre. Wir wollen uns aber, gröſſerer Deutlichkeit wegen, blos an die Linien *GH*, *gh* halten, welche zu den Zeitpuncten gehören in welchen ſich die Venus ganz in die Sonnenſcheibe verſenket, oder anfängt aus derſelben hervorzutreten, und alſo den Rand derſelben inwendig berühret, als welche unter allen am genauſten bemerkt werden können. Die übrigen, in welchen die Sonnenſcheibe von auſſen berühret wird, oder der Mittelpunct der Venus ſich im Rande derſelben befindet, werden nur im Nothfalle gebraucht. Es iſt aber leicht, was von den Linien *GH*, *gh* geſagt werden ſol, auch auf die *IK*, *ik* und *LM*, *lm* anzuwenden, ſo zu den Zeitpuncten gehören, in welchen ſich dieſe leztern Erſcheinungen zutragen.

§. 699. Es müſſen zween Zeitpuncte, die entweder beide zu Eintritten, oder beide zu Austritten, oder der eine zu einem Eintritte und der andere zu einem Austritte gehören, durch die Stunde, Minute und Secunde der wahren Zeit, nach welcher bey denſelben die Venus den Rand der Sonnenſcheibe inwendig berühret hat, aus genauen Beobachtungen bekant ſeyn. Dieſe Beobachtungen können nur

T.VIIII.F. 131. in dem letztern Falle beide an einem und eben demſelben Platze geſchehen; werden aber zween verſchiedene Beobachtungsplätze gebraucht, ſo finden auſſer dieſem auch alle übrige Fälle ſtat. Ohnſtreitig ſind einige Stellen des Erdbodens hierzu geſchickter als andere, und was gleich Anfangs (678) von dem Durchgange der Venus durch die Sonne in Abſicht auf die ganze Erde geſagt worden iſt, kan bey der Wahl derſelben zu einer Richtſchnur dienen. Es mag aber ein Beobachtungsplatz auf dem Erdboden gewählt ſeyn wo man wil, ſo muß die Breite oder Polhöhe deſſelben bekant ſeyn, und wenn deren zween ſind, auch der Unterſchied ihrer Längen.

§. 700. Die Erde wälzet ſich um ihre Axe herum, und jedes in der Oberfläche derſelben angenommene Punct beſchreibt mit dieſer Bewegung eine Bahn, die von dem Umkreiſe eines Cirkels wenig abweichet. Stellen nun die Buchſtaben γ, δ die zween Zeitpuncte vor, deren jeder, wie geſagt worden iſt, durch die Uhr ſeines Orts angegeben wird, ſo muß erſtlich der Punct dieſer täglichen Bahn, in welcher ſich der zu γ gehörige Ort in dieſem Zeitpuncte γ befunden hat, in Γ orthographiſch entworfen ſeyn, und alsdann auch der Punct der Bahn des andern, für den nach ſeiner Uhr angegebenen Zeitpunct δ, in Δ. Weil es nicht nöthig iſt zu dem Ende die Bahnen ſelbſt, oder auch nur einige Theile derſelben zu zeichnen; ſo kan die dadurch geſparte Mühe angewendet werden, die Entwürfe Γ, Δ, nach den (501) gegebenen Vorſchriften, deſto genauer zu berichtigen. Gehöret nun der Punct Γ zu einem Eintritte, ſo wird durch daſſelbe *NO* der *GH* parallel gezogen, und das Punct *V* der Bahn *AB* bemerket, in welchem ſie von dieſer *NO* geſchnitten wird. Solte aber Γ zu einem Austritte gehören, ſo müſte durch daſſelbe ſtatt der *NO* eine andere gerade Linie der *gh* parallel gemacht, und das Punct, in welchem ſie die *AB* ſchneidet, mit *V* bezeichnet werden. Eben ſo wird auch mit dem Puncte Δ verfahren, durch welches man eine Xϒ der *gh* parallel ziehet, fals dieſes Punct Δ zu einem Austritte gehöret, und alſo in der Linie *AB* das Punct Z entdecket; ſolte aber Δ zu einem Eintritte gehören, ſtat der Xϒ eine andere Linie der *GH* parallel machen, und das dadurch gefundene Punct der *AB*, mit Z bezeichnen müſte.

§. 701. Nunmehro liegt uns *V*Z vor den Augen, und wir können, wenn der Halbmeſſer der gebrauchten Scheibe *TA* in gleiche Theile getheilet iſt, die Gröſſe der *V*Z in eben dergleichen Theilen angeben, und alſo die Verhältniß *V*Z : *TA* durch Zahlen ausdrucken. Es iſt aber auch die Zeit in unſerer Gewalt, welche erfordert wird die *V*Z mit der Bewegung zu beſchreiben, die wir uns noch immer vorſtellen müſſen. Denn wenn die beiden aus den Beobachtungen bekanten Zeitpuncte γ, δ durch

eben

eben die Uhr angegeben werden, ſo iſt die verlangte Zeit der Unterſchied derjenigen, welche ſich mit dieſen Puncten γ, δ endigen. Sind aber die Uhren, durch welche γ, δ angegeben werden verſchieden, ſo wird ihr Unterſchied, welcher dem vorigen zugeſezt werden muß, aus dem Unterſchiede der Längen der Oerter gefunden, zu welchen ſie gehören; und es braucht die dergeſtalt entdeckte Zeit keiner weitern Verbeſſerung, wenn die Beobachtungen beide entweder bey dem Eintritte der Venus in die Sonnenſcheibe, oder bey ihrem Austritte aus derſelben, gemacht worden ſind. Wenn aber das Punct Γ zu einem Eintritte und Δ zu einem Austritte gehöret, ſo iſt die dergeſtalt aus den Beobachtungen geſchloſſene Zeit diejenige, welche das Punct L der 130ſten Zeichnung braucht ſich dem Mittelpuncte der Erde nicht nur um die VZ, ſondern auch um die Sehne LM dieſer 130ſten Zeichnung zu nähern, und es muß alſo dieſe leztere Zeit, in welcher LM beſchrieben wird, von der Zeit der Beobachtungen abgezogen werden, damit die zur VZ gehörige Zeit beſonders dargeſtellet werde. Im Gegentheil iſt, wenn Δ zu einem Eintritte, und Γ zu einem Austritte gehöret, die aus den Beobachtungen geſchloſſene Zeit, um die zur Beſchreibung der VZ nöthige, kleiner als diejenige, in welcher die Sehne LM beſchrieben wird, und alſo wiederum die zur VZ gehörige Zeit der Unterſchied der beiden andern, unter welchen die zur Beſchreibung der Sehne LM nöthige nunmehro die gröſſere iſt. T. VIII. F. 131.

§. 702. Wird nun die dergeſtalt zu entdeckende zur Beſchreibung der VZ nöthige Zeit durch t bedeutet, eine Stunde aber, oder 3600 Secunden, durch b, und man machet $b : t = 95 : q$, ſo iſt, da 95 die Zahl der Secunden angiebt, welche in unſerm Beyſpiele in einer Stunde beſchrieben werden, die gefundene q die Zahl der in VZ enthaltenen Theile von derſelben Gröſſe, welche demnach ebenfals Secunden vorſtellen werden. Man findet alſo die Gröſſe einer ſolchen Secunde, wenn man nur die VZ, nach Maasgebung der Zahl q, in gleiche Theile theilet. Alsdenn iſt durch dieſe Theile der VZ der Halbmeſſer TA zu meſſen, und dadurch die Zahl der in demſelben enthaltenen Secunden und ihrer Theile zu finden, welche eben diejenige iſt, die ein in die Sonne geſeztes Auge dieſem TA zuſchreibt, oder die Horizontparallaxe der Erde. Wil man lieber rechnen, ſo kan man ſich auſſer der Proportion $b : t = 95 : q$ dieſer andern $VZ : TA = q : p$ bedienen, in welcher die Verhältniß $VZ : TA$ gegeben iſt, p aber die Horizontparallaxe der Sonne bedeutet. Denn es entſtehet aus beiden, wenn ſie gehörig vereiniget werden dieſe neue $VZ . b : TA . t = 95 : p$, welche die geſuchte p unmittelbar entdecket. Es iſt leicht einzuſehen, daß bey andern Durchgängen

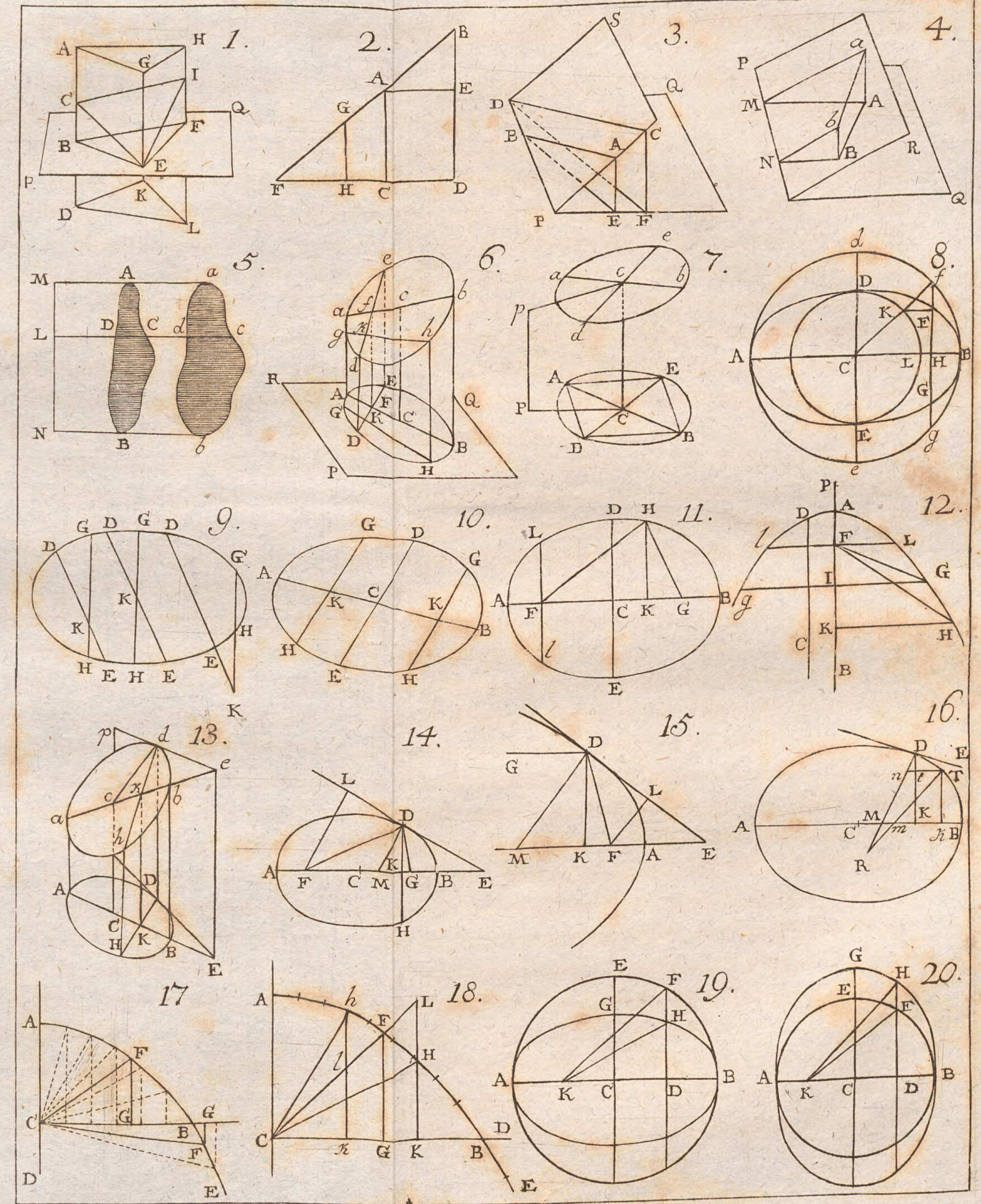
T. VIIII. F. 131. gen der Venus, auſſer den übrigen Veränderungen in der Bedeutung der Buchſtaben, gemeiniglich auch anſtat der 95 eine andere Zahl kommen werde.

§. 703. Wenn die Beobachtungen richtig ſind, ſo ſehe ich keinen erheblichen Fehler, der bey dieſen Schlüſſen zu befürchten wäre; es müſte dann die Entfernung *CI* der 130ſten Zeichnung, deren Gröſſe blos auf die Tafeln gegründet wird, von dieſen zu groß oder zu klein angegeben werden. Denn eine zu groſſe *CI* giebt nicht nur den Winkel *KHI* ſamt den übrigen dieſer Art, kleiner an als ſie würklich ſind, ſondern auch die Sehnen *HF* und *LM*, ſamt der Zeit, in welcher ein Weg von dieſer Länge von dem Puncte *H* beſchrieben wird. Dadurch wird in den Fällen, in welchen eine Zeit zur Beſtimmung der *t* gebraucht werden muß, auch dieſe *t* zu groß oder zu klein gefunden, welches die vermittelſt derſelben herauszubringende *p* allerdings unrichtig, oder doch unzuverläſſig machen muß. Man ſiehet aber auch blos aus der Proportion $b:t = 95:p$, in welche die eben angegebene $VZ.b : TA.t = 95:p$ verwandelt wird, wenn man *VZ* der *TA* gleich annimt, daß der Einfluß, welchen ein bey *t* begangener Fehler in die geſuchte *p* hat, ſo gar groß nicht ſeyn werde, und kan aus dieſem Falle auf die übrigen ſchlieſſen. Noch kleiner aber iſt die Würkung einiger Veränderung des Winkels *KHI*. Es können aber auch dieſe Fehler durch mehrere richtige Beobachtungen gebeſſert werden, da die aus denſelben gezogene Schlüſſe nicht leicht mit einander überein kommen, und eben die Parallaxe geben werden, ſo lang die angenommene *CI* merklich von der Wahrheit abweichet.

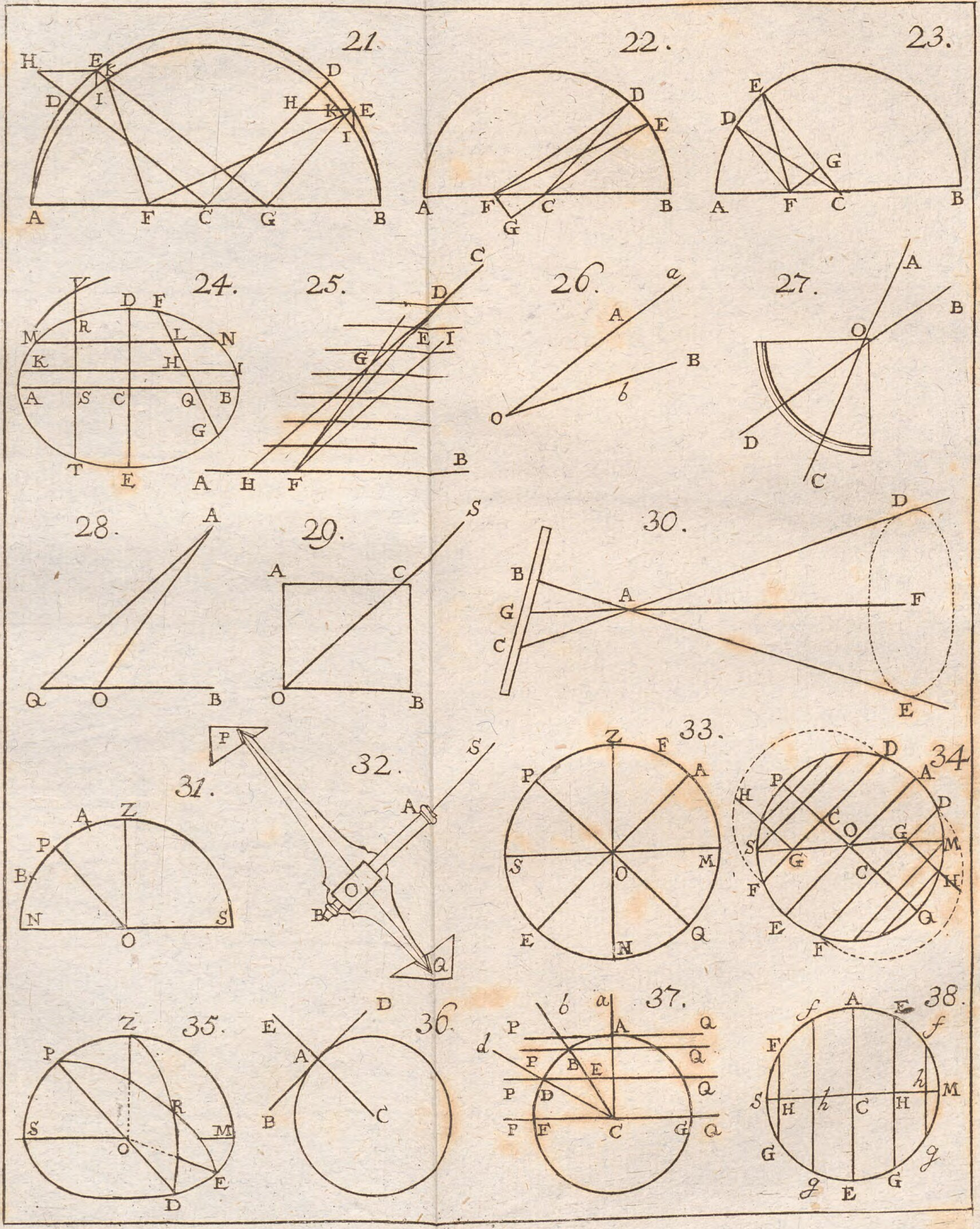
§. 704. Ein Durchgang des Mercurs durch die Sonne kan eben ſo, und von gewiſſen Seiten betrachtet, noch leichter entworfen werden als ein Durchgang der Venus. Die volſtändige Einſicht aber in die Gründe dieſer Entwürfe erfodert eine etwas genaue Kentniß des Laufs dieſer Planeten; weswegen die Abhandlung derſelben eigentlich auf die Beſchreibung dieſes Laufs hätte folgen ſollen. Ich habe es aber vor ſchicklicher gehalten, Erſcheinungen, die ſo ſehr mit einander verwant ſind, und einander ſo ſehr erleutern, als die verſchiedenen Arten der Finſterniſſe und Bedeckungen, in einigem Zuſammenhange vorzutragen, als dem Leſer die Mühe aufzubürden, bey jeder einzelnen Betrachtung dieſer Art wieder von vorne anzufangen. Eine kleine Gedult, mit welcher er die weitere Aufklärung erwartet, wird, wie ich hoffe, weniger beſchwerlich ſeyn.

Ende des erſten Theils.

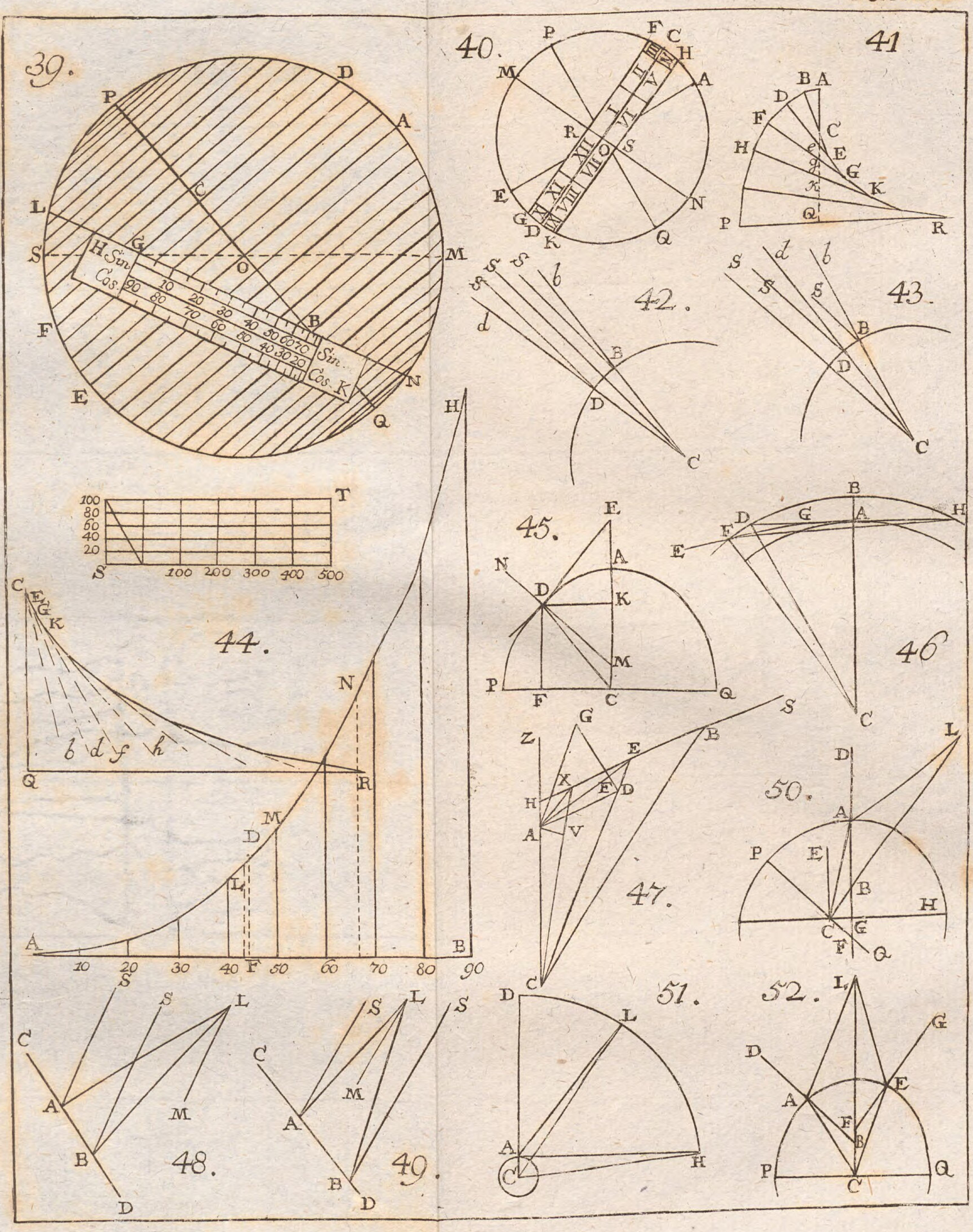
Tab. I.



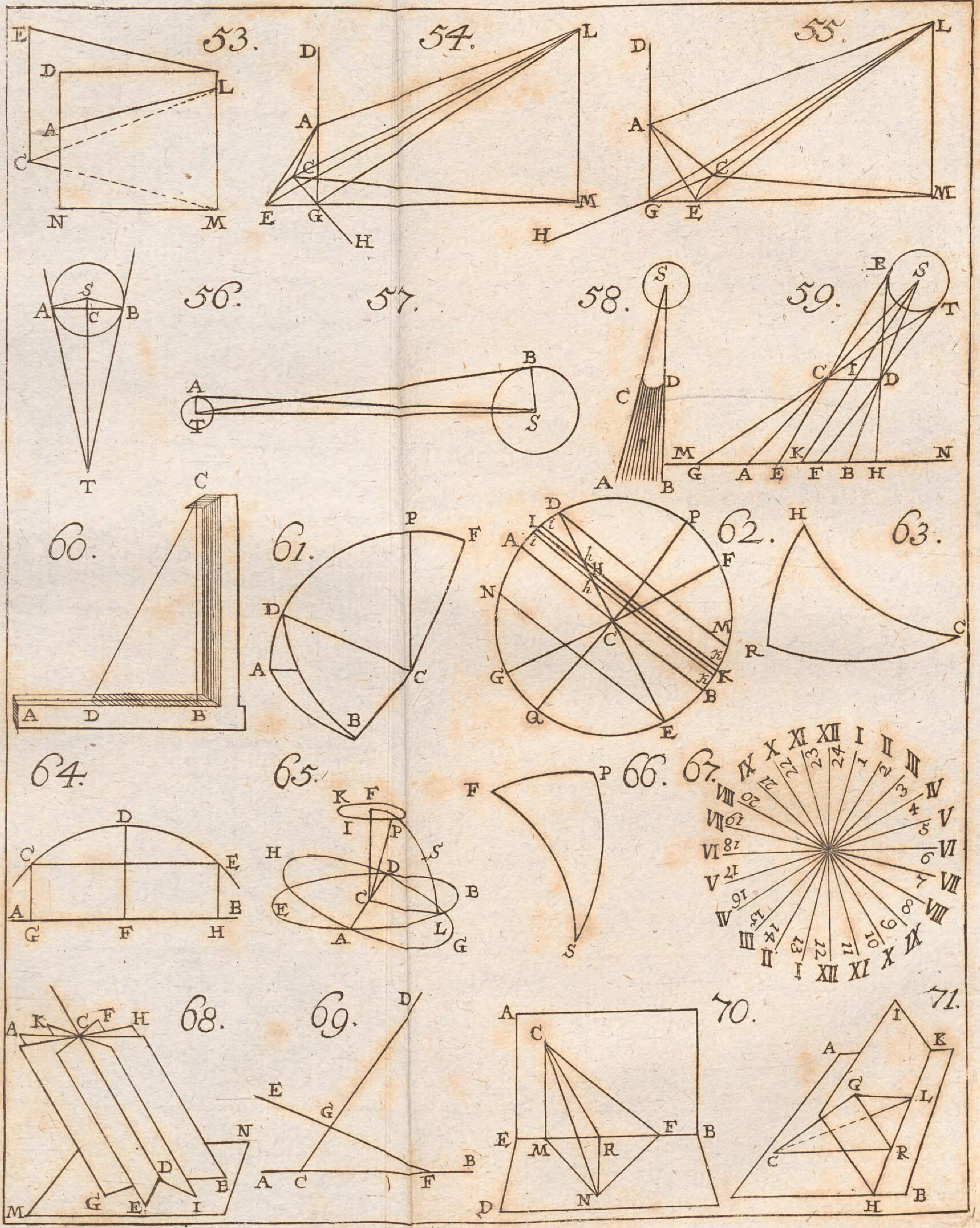
Tab. II.



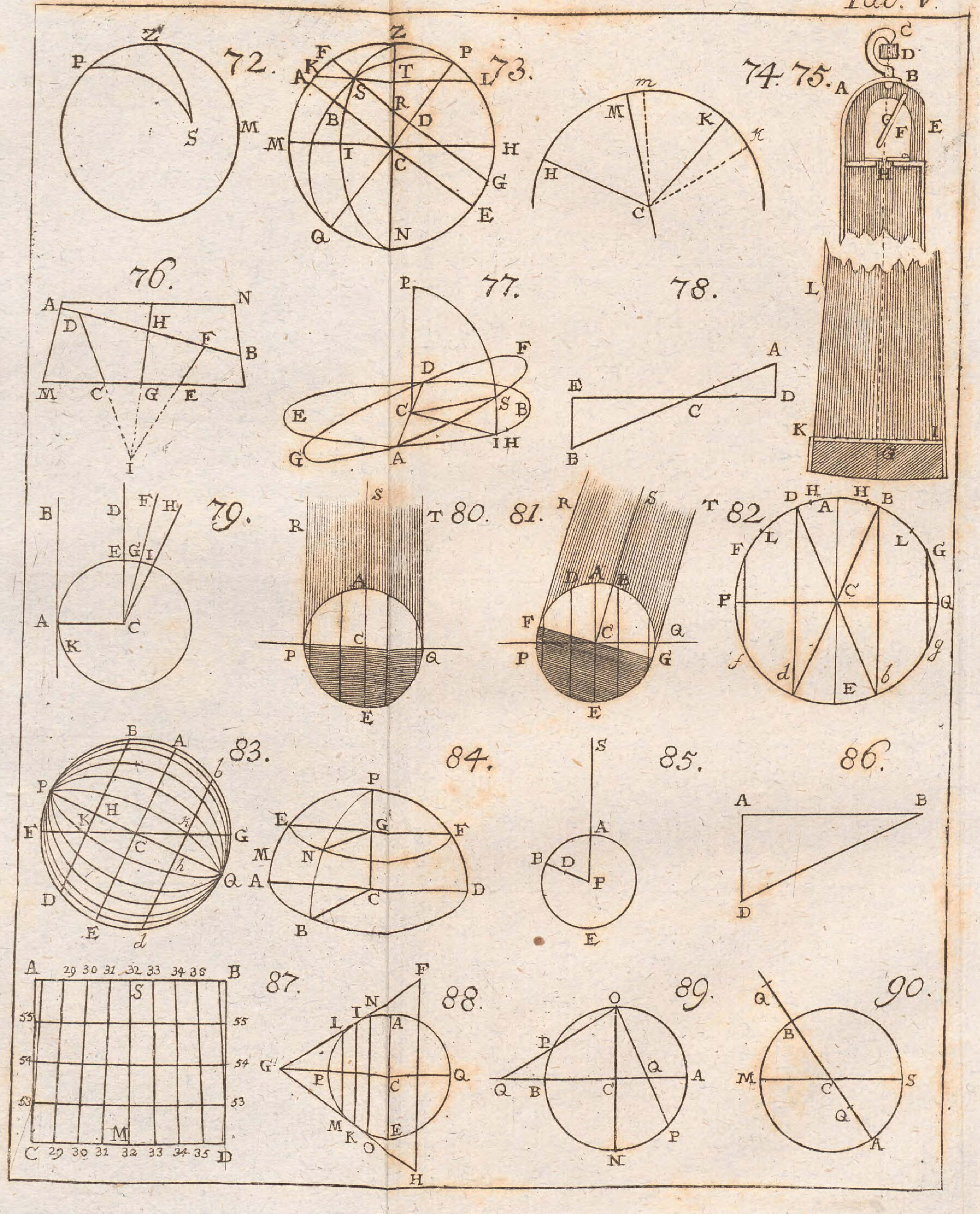
Tab. III.



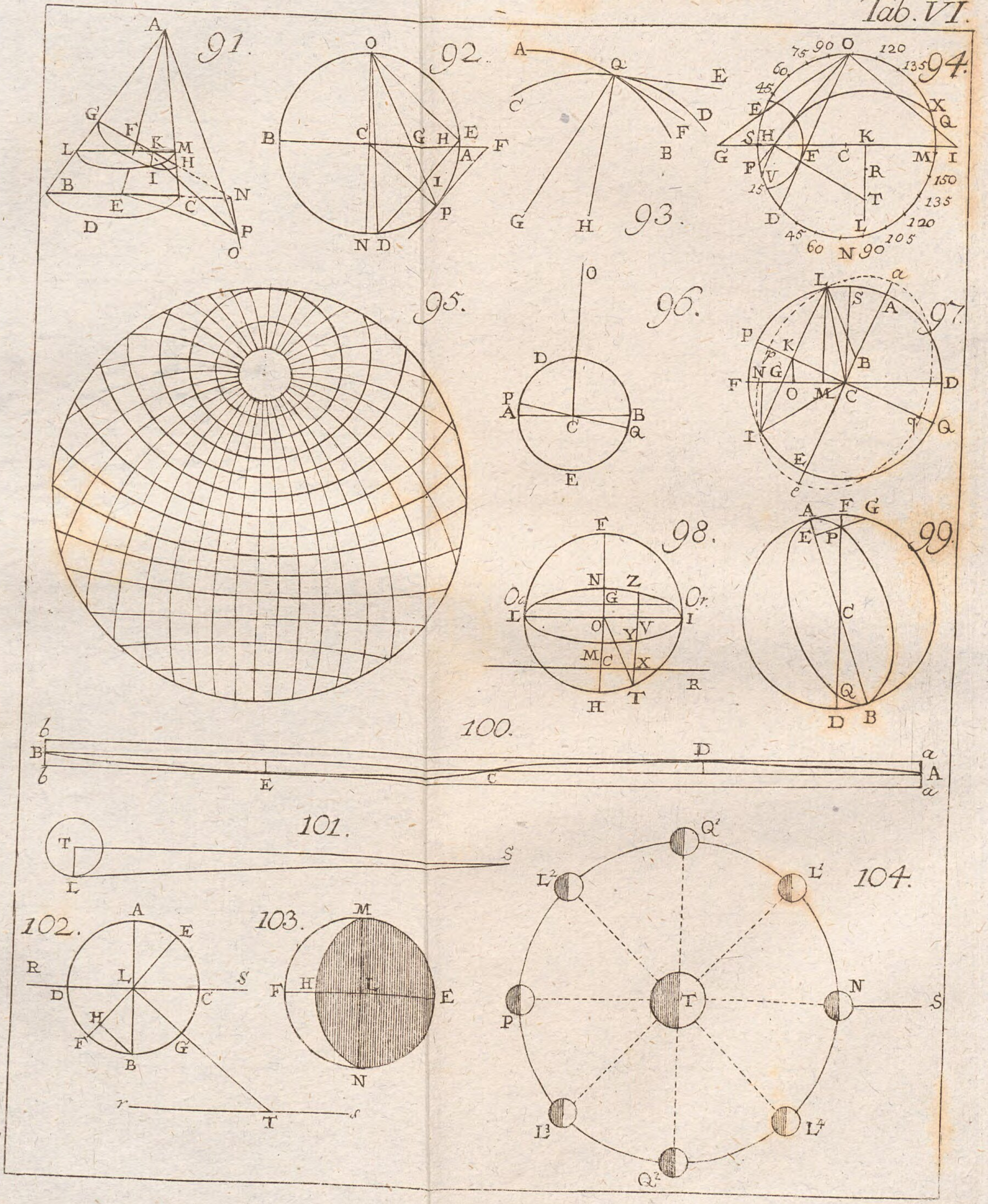
Tab. IIII.

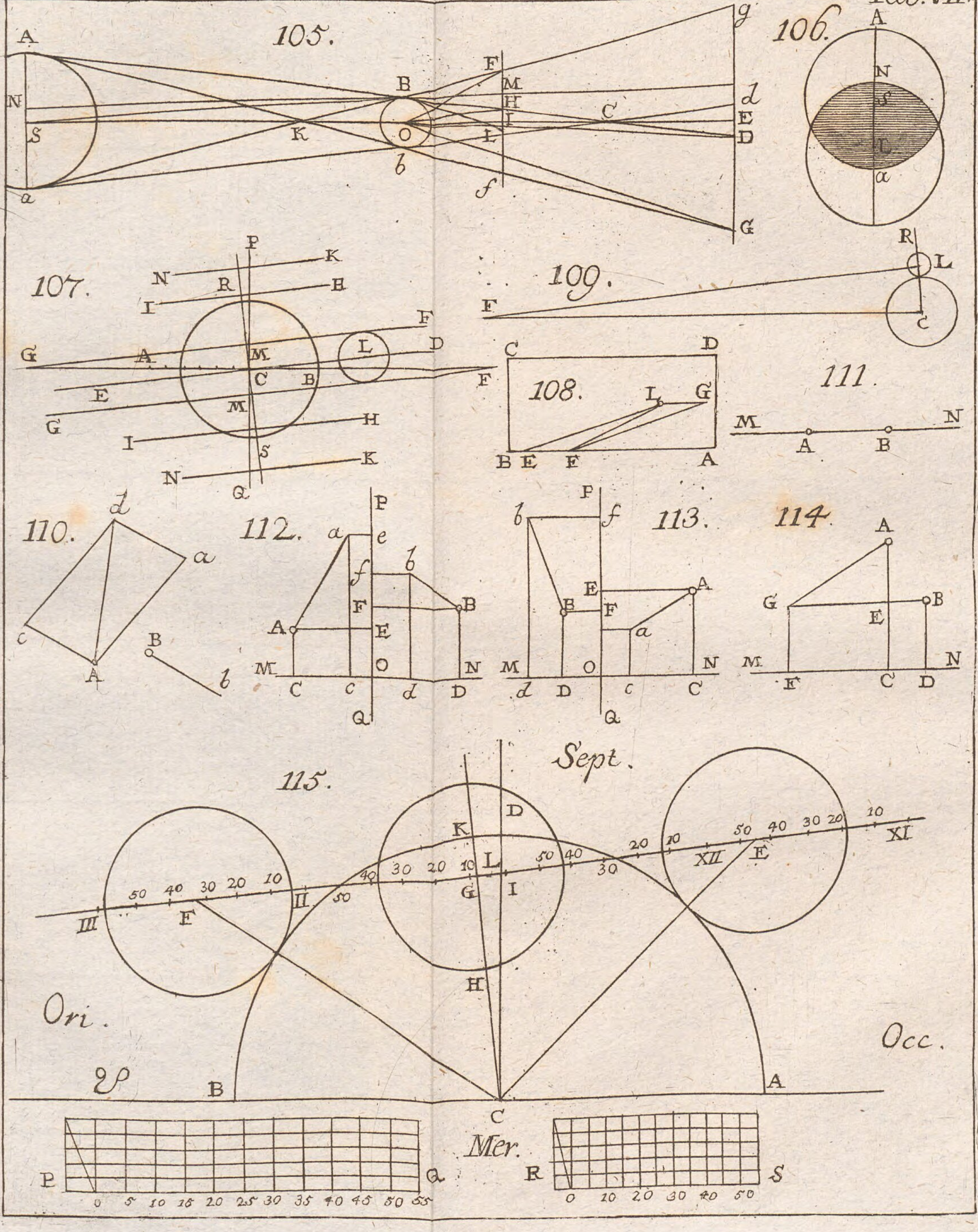


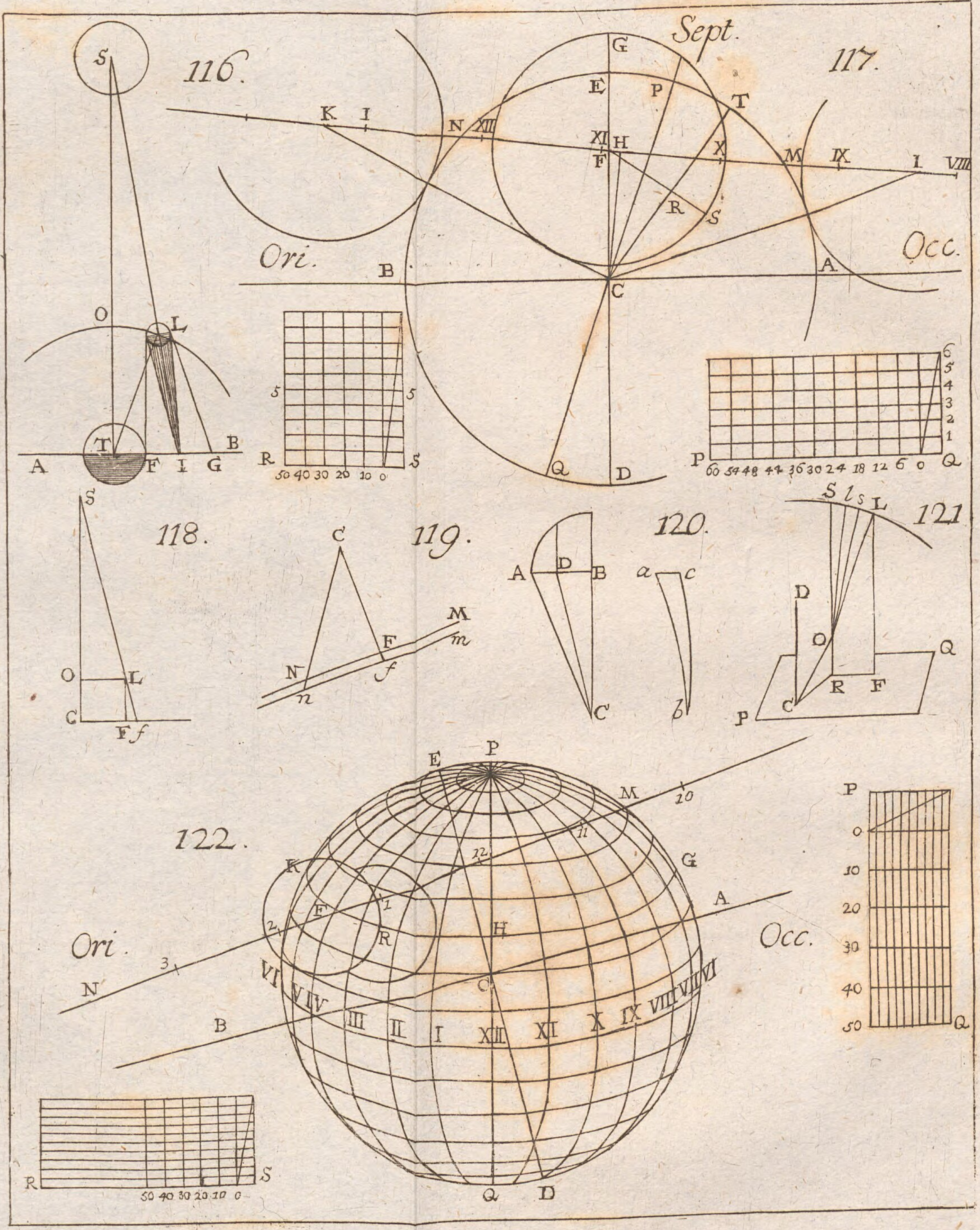
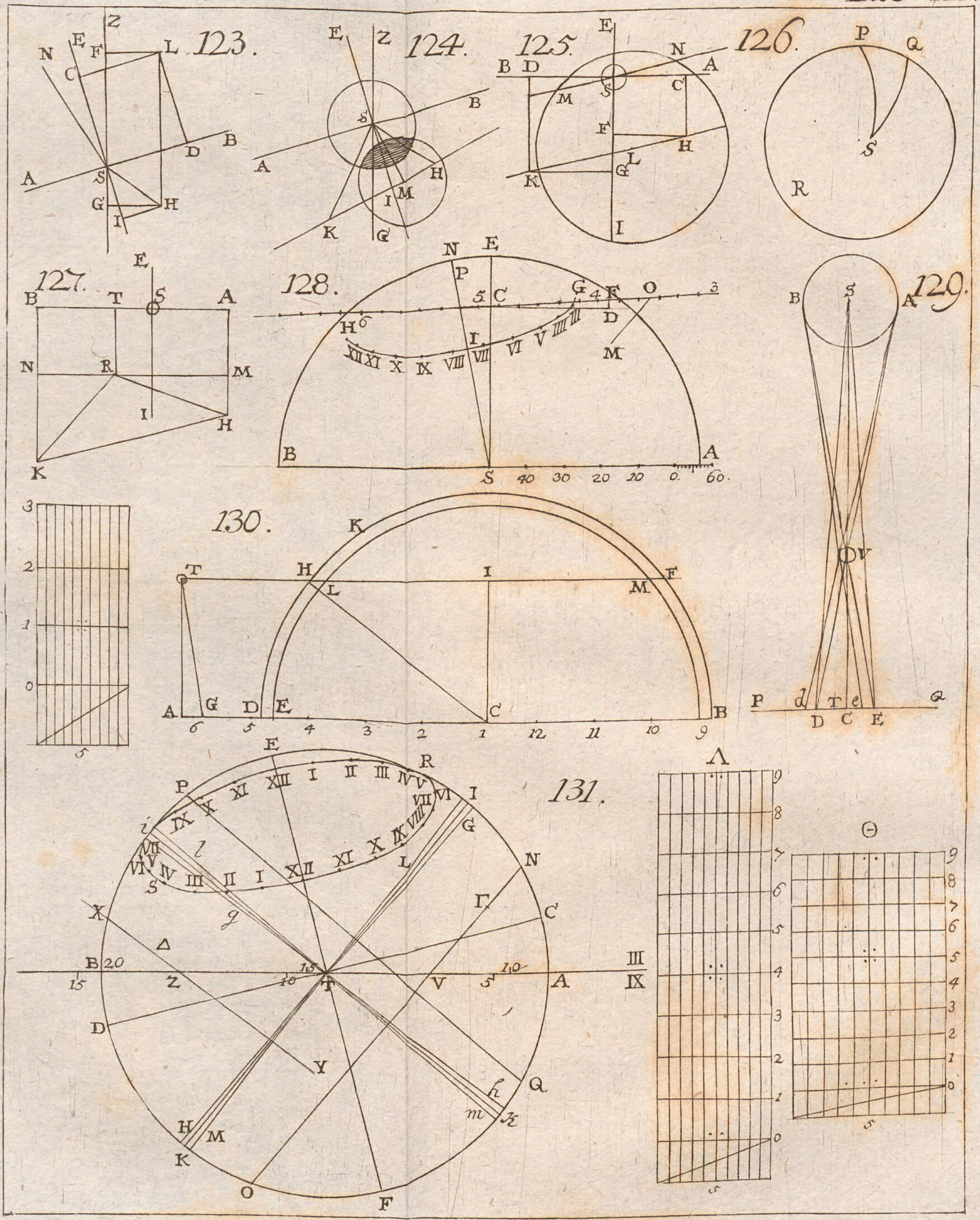
Tab. V.



Tab. VI.




105.
106.
107.
108.
109.
110.
111.
112.
113.
114.
115.
Sept.
Ori.
Occ.
Mer.
0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55
0 10 20 30 40 50


116.
117.
Sept.
Ori.
Occ.
118.
119.
120.
121
122.
Ori.
Occ.
VI V IV III II I XII XI X IX VIII VII VI
50 40 30 20 10 0
60 54 48 42 36 30 24 18 12 6 0

Tab. IX.